

1 CCP 19

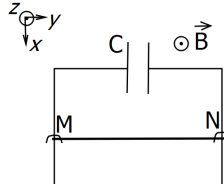
On considère une tige MN (de longueur ℓ , toujours parallèle au sol) tenue par 2 fils conducteurs, qui peut bouger sans frottements. Le circuit comporte un condensateur, et on plonge le système dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$.

On note $\vec{g} = g \vec{e}_x$ l'accélération de la pesanteur ($g > 0$).

À un instant t , la vitesse de la tige est notée $\vec{v} = v \vec{e}_x$.

1. Avec la loi de Lenz, prévoir le sens du courant.
2. Calculer la fém induite, puis déterminer le courant i en fonction de B , ℓ , C et dv/dt . Commenter.
3. Calculer l'accélération de la tige pour $B = 0,5 T$; $C = 10^3 \mu F$; $\ell = 1 m$; $m = 250 g$. Commenter.

[L'examinateur m'a posé de nombreuses questions de cohérence des résultats par rapport à une prévision qualitative.]

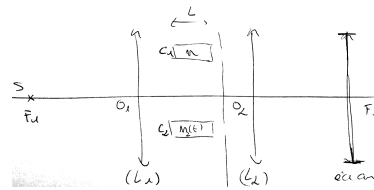


2 CCP 19

2 cuves identiques, de longueur L et contenant initialement de l'air d'indice n , sont placées sur le trajet de la lumière dans un montage de trous d'Young (cf figure).

1. Indiquer, qualitativement et quantitativement, ce que l'on observe sur l'écran.

2. On fait le vide poussé dans la cuve C_2 . Dans quel sens défilent les franges ?
3. Lors du processus, on compte le défilement de $N = 114,0$ franges. En déduire la valeur de l'indice de l'air. Incertitude ?



3 CCP 19

On considère une pile composée d'une électrode de manganèse plongée dans une solution de $MnSO_4$ à $c_0 = 0,1 mol/L$, et d'une électrode constituée de graphite.

1. Écrire les équations se produisant dans chaque compartiment de la pile. Quelles sont les réactions souhaitées ? Que peut-on en déduire sur le rôle de l'eau ? Calculer la fém à vide de la pile.

2. On s'intéresse à la synthèse du manganèse par électrolyse. On donne les surtensions suivantes : $\eta_1 = -0,25 V$ pour Mn^{2+}/Mn et $\eta_2 = 0,9 V$ pour O_2/H_2O . On a également une perte ohmique de $1,2 V$. Calculer la tension minimale à fournir pour effectuer l'électrolyse.

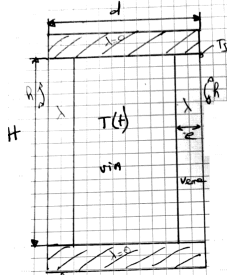
3. On fournit en permanence un courant de $35 kA$. Calculer la masse de manganèse produite par jour.

Données : $E_1^\circ = -1,17 V$ pour Mn^{2+}/Mn ; $E_2^\circ = 1,23 V$ pour O_2/H_2O ; $M(Mn) = 55 g/mol$.

[L'énoncé était long et il y avait d'autres questions (notamment avec des densités volumiques de courant). L'examinateur demandait des schémas.]

4 CCP 19

On considère une bouteille de vin, modélisée par un cylindre de hauteur H , de diamètre d , et d'épaisseur e . On note T_a la température de l'air ambiant ; T_s la température de la surface extérieure ; $T(t)$ la température du vin (uniforme mais lentement variable). On donne les valeurs numériques suivantes : λ conductivité thermique du verre ; H , d , et e les caractéristiques de la bouteille ; T_a ; $T(t = 0)$. Enfin, on se place en régime quasi-permanent et on suppose que la température dans le verre ne dépend spatialement que de r .

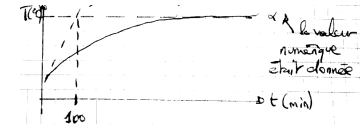


1. Exprimer le flux thermique Φ dans le verre. Que peut-on en dire ? Exprimer la résistance thermique de conduction du verre R_{cd} .

2. On considère un échange conducto-convectif avec l'air extérieur. Exprimer R_{cv} la résistance thermique de conducto-convection.

3. Quelle est la résistance thermique globale ? À l'aide de la figure ci-contre, en déduire la valeur de h .

[Examinateur neutre et silencieux, mais qui acquiesçait tout de même aux grandes étapes du raisonnement. L'idée était d'intuiter les valeurs numériques nécessaires.]



5 Centrale 19

Le fer le plus présent dans la nature est $^{56}_{26}Fe$. L'oxygène le plus présent dans la nature est $^{16}_8O$.

1. Donner la composition du noyau de ces atomes. Quelle est la différence entre deux isotopes du même atome ?

2. Donner la configuration électronique de ces deux atomes.

3. Un cristal donné est soit l'oxyde ferreux (ou wüstite) FeO ; soit l'oxyde ferrique Fe_2O_3 ; soit le tétraoxyde de trifer Fe_3O_4 . Il est tel que les ions oxyde O^{2-} forment une structure CFC et les ions fer occupent tous les sites octaédriques.

Représenter une maille du cristal. Déterminer sa formule. Déterminer son paramètre de maille, sa compacité et sa masse volumique. On donne $r(Fe^{2+}) = 76 pm$ et $r(O^{2-}) = 140 pm$.

4. Il restait une question dont je ne me souviens pas.

[Sans préparation. L'examinateur était déstabilisant limite hyperactif, il posait 10 questions annexes à la minute, sans forcément laisser le temps de répondre ni donner la réponse si on ne répondait pas du tac au tac. Ex : nom des deux nombres Z et A ? Pourquoi le nombre quantique ℓ est désigné par cette lettre ? ...]

