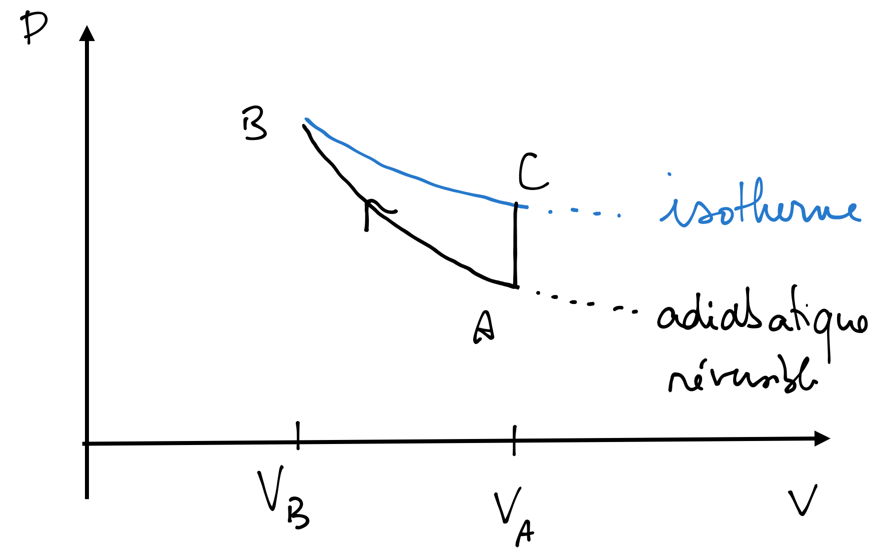
TD17 Second principe

EXERCICE 1



isochore

	A	B	C
P (Pa)	10^5	$3{,}17.10^5$	$1{,}59.10^5$
V (m^3)	2.10^{-3}	1.10^{-3}	2.10^{-3}
T(K)	290	460	$T_C = T_B = 460$

adiabatique réversible

isotherme réversible

$A \to B$ adiabatique réversible

$\Rightarrow \quad P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \Rightarrow P_B = P_A \left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma}$ (Laplace)

A.N : $P_B = 1.10^5 \,(2)^{5/3} = 3{,}17.10^5$ Pa

On a également $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = T_A \left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1}$

A.N : $T_B = 290\,(2)^{2/3} = 460$ K

$B \to C$ isotherme $\Rightarrow P_B V_B = nRT_B = P_C V_C$

Soit $P_C = P_B \dfrac{V_B}{V_C}$ A.N : $P_C = 1{,}59.10^5$ Pa

2) Il s'agit d'un cycle moteur, l'aire du cycle représente le travail fourni par le moteur.

3) $A \to B$ transformation adiabatique réversible

$\gamma = \dfrac{5}{3}$, $C_v = \dfrac{3}{2}nR$, $C_p = \dfrac{5}{2}nR$

$Q_{AB} = 0$ $\quad W_{AB} = \Delta U = \dfrac{3}{2}nR(T_B - T_A) = \dfrac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A)$

A.N : $W_{AB} = 176$ J

$S_{e\,AB} = 0$ (adiabatique) $\quad S_{c,AB} = 0$ (réversible) $\quad \Delta S_{AB} = 0$

$B \to C$ transformation isotherme réversible

$$\Delta U_{BC} = 0 \qquad Q_{BC} = -W_{BC}$$

$$\delta W = -P_{ext}\,dV = -P\,dV = -RT_B \frac{dV}{V} \Rightarrow W_{BC} = -nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$

$nRT_B = P_B V_B$ A.N : $W_{BC} = -220\ J$

$S_{C,BC} = 0$ (réversible) $\quad S_e = \dfrac{Q_{BC}}{T_B} = \Delta S_{BC} = nR \ln\left(\dfrac{V_C}{V}\right)$

