Equation de Schrödinger - Fonction d'onde

$|\Psi|^2$ densité de probabilité , $\int_{\mathcal{D}} |\Psi|^2 dx = 1$ normalisation

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} \qquad \text{Eq° de Schrödinger}$$

$$\Psi(x,t) = \varphi(x)\, e^{-iEt/\hbar} \qquad \text{état stationnaire}$$

énergie E indépendante du temp

$|\Psi|^2 = |\varphi|^2$ indépendante du temps

$\rightarrow$ $\varphi(x)$ est solution de l'équation de Schrödinger indép. du temps

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\varphi''(x) + V(x)\varphi(x) = E\varphi(x)$$

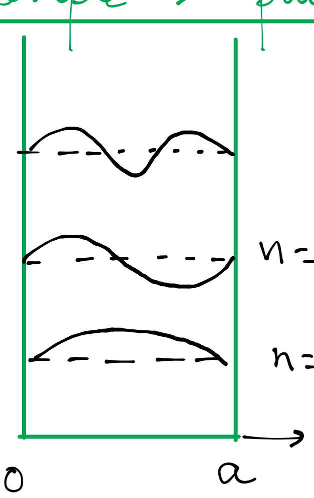
$V(x) = V_0 < E$

$$\varphi'' + \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}\varphi = 0$$

On pose $k^2 = \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}$

$$\varphi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$
$$= C\cos(kx) + D\sin(kx)$$

* Exemple : puits infini



$\varphi(0) = \varphi(a) = 0$

$k = \frac{n\pi}{a}$, $n \in \mathbb{N}^*$

* Si OPPM : $\Psi(x,t) = A e^{i(kx-\omega t)}$

$\rightarrow$ $\vec{J} = |\varphi|^2 \frac{\hbar k}{m}\vec{u}_x$ vect. densité de proba.

$V(x) = V_0 > E$

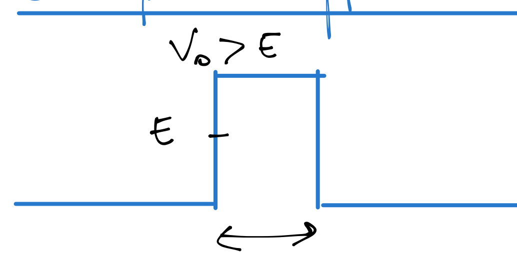
$$\varphi'' - \frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}\varphi = 0$$

On pose $q^2 = \frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}$

$$\varphi(x) = A e^{qx} + B e^{-qx}$$

$\delta = 1/q$ = ordre de grandeur de la distance sur laquelle φ est non .

Exemple : effet tunnel



$a > 1/q \Rightarrow$ approximation de la barrière épaisse