6 Mines 19

Interférences entre N ondes monochromatiques de mêmes pulsations et amplitudes, avec déphasages en progression arithmétique. Représentation graphique.

[15 minutes de préparation. La discussion a dérivé sur les réseaux et l'examinatrice en a profité pour me demander la formule fondamentale des réseaux et sa démonstration.]

7 Mines 19

On se donne un solénoïde infini d'axe Oz avec n spires par unité de longueur, parcouru par un courant $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$. À l'intérieur est placé un pavé droit de conductivité γ , de dimensions $a \times b \times \ell$, avec la face $a \times b$ orthogonale à Oz .

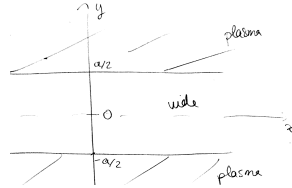
Quelle est la puissance moyenne dissipée par ce système ?

[Une fois l'exercice terminé, l'examinatrice m'a posé des questions sur le vecteur de Poynting (sens physique et formule, puissance rayonnée...)]

8 Centrale 19

On considère une onde électromagnétique qui se propage dans des plasmas éloignés d'une distance a . On cherche une solution pour le champ électrique sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E}(|y| \leq a/2) = E_0 \cos(\alpha y) e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_z \\ \vec{E}(|y| > a/2) = E_1 e^{-\beta|y|} e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_z \end{cases}$$



1. A-t-on des ondes planes dans les 3 zones distinctes ?

2. Dans le plasma, établir la relation $\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \frac{ne^2}{m} \vec{E}$, où n est la densité volumique d'électrons.

3. Établir l'équation de propagation dans le plasma. Rappeler celle dans le vide. On

introduira la pulsation plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m}}$.

4. Exprimer la relation entre k , α et β .

[Examinateur neutre qui me faisait revenir sur certains points quand il y avait une erreur. Il y avait d'autres questions que je n'ai pas eu le temps de traiter.]

9 Mines 19

Oscillateur mécanique ou électrique avec frottement fluide et excitation sinusoïdale. Étudier la réponse en vitesse ou en intensité. Résonance ?

10 Mines 19

On considère un interféromètre de Michelson, initialement placé à la teinte plate. La source utilisée est quasi-monochromatique, et on donne sa longueur d'onde $\lambda = 589 \text{ nm}$.

1. On veut se placer en lame d'air. Donner les conditions d'éclairage, d'observation, les réglages à faire, ...

2. On donnait une figure d'interférence caractéristique de franges circulaires, le cercle au milieu étant plutôt clair. Pour une focale $f' = 1 \text{ m}$ donnée, on pouvait mesurer les rayons des anneaux brillants successifs (7 cm ; 10 cm ; 12 cm ; 14 cm). Il fallait déterminer la distance e dont avait éloigné le miroir par rapport à la teinte plate.

[L'examinateur m'a posé énormément de questions par rapport à l'intérêt des grandeurs introduites... il était donc compliqué d'avancer rapidement dans l'exercice.]

11 X 19

On donne le diagramme potentiel- pH du manganèse, ainsi que les valeurs suivantes : $Z(\text{Mn}) = 25$; $M(\text{Mn}) = 55 \text{ g/mol}$; potentiels standards (en V) : $\text{MnO}_4^-/\text{MnO}_4^{2-}$ (0,56), $\text{MnO}_4^-/\text{MnO}_2$ (1,70), $\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$ (1,51), $\text{MnO}_2/\text{Mn}^{2+}$ (1,23), Mn^{2+}/Mn (-1,08), $\text{Mn}^{3+}/\text{Mn}^{2+}$ (1,54).

1. À quel groupe appartient le manganèse ? Quels sont ses degrés d'oxydation a priori possibles ? Quel composé chimique est le plus stable ? Donner les nombres d'oxydation du manganèse dans toutes les entités sur le diagramme.

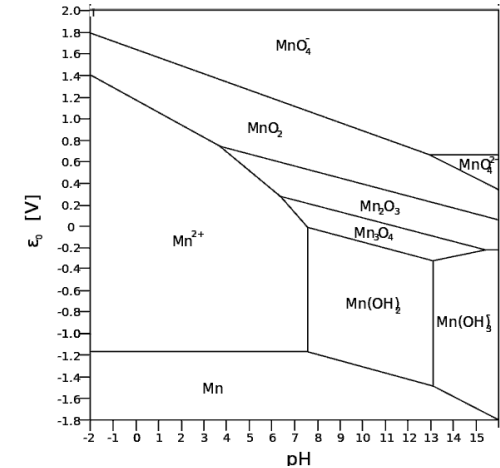
2. On suppose que l'oxyde de manganèse MnO cristallise de la même manière que NaCl . Calculer son paramètre de maille étant donnée sa masse volumique de 5370 kg/m^3 .

3. Le manganèse est-il stable dans l'eau pure ? Déterminer la concentration de tracé du diagramme potentiel- pH .

4. Déterminer le potentiel standard du couple $\text{Mn}_3\text{O}_4/\text{Mn}^{2+}$. Pourquoi Mn^{3+} n'apparaît pas sur le diagramme ?

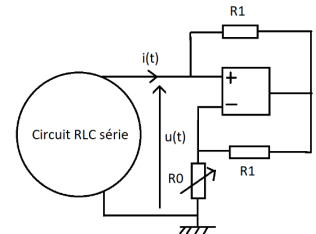
5. Calculer le produit de solubilité de $\text{Mn}(\text{OH})_2$.

6. Sur le diagramme, on note une pente positive pour le couple $\text{Mn}_3\text{O}_4/\text{Mn}(\text{OH})_3^-$. Expliquer.