$C \to A$ isochore

$$\Rightarrow W_{CA} = 0 \ , \quad Q_{CA} = \Delta U = \frac{3}{2} nR\,(T_A - T_C)$$

$$= \frac{3}{2}\left(P_A V_A - P_C V_C\right)$$

A.N : $Q_{CA} = -177\ J$

$\Delta S = \dfrac{3}{2} nR \ln\left(\dfrac{T_A}{T_C}\right)$ (formule de l'énoncé avec $V_A = V_C$)

$$S_{e,CA} = \frac{Q_{CA}}{T_A} = \frac{3}{2} nR\left(1 - \frac{T_C}{T_A}\right)$$

$$\Rightarrow S_{C,CA} = \Delta S - S_{e,CA} = \frac{3}{2} nR\left(\ln\left(\frac{T_A}{T_C}\right) - 1 + \frac{T_C}{T_A}\right)$$

A.N : $S_C = 0{,}13\ J.K^{-1} > 0$, l'étape CA est irréversible.

EXERCICE 2

1) $m_1 = 0{,}5\ kg$ eau liquide
$\theta_i = 30°C \to T_i = 303\ K$

$m_2 = 10\ kg$ glace
$\theta'_i = -20°C \quad T'_i = 253\ K$

$\xrightarrow[\text{isobare}]{\text{adiabatique}}$

$m_1 = 0{,}5\ kg$ glace
$\theta_f = -8{,}6°C \quad T_f = 264{,}4\ K$

$m_2 = 10\ kg$ glace
$\theta_f = -8{,}6°C \quad T_f = 264{,}4\ K$

On détermine les variations d'entropie des deux sous-systèmes (on utilise l'extensivité de l'entropie S).

Pour le système (1) on décompose la transformation en 3 étapes

$$\underset{30°C}{\text{eau liquide}} \xrightarrow{(a)} \underset{0°C}{\text{eau liquide}} \xrightarrow{(b)} \underset{0°C}{\text{glace}} \xrightarrow{(c)} \underset{-8,1°C}{\text{glace}}$$

$$\Delta S_{(a)} = m_1 c_e \ln\left(\frac{T_0}{T_i}\right)$$ avec $T_0 = 273\,K$ et $T_i = 303\,K$

$$\Delta S_{(b)} = -\frac{m_1 l_{fus}}{T_0}$$ ($-l_{fus}$ car ici il s'agit d'une condensation réaction inverse)

$$\Delta S_{(c)} = m_1 c_g \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right)$$

A.N : $\Delta S_{tot\,1} = -8,6 \cdot 10^2\ J \cdot K^{-1}$

Pour le système (2), la variation d'entropie s'écrit directement :

$$\Delta S_2 = m_2 c_g \ln\left(\frac{T_f}{T_i'}\right)$$ A.N $\Delta S_2 = 9,25 \cdot 10^2\ J \cdot K^{-1}$

On a alors une variation d'entropie de l'ensemble :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 63\ J \cdot K^{-1}$$

$\Delta S > 0$, le système global étant calorifugé $\Delta S = S_{créée}$; $\Delta S > 0$ signifie que la transformation est irréversible.

2) Pour déterminer δm_g, on applique le 1er principe sous la forme

$\Delta H = Q$ car la transformation est isobare

$= 0$ car le système est calorifugé.

$$\Delta H_{liq} = m_1 c_e (T_0 - T_i) \qquad \Delta H_{glace} = m_2 c_g (T_0 - T_i') + \delta m_g\, l_{fus}$$

$\Delta H = \Delta H_{liq} + \Delta H_{glace}$ car H est une grandeur extensive.

$$\Rightarrow \delta m_g = \frac{1}{\ell_{fus}} \left(m_1 c_\ell (T_i - T_0) + m_2 c_g (T_i' - T_0) \right)$$

A.N : $\delta m_g = 0,63$ kg.

