

Questions de cours :

1. Déterminer le champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde infini (on rappelle que le champ est nul à l'extérieur).
2. Circuits à une maille couplés par mutuelle induction en régime sinusoïdal forcé.
3. Donner le champ et le potentiel électrostatique produit par un dipôle électrostatique.

1 Électrostatique

On se place dans le plan cartésien $(Oxyz)$.

1- On considère la configuration suivante : deux plans infinis d'équations $x = -a/2$ et $x = a/2$. L'espace entre ces deux plans est rempli de particules chargées avec une densité volumique de charge $\rho_o > 0$. Le reste de l'espace est vide de charge. Faire l'étude des symétries et des invariances. Que vaut le champ \vec{E} pour $x = 0$?

2- Déterminer le champ \vec{E} en tout point. Représenter $E_x(x)$.

3- On considère désormais la distribution de charge suivante : pour $-a < x < 0$, $\rho(x) = -\rho_o$; pour $0 < x < a$, $\rho(x) = \rho_o$. Il n'y a pas de charges dans les zones $|x| > a$. À l'aide de la question précédente, déterminer le champ électrostatique en tout point. Représenter $E_x(x)$.

4- On considère un électron se déplaçant avec une vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$, arrivant sur la distribution de charges précédentes. Étudier le mouvement de l'électron en différenciant le cas où il arrive de $-\infty$ ou de $+\infty$. **5-** Que représente le système étudié ?

2 Atome d'hydrogène

On se propose d'étudier le modèle suivant de l'atome d'hydrogène :

- Une charge ponctuelle $+e$ en un point O considéré comme l'origine.
- Une distribution volumique (a constante positive) :

$$\rho(r) = -\frac{e}{\pi a^3} \exp\left(-2\frac{r}{a}\right)$$

1- Déterminer l'expression de la charge dq entre deux couches sphériques de rayons r et $r + dr$ et la mettre sous la forme $dq = Q(r)dr$. Déterminer le rayon r_m tel que $Q(r)$ est maximale et tracer $Q(r)$ en fonction de r .

3- Calculer la charge totale du système. On donne :

$$\int_0^\infty u^2 \exp\left(-2\frac{u}{a}\right) du = \frac{a^3}{4}$$

4- Déterminer le champ électrostatique pour $r > 0$.

Donnée (si nécessaire) :

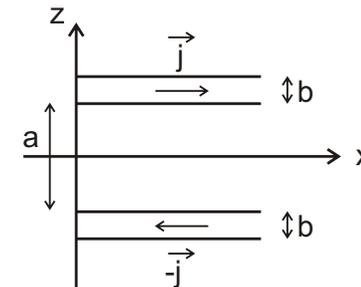
$$\operatorname{div}(E_r(r)\vec{u}_r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r)$$

3 Magnétostatique

On considère deux plaques conductrices parallèles parcourues par des courants volumiques opposés. On suppose le champ magnétique extérieur nul.

1- Déterminer le champ magnétique dans tout l'espace.

2- Que se passe-t-il lorsque b tend vers 0 ?

**4** Magnétostatique

On modélise la foudre par un fil parcouru par un courant permanent d'intensité I . La foudre frappe un cône d'angle α par sa pointe O . Dans le cône, les charges se répartissent de manière radiale et isotrope. Déterminer le champ magnétique \vec{B} en tout point de l'espace.

Variante : considérer que le courant se répartit de façon isotrope dans le demi-espace correspondant au sol.

5 Induction

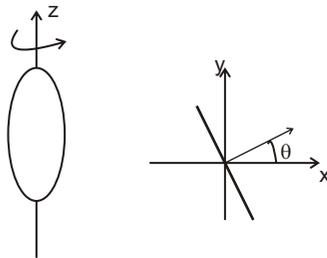
Un fil infini situé sur l'axe (Oz) est parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_e \sqrt{2} \cos(\omega t)$. Une spire rectangulaire, de résistance R , de côtés a et b se situe à une distance d du fil.

- 1- Déterminer le champ \vec{B} créé par le fil en un point M de l'espace.
- 2- Donner l'expression du flux du champ magnétique créé par le fil à travers la spire. En déduire le coefficient d'inductance mutuelle M .
- 3- Établir l'expression du courant i_s dans la spire. Déterminer le rapport des valeurs efficaces de i et i_s .
- 4- Faire un bilan des actions mécaniques qui s'exercent entre le fil et la spire.

6 Induction

Une spire carrée de côté ℓ , de masse m , supraconductrice d'inductance propre L , entre à $t = 0$, sans vitesse initiale, dans la zone $z > 0$ dans laquelle règne un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{u}_y$ constant. L'axe (Oz) désigne la verticale descendante.

- 1- Déterminer $\dot{z}(t)$.
- 2- À quelle(s) condition(s) peut-on observer des oscillations du cadre ?

7 Induction

Une spire circulaire de masse m , de résistance R , d'inductance propre négligeable, de rayon a et de centre O est suspendue par un fil situé entre deux points de l'axe vertical (Oz) . Ainsi, la spire peut se mouvoir en toute liberté (le fil est supposé sans torsion). Le vecteur surface de la spire \vec{S} forme un angle θ avec l'axe horizontal (Ox) . La spire est plongée dans

un champ magnétique extérieur $\vec{B} = B \vec{u}_x$. À l'instant $t = 0$, la spire est lâchée d'un angle θ_0 avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_0$.

- 1- Déterminer $i(t)$, l'intensité parcourant la spire pour $t \geq 0$.
- 2- Quel est le couple s'appliquant à la spire ? En quoi ce moment était-il prévisible ?
- 3- La spire a un moment d'inertie

$$J = \frac{1}{2} m a^2$$

Établir l'équation du mouvement vérifiée par $\theta(t)$.