**12 Centrale 19**

1. On s'intéresse à un circuit RLC série alimenté par un générateur délivrant une tension constante. A quelle condition sur R a-t-on un régime pseudo-harmonique en intensité ? Dans quel cas n'a-t-on pas d'amortissement ? Est-ce réalisable en pratique ?

2. On remplace le générateur par un dipôle contenant un ALI (Amplificateur Linéaire Idéal), caractérisé par $V_+ =$



V_- et des courants en entrée nuls. On suppose enfin que le condensateur est initialement chargé. Donner la caractéristique $u(t) = f(i(t))$ de ce dipôle, puis répondre aux mêmes questions que 1.

3. On place maintenant une résistance dynamique $R_n = du/di$. On la suppose constante autour de son point de fonctionnement, répondre aux mêmes questions que 1.

[Examineur sympa qui m'a fait remarquer des petites erreurs, il m'a posé des questions supplémentaires sur les amplis op et les caractéristiques de dipôles non-linéaires, notamment les transistors, ainsi que sur les bilans d'énergie. On est plusieurs à avoir eu cet exo.]

13 Centrale 19

1. On s'intéresse à l'élément Bismuth ($Z = 83$). Donner la configuration électronique du Bismuth ; à quelle catégorie appartient-il ? Dans la nature il s'associe avec des oxydes, donner la formule du dérivé du Bismuth présent dans la nature.

2. Un glaçon de Bismuth flotte dans du Bismuth liquide (dans leurs états standards, pression atmosphérique). Que peut-on en déduire pour le diagramme d'état ($P; T$) ? Quel composé se comporte de la sorte ?

3. ${}_{83}^{210}\text{Bi} \rightarrow {}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb}$. Décrire ces réactions.

4. On pose $N_0(\text{Bi})$ et $N_0(\text{Po})$ les quantités initiales de Bismuth et de Polonium, $T_1 = 5,02 \text{ jour}$ et $T_2 = 138 \text{ jour}$ les temps de demi-vie du Bismuth et du Polonium. À quel instant a-t-on un maximum de polonium ?

[Examineur sympathique qui pour la première question m'a demandé d'énoncer les lois utilisées pour le remplissage des couches, qui essayait de me faire comprendre mes erreurs et qui essayait de me guider.]

14 Centrale 19

1. Circuit RL série avec un générateur de tension E : on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$, donner l'expression de i en fonction du temps.

2. On ouvre l'interrupteur au bout d'un temps très long pris comme nouvelle origine des temps. Un arc électrique se forme aux bornes de l'interrupteur que l'on modélise par un dipôle d'équation $u = u_m + \frac{a}{b+i}$ (avec $u_m = 40 \text{ V}$; $a = 20 \text{ W}$; $b = 0,02 \text{ A}$).

Écrire les équations reliant E , i et u . Tracer u en fonction de i et la droite $y = E - Ri$ dans différents cas. Dans le cas où les graphes se coupent, ils se coupent en deux points : l'un est stable, le trouver et expliquer pourquoi. On souhaite couper le courant sur le circuit. Donner une valeur maximale de E pour laquelle c'est possible et la calculer.

3. Des graphes de i en fonction du temps étaient fournis pour $E = 1000 \text{ V}$; 1200 V ; 1500 V .

[L'examineur aidait beaucoup (et parlait peut être un peu trop notamment sur le point stable, il ne m'a pas laissé le temps de répondre et me posait des questions pour que je comprenne alors que j'avais compris).

Il posait aussi beaucoup de questions annexes : d'où vient $u = L di/dt$ et le nom des lois, pourquoi i est continu dans une bobine, le champ magnétique dans une bobine...]

15 Centrale 19

On règle un interféromètre de Michelson en lame d'air avec deux miroirs M et M' avec une source monochromatique de longueur d'onde λ .

1. Expliquer comment régler l'interféromètre en lame d'air, décrire l'appareil, les caractéristiques de la figure d'interférences (localisation...).

2. On rajoute une lame d'air L d'indice n et d'épaisseur e dans le bras du miroir M que l'on peut incliner d'un angle α . Expliquer qualitativement ce qui va se passer.

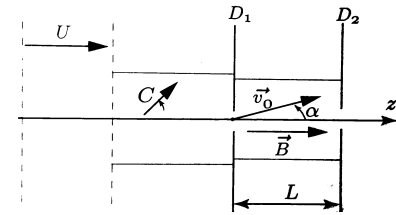
3. Donner la différence de marche en l'absence de la lame d'air L , puis en sa présence. On donne R et T les coefficients de réflexion et transmission en intensité de la lame de verre. Le passage air-verre s'accompagne d'un déphasage φ . On colle la lame d'air au miroir M avec un angle $\alpha = 0$. On admet que le coefficient complexe de réflexion en amplitude du système (lame+miroir) est $\rho = \frac{1 + \sqrt{R}e^{in\varphi}}{\sqrt{R} + e^{in\varphi}}$ où $\varphi = \frac{4\pi e}{\lambda}$.

4. Calculer le module et l'argument de ρ . Commenter. Cas particulier où $n \rightarrow 1$ et $R \rightarrow 1$ et $\varphi \rightarrow \pi/2$.

5. Démontrer l'expression de ρ .

16 ENS 19

Un faisceau d'électrons pénètre dans le dispositif schématisé ci-contre. Les électrons sont d'abord accélérés par une tension U , puis pénètrent dans une zone où un condensateur variable modifie aléatoirement leur direction mais pas la norme de leur vecteur vitesse v_0 .



À la sortie du diaphragme D_1 , la vitesse \vec{v}_0 d'un électron forme un angle α avec \vec{e}_x ; il pénètre alors dans un solénoïde qui génère un champ \vec{B} uniforme.