3) Comme dans la partie précédente on écrit $\Delta S = \Delta S_{glace} + \Delta S_{liq}$

$$\Delta S_{liq} = m_1 c_\ell \ln\left(\frac{T_0}{T_i}\right) \qquad \text{A.N : } \Delta S_{liq} = -2,19 \cdot 10^3 \text{ J.K}^{-1}$$

On décompose les transformations subies par la glace en 2 étapes :

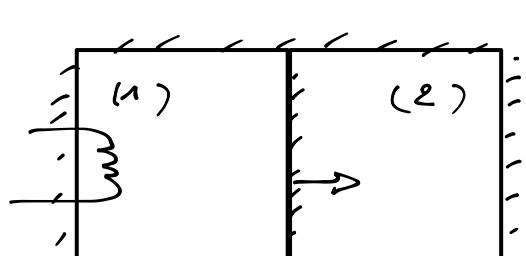
$$\underset{m_2}{\text{glace}}\ \theta_i' = -20°C \longrightarrow \underset{m_2}{\text{glace}}\ \theta_0 = 0°C \xrightarrow[\text{fusion}]{} \begin{matrix} m_2 - \delta m_g \text{ glace} \\ \delta m_g \text{ liquide} \end{matrix}$$

$$\Delta S_{glace} = m_2 c_g \ln\left(\frac{T_0}{T_i'}\right) + \delta m_g \frac{\ell_{fus}}{T_0}$$

A.N : $\Delta S_{glace} = 2,37 \cdot 10^3$ J.K^{-1}

On a alors $\Delta S_{tot} = 177$ J.K^{-1} > 0 (irréversible, $\Delta S_{tot} = S_{créée}$)

EXERCICE 3



(1)

$$\begin{matrix} V_0 = 2,0 \text{ L} \\ P_0 = 1,0 \text{ bar} \\ T_0 = 273 \text{ K} \end{matrix} \xrightarrow{W_{élec}} \begin{matrix} V_1 \\ P_1 = 3P_0 \\ T_1 \end{matrix}$$

(2)

$$\begin{matrix} V_0 = 2,0 \text{ L} \\ P_0 = 1,0 \text{ bar} \\ T_0 = 273 \text{ K} \end{matrix} \xrightarrow[\text{réversible}]{\text{adiabatique}} \begin{matrix} V_2 \\ P_2 \\ T_2 \end{matrix}$$

1) L'équilibre mécanique de la paroi mobile entre les deux compartiments s'écrit $P_1 = P_2 \Rightarrow P_2 = 3P_0$

2) La transformation subie par l'hélium dans l'enceinte (2) est adiabatique (les parois sont calorifugées) et réversible (transformation quasistatique).

3) On peut alors utiliser la loi de Laplace : $P_2 V_2^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma}$

$$\Rightarrow V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{1/\gamma}$$

A.N : $\underline{V_2 = 1{,}0 \text{ L}}$

On a également $P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma} = P_0^{1-\gamma} T_0^{\gamma}$

$$\Rightarrow T_2^{\gamma} = T_0^{\gamma} \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{1-\gamma} \Rightarrow T_2 = T_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

A.N : $T_2 = 273 \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{2}{5}} = \underline{424 \text{ K}}$

4) Le volume total est constant : $V_1 + V_2 = 2V_0$

On a donc $V_1 = 2V_0 - V_2 \Rightarrow \underline{V_1 = 3{,}0 \text{ L}}$

D'autre part : $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}$ et $nR = \frac{P_0 V_0}{T_0}$

$\Rightarrow T_1 = T_0 \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0}$ A.N : $\underline{T_1 = 1{,}2 \cdot 10^3 \text{ K}}$

5) Premier principe pour le système total : $\Delta U = W_{elec}$ car l'ensemble est calorifugé. On utilise l'extensivité de U :

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2$$
$$= \frac{3}{2} nR (T_1 - T_0) + \frac{3}{2} nR (T_2 - T_0)$$
$$= \frac{3}{2} (P_1 V_1 + P_2 V_2 - 2P_0 V_0)$$

$P_1 = P_2 = 3P_0$ et $P_1V_1 + P_2V_2 = 3P_0(V_1+V_2) = 6P_0V_0$

car $V_1 + V_2 = 2V_0$

$\Rightarrow \quad \Delta U = \frac{3}{2}(6P_0V_0 - 2P_0V_0) = 6P_0V_0 = W_{élec}$

6) $\Delta S_1 = \frac{3}{2} nR \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + nR\ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$

$\Delta S_2 = 0$ car la transformation est adiabatique ($S_e = 0$) et réversible ($S_c = 0$).