1. Rappeler les ordres de grandeur en unités SI de la charge et de la masse d'un électron.

2. Quel doit être le signe de U pour accélérer les électrons ?

3. En expliquant les hypothèses et approximations effectuées, donner la valeur littérale de v_0 .

4. À quelle condition sur U l'électron est-il non relativiste ? On donnera une condition littérale et une condition numérique.

5. En expliquant les hypothèses et approximations effectuées, établir l'expression de \vec{B} à l'intérieur du solénoïde.

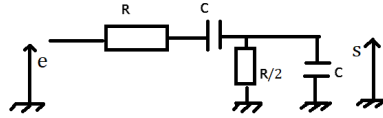
On se donne un repère orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, O étant à l'entrée du solénoïde au niveau de D_1 .

6. Établir les équations horaires $(x(t), y(t), z(t))$. Montrer que l'électron décrit un mouvement hélicoïdal dont on donnera le rayon R , la pulsation ω_c et le pas h en fonction des données.

7. Donner une condition pour que l'électron passe le diaphragme D_2 (on supposera α petit). Proposer une méthode pour déterminer e/m .

17 Mines 19

On considère le circuit ci-contre ($R = 1 \text{ k}\Omega$; $C = 225 \text{ nF}$), alimenté en entrée par $e(t) = E_1 \cos(\omega t) + E_3 \cos(3\omega t) + E_5 \cos(5\omega t)$, avec $E_1 = E_3 = E_5 = 5 \text{ V}$, et $f = \omega/2\pi = 333 \text{ Hz}$.



1. Déterminer la nature du filtre, tracer son diagramme de Bode, et calculer la(les) pulsation(s) de coupure à -3 dB .

2. Caractériser l'allure du signal d'entrée. En déduire l'expression du signal de sortie. Tracé ?

18 Centrale 19

1. Établir l'équation de propagation d'une onde plane progressive harmonique de pulsation ω , se propageant dans un métal de conductivité $\underline{\gamma}$ a priori complexe.

En déduire la relation de dispersion pour un champ donné par sa représentation complexe $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$.

2. Dans une plaque d'aluminium, on peut montrer que $\underline{\gamma}$ dépend de la pulsation selon

$$\underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1 + i\omega\tau} \quad \text{où } \gamma_0 \text{ et } \tau \text{ sont des constantes.}$$

Montrer que dans le domaine des ondes centimétriques, la conductivité peut être considérée comme réelle.

3. Pour une coque de téléphone en aluminium (d'épaisseur $e = 10 \mu\text{m}$), déterminer dans quelle mesure un champ incident peut traverser la coque.

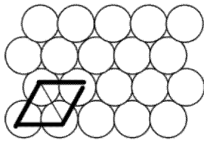
Données : $Z(\text{Al}) = 13$; $\rho(\text{Al}) = 2,7 \text{ g/cm}^3$; $M(\text{Al}) = 27 \text{ g/mol}$; $\gamma_0 = 20 \text{ MS/m}$.

19 Centrale 19

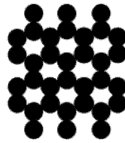
La chimie du bore est très riche. Cet élément peut s'associer à un grand nombre de métaux pour former des composés de stoechiométrie très variée : TiB_2 , V_3B_2 , Ni_4B_3 , CeB_4 , AsB_6 , BaB_{15} , ... mais aussi avec d'autres éléments comme l'azote pour donner des composés réfractaires résistant à de hautes températures.

- Avec des composés métalliques M : cristaux de la forme M_yB . Les atomes métalliques M forment un réseau cubique à face centrées dont les atomes de bore occupent des sites octaédriques (au minimum 1 site sur 2 et au maximum tous les sites).

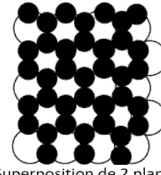
- Dans le borure de Zirconium, les atomes sont organisés suivant une alternance de plans compacts d'atomes de Zirconium où la figure de base est un losange, et de plans d'atomes de Bore où les atomes en contact avec trois autres atomes forment des hexagones réguliers. Dans les différentes structures les atomes sont assimilés à des sphères.



Atomes de Zr



Atomes de B



Superposition de 2 plans

Les rayons des atomes de Zirconium et de Bore (notés R_{Zr} et R_B) permettent un empilement où chaque atome de Bore se trouve au contact de 3 atomes de Zirconium du plan inférieur et de 3 atomes de Zirconium du plan supérieur (cf figure ci-dessus).

1. Dessiner les mailles des 2 structures cristallines et exprimer la population de chaque atome dans chaque cas. Retrouver la formule (valeur de y) dans le premier cas.

2. Exprimer la masse volumique de ZrB_2 (où $a = 330 \text{ pm}$ est la longueur du côté du losange). Même question pour M_yB .

3. Quelle est la compacité des 2 structures ?

Données : $M(\text{Zr}) = 91,2 \text{ g/mol}$; $M(\text{B}) = 10,8 \text{ g/mol}$; $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

20 X 19

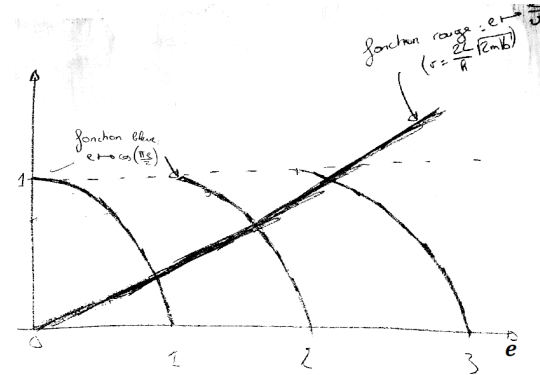
Propagation d'une onde transverse électrique selon \vec{e}_x dans un guide d'onde formé de deux plans ($z = 0$ et $z = a$) conducteurs parfaits. Le champ électrique cherché est de la forme $\vec{E} = f(z) \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$.

Déterminer la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique et commenter.

[Examinateur sympathique qui me donnait des petites indications, et qui m'a donné le résultat final (en m'épargnant la simplification de l'expression de la vitesse que j'avais obtenu) pour me permettre de la commenter.]

21 Centrale 19

On s'intéresse à une particule de masse m dans un puits de potentiel fini de hauteur V_0 et de largeur L (i.e. avec $V(x) = 0$ pour $|x| < L/2$ et $V(x) = V_0$ pour $|x| \geq L/2$). On dispose d'un script Python qui trace 2 courbes en fonction d'une variable e adimensionnée qui dépend de l'énergie E mais pas de V_0 . La première courbe (la courbe rouge) est la fonction e/v (où $v = \frac{2L}{h} \sqrt{2mV_0}$) et la deuxième (courbe bleue) est la fonction $\cos(\pi e/2)$ sur l'intervalle $[0, 1]$ et qui se répète (cf ci-dessus).



On cherche les niveaux d'énergie des états liés c'est-à-dire tels que $0 \leq E \leq V_0$.

1. On admet que les niveaux d'énergie solutions du problème sont les intersections entre les 2 courbes. À l'aide des informations extraites du script Python (mais retranscrites ci-dessus), déterminer N le nombre d'états liés en fonction de m , L , h et V_0 .

2. On suppose V_0 infini (puits de potentiel infini). Quels sont les niveaux d'énergie solution ? Commenter.

3. Obtenir une expression de e (valable pour toute valeur de V_0).

4. On suppose $v \ll 1$. Donner une expression approchée de $\frac{V_0 - E}{V_0}$. Commenter.

22 X 19

On étudie un tore de section S et de rayon R , supposé bien plus grand que le rayon de la section du tore. Il sera donc considéré comme une bouée de centre O , de rayon R et de section S . Il est constitué d'un matériau de capacité calorifique massique c , de conductivité thermique λ et de masse volumique ρ . On repère un point du tore par l'angle θ des coordonnées polaires de centre O .

- Établir l'équation de la chaleur dans le tore en fonction de l'angle θ .
- Vérifier que $T(\theta, t) = \frac{T_0 \ell}{2\sqrt{\pi Dt}} \exp\left(-\frac{R^2 \theta^2}{4Dt}\right)$ est solution de l'équation établie.

Pourquoi ne peut-elle pas être une solution réelle à ce problème ?

- On cherche maintenant une solution du type $T(\theta, t) = f(\theta)g(t)$. Donner la forme que peuvent prendre les fonctions f et g .
- Initialement, la moitié du tore est à la température T_0 et l'autre moitié à la température nulle. Donner alors la forme générale de la température dans le tore.

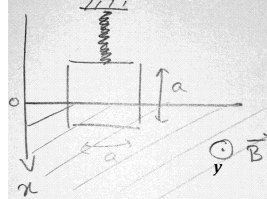
23 ENS 19

On considère une étoile contenant de l'hydrogène. La seule interaction prise en compte est l'interaction gravitationnelle. Évaluer la température de l'étoile.

[Examinatrice sympathique, mais qui me laissait proposer des pistes moi-même.]

24 Mines 19

On considère un cadre vertical conducteur, carré de côté a , de masse m et de résistance R , placé dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_y$ dans le plan $x \geq 0$, et suspendu à un ressort de raideur k . Quand le milieu du cadre se trouve à l'altitude 0, le système est à l'équilibre. À l'instant initial, l'altitude du centre du cadre est en $x = -a/2$ et il est lâché sans vitesse initiale. Étudier le mouvement du cadre.

**25** Mines 19

Un pendule pesant de masse m tourne autour d'un axe (Ax) . On note G son centre d'inertie, J son moment d'inertie par rapport à l'axe Ax et ℓ la distance AG . À quelle condition sur J la réaction de l'axe sur le pendule est-elle toujours colinéaire à \vec{AG} ?

26 Centrale 19

On étudie une luge glissant horizontalement sur deux rails sans frottements. En fin de parcours, la luge est ralentie par un freinage magnétique que l'on va étudier. On modélise alors la luge par un cadre rectangulaire $PQRS$ se déplaçant le long de l'axe Ox , le plan (yOz) étant situé à l'interface entre la zone de champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ (vertical, constant et uniforme) et le reste du parcours.

- Expliquer qualitativement le fonctionnement du freinage.

2. La luge est lancée avec une vitesse initiale v_0 . Exprimer la vitesse v de la luge en fonction de x . À quelle condition la luge s'arrête-t-elle ?

3. On considère enfin que la zone de champ magnétique a une extension ℓ selon Ox . Quelle vitesse aura la luge en sortant de la zone de freinage ?

27 Mines 19

États stationnaires d'une particule dans une marche de potentiel de hauteur V_0 . Cas d'une énergie $E < V_0$; évanescence.

28 CCP 19

On étudie un ours en hibernation, modélisé par une boule de rayon $R = 0,7 \text{ m}$. Sa fourrure d'épaisseur $e = 5 \text{ cm}$ est caractérisée par une conductivité thermique $\lambda = 0,01 \text{ W/K/m}$. L'ours a une température de 37°C et l'extérieur de 2°C . Enfin, on note P la puissance thermique perdue par l'ours pendant son hibernation.

1. Déterminer l'ordre de grandeur de la puissance perdue par l'ours en prenant en compte la résistance thermique.

2. Évaluer le flux sortant. Application numérique.

3. On a un phénomène de conducto-convection avec un coefficient $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$. La résistance thermique en est-elle modifiée ? Si oui de quelle manière ?

4. L'ours prend sur ses réserves pour garder son corps à 37°C : 1 g de lipide correspond à une valeur énergétique de 37 kJ . L'ours hibernant 4 mois, quelle est sa perte relative de masse ?