A.N : $\Delta S_1 = nR \times 2{,}7$ $(J.K^{-1})$

$S_{e1} = 0$ car le cylindre (1) est calorifugé.

$\rightarrow \Delta S_1 = S_{c1} > 0$, la transformation subie par le compartiment (1) est irréversible.

EXERCICE 4

1) La transformation se fait au contact d'un thermostat à la température T_0, elle est donc monotherme. La pression extérieure est constante égale à $\frac{P_0}{2}$, elle est aussi monobare. Il s'agit d'une transformation brutale a priori irréversible

2) Equilibre thermique dans l'état final : $T_{f1} = T_0$

Equilibre mécanique dans l'état final : $P_{f1} = \frac{P_0}{2}$

$$\begin{cases} P_0V_0 = nRT_0 \\ P_{f1}V_{f1} = nRT_0 \end{cases} \Rightarrow V_{f1} = \frac{P_0}{P_{f1}} V_0 = 2V_0 \quad \text{soit } 24\,L.$$

3) $\delta W_1 = -P_{ex}\,dV = -\frac{P_0}{2}\,dV \Rightarrow W_1 = -\frac{P_0}{2}(V_{f1} - V_0)$

$W_1 = -nRT_{f1} + n\frac{RT_0}{2} = -nR\frac{T_0}{2}$ car $T_{f1} = T_0$ A.N : $W_1 = -1{,}2\,kJ$.

4) $\Delta U_1 = \frac{3}{2} n R (T_{f1} - T_0) = 0$ car $T_{f1} = T_0$

On a donc $Q_1 = -W_1$.

5) On utilise la relation donnée dans l'énoncé :

$$\Delta S_1 = \frac{3}{2} nR \ln\left(\frac{T_{f1}}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V_{f1}}{V_0}\right) = nR \ln\left(\frac{V_{f1}}{V_0}\right) \text{ car } T_{f1} = T_0$$

A.N : $\Delta S_1 = 8{,}31 \ln 2 = 5{,}8 \ J.K^{-1}$

6) L'entropie échangée $S_{e1} = \frac{Q_1}{T_0} = \frac{nRT_0}{2T_0} = \frac{nR}{2}$

A.N : $\underline{S_{e1} = 4{,}2 \ J.K^{-1}}$

L'entropie créée : $S_{c1} = \Delta S_1 - S_{e1}$ A.N : $\underline{S_{c1} = 1{,}6 \ J.K^{-1}}$

$S_{c1} > 0$ ce qui est en accord avec le mode opératoire "brutal".

7) Cette fois la transformation est isotherme et réversible.

8) T_{f2}, P_{f2} et V_{f2} sont inchangés (équilibre thermique $T_{f2} = T_0$, équilibre mécanique $P_{f2} = \frac{P_0}{2}$)

9) $\delta W_2 = -P_{ext} \, dV = -P \, dV$ car la transformation a lieu de manière réversible (avec $P = P_{ext}$).

$$W_2 = \int_{V_0}^{V_{f2}} -P\,dV = -nRT_0 \int_{V_0}^{V_{f2}} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln\left(\frac{V_{f2}}{V_0}\right)$$

A.N : $W_2 = -8{,}31 \times 3.10^2 \ln(2) = -1{,}7 \ kJ$

10) On a à nouveau $\Delta U_2 = 0$ car $T_{f2} = T_0$

$\Rightarrow Q_2 = -W_2$

11) $\Delta S_2 = \Delta S_1$ car on a les mêmes états d'équilibre initiaux et finaux. Cette fois $\Delta S_2 = S_{e2}$ (transformation réversible $S_{c2} = 0$)