5. Écrire l'équation différentielle vérifiée par sa température T à partir du moment où il a épuisé toutes ses réserves.

29 Centrale 19

Données : masse de la terre M_t , rayon de la terre au niveau de la mer R_t , constante de la gravitation \mathcal{G} .

On considère un pendule simple qu'on lâche sans vitesse initiale à un angle θ_0 .

1. On se place en première approximation à un angle θ_0 suffisamment petit pour être dans l'approximation des petits angles. Déterminer la période propre du pendule. Montrer que le mouvement est plan.

2. On retourne au cas général. Calculer l'énergie mécanique du pendule en fonction de θ et $\dot{\theta}$, et en déduire une expression de $\dot{\theta}$. Montrer que la période du pendule s'écrit sous la forme $\int_0^{\theta_0} f(\theta) d\theta$. Compléter le script Python fourni en conséquence (il ne fallait que réécrire l'expression de f dans un script utilisant le module integrate de scipy). Déterminer l'erreur relative par rapport à la période calculée en 1. pour une amplitude $\theta_0 = 10^\circ$.

3. On cherche à mesurer l'intensité de la pesanteur grâce à un pendule.

Déterminer la variation relative $\Delta T/T_0$ en fonction de la variation Δg . Calculer la différence relative entre les périodes au niveau de la mer et au sommet de l'Everest.

4. La dernière partie traitait d'un pendule permettant effectivement de calculer g (il s'agissait du pendule de Kater).

30 Mines 19

On considère un point matériel M de masse m et un point O fixe. Le point M est soumis à l'unique force $\vec{F} = -\frac{k}{r^n} \vec{u}_r$ avec $\vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{OM}$, $r = OM$, $k > 0$ et $n \neq 1$.

1. Montrer que le mouvement est plan.

2. Montrer que la constante des aires et l'énergie mécanique sont des constantes du mouvement.

On suppose désormais que le mouvement est circulaire : $r = R$.

3. Calculer l'énergie mécanique E_m en fonction de k , r et n .

4. Calculer la constante des aires C en fonction de k , r , n et m .

On veut enfin savoir si la trajectoire circulaire est stable. On perturbe alors le rayon *i.e.* on pose $r = R(1 + \varepsilon)$, mais on suppose que la perturbation n'affecte pas la constante des aires.

5. Trouver l'équation différentielle vérifiée par $\varepsilon(t)$.

6. À quelles conditions la trajectoire est-elle circulaire ?

31 CCP 19

On se place dans un système de coordonnées cylindriques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ et on considère un cylindre infini creux, d'axe Oz . Le rayon interne (resp. externe) est noté a (resp. b). Le matériau conducteur situé entre $r = a$ et $r = b$ est parcouru par une densité de courant $\vec{j} = J\vec{e}_\theta$ uniforme.

1. On suppose que J est constant. Déterminer la forme du champ magnétique $\vec{B}(M)$ en un point M quelconque.

En supposant que la norme du champ vaut $\mu_0 J(b - a)$ sur l'axe du cylindre, donner l'expression de $\vec{B}(M)$.

2. La densité de courant dépend maintenant du temps. Déterminer la forme du champ électrique $\vec{E}(M; t)$ apparaissant dans le système.

Donner l'expression du champ électrique.

[Examinateur mutique. C'était à moi de gérer le temps.]

32 Mines 19

Une barre de section S , très longue, aux parois latérales athermanes, initialement à la température T_0 , a pour paramètres : c capacité thermique massique, λ conductivité thermique, ρ masse volumique. On pose $D = \frac{\lambda}{\rho c}$.

À $t = 0$, on fournit un incrément d'énergie ΔU au voisinage de $x = 0$, et on cherche la

température dans la barre sous la forme $T(x, t) = T_0 + \frac{\alpha}{t^p} \exp\left(-\frac{x^2}{qDt}\right)$.

Déterminer p et q (on admettra l'équation de diffusion sans terme source). Déterminer α en fonction de ΔU et D .

On donne $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$.

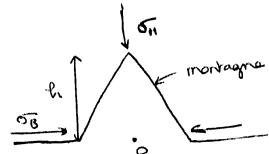
33 Mines 19

1. On considère que si au point O , $|\sigma_H - \sigma_B| \geq 3 \text{ kbar}$, alors la montagne s'effondre.

Calculer la hauteur maximale que peut atteindre une montagne sur Terre, puis sur Mars. Commenter.

On donne $M_t = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ et $R_t = 6400 \text{ km}$ pour la Terre ; $M_m = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ et $R_m = 3400 \text{ km}$ pour Mars.

2. Les astéroïdes peuvent être ovalisés ou ronds. Cependant, les astéroïdes ovalisés ne dépassent pas une certaine taille. Évaluer le rayon à partir duquel un astéroïde est forcément sphérique.



34 CCP 19

On considère une onde électromagnétique progressive plane et monochromatique se propageant dans le vide. La longueur d'onde associée est $\lambda_0 = 0,6 \mu\text{m}$. On sait que $E_z = 0$ et que $E_x = E_0 \exp\left(j\left(\frac{k}{3}(2x + 2y + z) - \omega t\right)\right)$ avec $E_0 = 1 \cdot 10^{14} \text{ V/m}$.

1. Calculer la fréquence f de l'onde.

2. Cette onde appartient-elle au domaine industriel, radio, optique ou gamma ?

3. Calculer k . Donner la formule du plan d'onde.

4. Calculer E_y en fonction de E_x et donner la relation de phase.

5. Calculer les coordonnées du champ magnétique en fonction de E_x .

6. Calculer la densité d'énergie électromagnétique.

[L'examinateur posait quelques questions pour me remettre sur les rails. Il restait encore 2 questions.]

35 Mines 19

1. Écrire les équations de Maxwell dans un bon conducteur pour $f < 10^{14} \text{ Hz}$.

2. On cherche une solution pour le champ électrique $\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - kz)} \vec{u}_x$.

L'onde est-elle plane ? progressive ? polarisée ? Donner la forme explicite de l'onde dans le bon conducteur.

3. Quelle est la structure de l'onde à l'extérieur du conducteur ?

4. Comment fonctionnent les fours à induction ?

[L'examinateur (sympathique) attendait clairement que je commente atténuation, propagation, dispersion. Tout ordre de grandeur était bienvenu.]

36 CCP 19

La géante gazeuse Saturne est entourée d'une multitude d'anneaux, de poussières et de débris, ainsi que de nombreux satellites naturels. On suppose dans toute la suite que les masses sont ponctuelles, les trajectoires circulaires et les mouvements uniformes.

1. Définir, par analogie avec le référentiel géocentrique, le référentiel "saturnocentrique" dans lequel l'étude sera menée.

2. Pour un satellite de Saturne donné, relier sa vitesse v , sa distance r au centre de la géante gazeuse, M_s la masse de celle-ci et G la constante de la gravitation. On justifiera toute simplification jugée pertinente.

3. Énoncer les lois de Kepler, et démontrer celle dite "des périodes". En déduire la masse de Saturne à l'aide des données ci-dessous.

satellite	révolution (jours)	rayon orbite ($10^3 km$)
Janus	0,695	151,5
Mimas	0,942	185,5
Encelade	1,370	238,0
Titan	15,95	1222

[L'examinateur n'a quasiment pas parlé...]

37 Mines 19

En été, une bouteille d'eau est entourée d'une mousse de conductivité thermique $\lambda = 0,1 W.m^{-1}.K^{-1}$ et d'épaisseur $e = 0,7 cm$. Commenter ce choix.

[Examinateur sympa qui précisait ce qui était demandé si nécessaire, et qui demandait beaucoup d'ordres de grandeur.]

38 Centrale 19

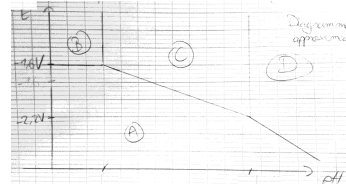
1. Donner la structure électronique de l'aluminium. Quel est l'ion le plus stable formé par l'aluminium ?

2. Déterminer les 4 espèces présentes sur le diagramme. L'aluminium est-il stable dans l'eau ?

3. Au contact de l'eau ou de l'air, l'aluminium forme de l'alumine. Déterminer les deux équations de réaction. Décrire le phénomène de passivation.

4. Déterminer les pentes des différentes frontières sur le diagramme. Quelles informations sont apportées par les frontières verticales ?

[Sans préparation. Le numéro atomique de l'aluminium n'était pas fourni, ni la formule de l'alumine.]

**39** CCP 19

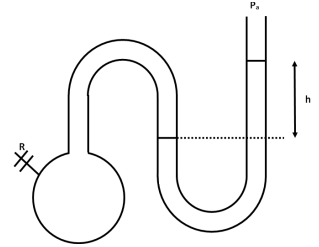
On effectue une dilatation d'un gaz parfait à pression initiale P_0 et température initiale T_0 de deux manières différentes :

- Transformation adiabatique réversible (γ constant) ;
- Transformation isotherme.

1. Dessiner les deux transformations dans le plan de Clapeyron $P = f(V)$.

2. Montrer qu'il existe un point du diagramme où le rapport des pentes de l'isotherme et de l'adiabatique réversible est égale à γ .

On prend à présent un ballon rempli d'un gaz parfait à la pression P et la température T_0 . Ce ballon est relié par un robinet (R) à un tuyau (voir schéma) dans lequel réside un liquide dont on peut mesurer la différence de hauteur $h = h_0 > 0$ avant d'ouvrir le robinet. À l'extérieur, la pression est celle de l'atmosphère P_a . On définit $\Delta P = P - P_a$ strictement positif avant d'ouvrir le robinet.



À $t = 0$ on ouvre rapidement le robinet (perte de masse négligeable). Il se produit une transformation adiabatique réversible et la hauteur h devient $h_1 = 0$.

Ensuite, la température du gaz parfait revient à la température initiale T_0 et la hauteur remonte en h_2 .

3. Dessiner les transformations subies par le gaz parfait.

4. On considère que les variations de pression et de volume sont faibles. Relier h_0 et h_2 à γ .

5. Application numérique. Calculer γ sachant que $h_0 = 2,6 cm$ et que $h_2 = 1,6 cm$.

40 Centrale 19

1. Relation de Clapeyron

Donner l'expression de dG pour un système isolé.

On considère deux phases a et b d'un corps pur. On note $\Delta_{a \rightarrow b} X$ la grandeur molaire associée à X pour le changement d'état $a \rightarrow b$, avec $X = H, S, V$. Donner une condition d'équilibre, et établir une relation entre $\Delta_{a \rightarrow b} S$ et $\Delta_{a \rightarrow b} H$.

En déduire l'expression de $\frac{dP}{dT}$ en fonction notamment de $\Delta_{a \rightarrow b} H$ et $\Delta_{a \rightarrow b} V$.

Tracer l'allure du diagramme $P = f(T)$ pour le corps pur, et identifier les phases solide, liquide et gaz.

2. Point triple

Donner sa définition. On donne pour l'eau $M_{eau} = 18 g/mol$, $V_{m,l} = 1.10^{-3} m^3/kg$, $V_{m,s} = 1,09.10^{-3} m^3/kg$, ainsi que les valeurs d'équilibre entre solide et gaz :

$T^\circ C$	0	-5	-10
$P(Pa)$	618	401	300

Donner la pression au point triple.

3. Calorimétrie

On introduit $50 g$ de glaçon à $0^\circ C$ dans $200 g$ d'eau liquide à $25^\circ C$. La température finale est de $17,5^\circ C$. En déduire l'enthalpie molaire de sublimation de l'eau. [Examinateur bienveillant, qui pose des questions lorsqu'il y a une faute au tableau. Il restait 2 questions que je n'ai pas eu le temps de lire ni de traiter.]

41 Mines 19

On considère un cylindre de masse m et de rayon R , calé dans un coin (mur et sol). Le mur et le sol ont tous les 2 un coefficient de frottement f avec le cylindre.

On suppose qu'à l'instant initial, le cylindre tourne autour de son centre de masse G à une vitesse angulaire ω_0 orientée "vers le mur".

Calculer le nombre N de tours que fera le cylindre avant de s'arrêter.

[Examineur très sympathique qui cherchait à instaurer un dialogue (sur des thèmes directement liés au sujet), même s'il n'a donné aucune indication sur la résolution du problème.]

42 Centrale 19

1. Pourquoi ne ressent-on pas de brûlure quand on met la main sur une plaque à induction ? Parlez moi d'inertie thermique.

2. On modélise le fond d'une casserole par un cylindre d'axe Oz , de rayon R , de hauteur $e \ll R$, de conductivité électrique γ et de perméabilité magnétique μ_r . Ce système est soumis à un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$. Déterminer le champ électrique et la densité volumique de courant induits dans ce système.

3. En déduire l'expression de la puissance moyenne dissipée. Commenter.

4. On prend maintenant en compte le champ magnétique induit par le courant. Pour cela, on donne le champ magnétique créé en son centre par une spire de centre O , d'axe Oz , de rayon a et parcourue par un courant i : $\vec{B}(O) = \frac{\mu_0 i}{2a} \vec{e}_z$

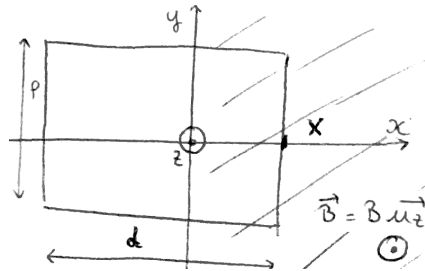
Calculer le champ total induit par le fond de casserole en son centre.

5. Évaluer dans quel cas le champ magnétique induit est négligeable devant le champ magnétique inducteur. On pourra introduire l'épaisseur de peau (à redéfinir).

[Sans préparation. Examineur plutôt sympathique, qui aidait au bon moment, et me fournissait les applications numériques (même si les données numériques étaient fournies). Ne pas oublier de prendre en compte la perméabilité magnétique du fond de casserole.]

43 Mines 19

Un champ uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$ règne dans la zone $x > 0$. Un cadre conducteur rectangulaire, de dimensions $\ell \times d$ possède une résistance R , une auto-inductance L et une masse m . Son extrémité droite est repéré par X , et on le lance depuis la zone sans champ ($x < 0$) avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$.



1. Déterminer l'équation du mouvement.
2. Résoudre dans le cas où $R = 0$.
3. Résoudre dans le cas où $L = 0$.

[Il y avait une question de cours pour finir : trous d'Young avec source à distance finie et observation à grande distance ; influence d'une source étendue.]

44 Mines 19

On modélise un mammifère marin par une sphère de centre O et de rayon R , dans un milieu de température $T_0 = 20^\circ\text{C}$ à grande distance et de conductivité thermique λ .

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T dans ce milieu. La résoudre en régime stationnaire.

2. Le métabolisme du mammifère dégage une puissance volumique p . Déterminer la valeur de p pour avoir une température cutanée $T_c = T(r = R)$ de 30°C dans l'air ($\lambda_r = 5 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) ; dans l'eau ($\lambda_o = 500 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$).

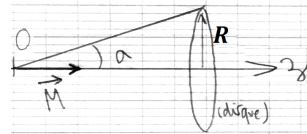
3. Pourquoi n'existe-t-il pas de petit mammifère marin ?

45 Mines 19

On considère une sphère de masse m , de centre O et de rayon a , chargée uniformément en surface (σ). On place un moment magnétique (*i.e.* une boucle de courant) $\vec{M} = M\vec{e}_z$ au point O .

On donne le flux magnétique créé à travers un disque de rayon R et vu sous un angle α : $\Phi = \frac{\mu_0 M}{2R} \sin^3 \alpha$. On donne

$J = \frac{2}{5} ma^2$ le moment d'inertie de la sphère de rayon a par rapport à l'axe Oz .



1. Justifier qualitativement que l'extinction progressive du moment magnétique peut mettre la sphère en mouvement.

2. Énoncer l'équation de Maxwell-Faraday sous forme locale, puis intégrale. En déduire le champ électrique $\vec{E}(P)$ induit par le moment magnétique \vec{M} en un point P .

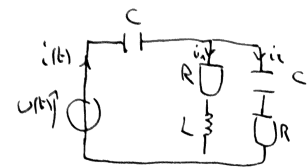
3. Calculer Γ le moment des forces électriques selon Oz .

4. Calculer la vitesse de rotation finale ω_f lorsque le moment magnétique est de norme minimale M_0 .

[Examineur neutre qui donnait des indications lorsque j'étais bloqué. Il m'a fourni $\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3}$.]

46 CCP 19

Dans le circuit ci-contre, on choisit $R = L\omega = \frac{1}{C\omega} = 10 \Omega$, et la tension d'alimentation vaut $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t)$ avec $U = 20 \text{ V}$.



1. Exprimer les représentations complexes des courants i_1 , i_2 et i_3 en fonction de \underline{u} .
2. Application numérique.
3. Le courant i est-il en avance ou en retard par rapport à la tension u ? Quelle est alors la nature du circuit ?