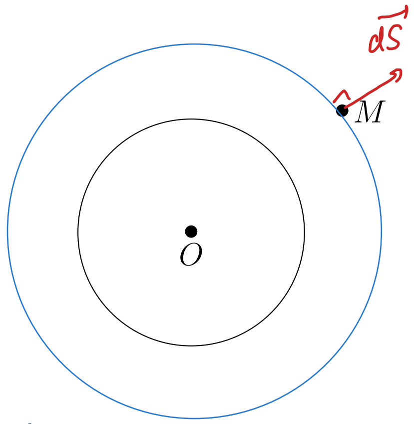
Électromagnétisme

Chapitre 2 - Exemples de calculs de champ électrostatique

I. Sphère

Boule de rayon R, uniformément chargée (ρ_0)



Symétrie : tous les plans contenant (OM) sont des plans de symétrie

$$\Rightarrow \vec{E}(M) = E(M)\,\vec{u_r}$$

Invariances : la distribution est invariante par toute rotation de centre O

$$\Rightarrow E(M) = E(r, \cancel{\theta}, \cancel{\varphi})$$

Rq : on parle de symétrie sphérique

Finalement : $\vec{E}(M) = E(r)\,\vec{u_r}$

$\mathcal{S}$ = sphère de centre O passant par M

Théorème de Gauss :

$$\boxed{\oint_{\mathcal{S}} \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}}$$

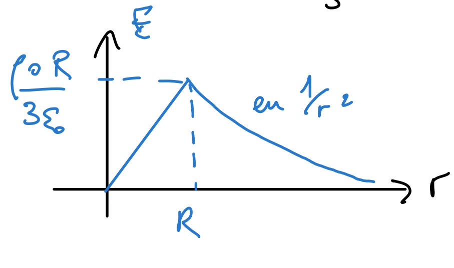
$$\Rightarrow \iint_{\mathcal{S}} \underbrace{E(r)}_{\text{ne varie pas sur } \mathcal{S}}\vec{u_r}\cdot dS\,\vec{u_r} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

soit $E(r)\cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Si $r \geq R$: $Q_{int} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho_0 = Q_{tot}$ | $E(r) = \dfrac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

→ vu de l'extérieur le champ est identique à celui créé par une charge ponctuelle Q_{tot} en O.

Si $r \leq R$: $Q_{int} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 \rho_0$ | $E(r) = \dfrac{\rho_0}{3\varepsilon_0} r$

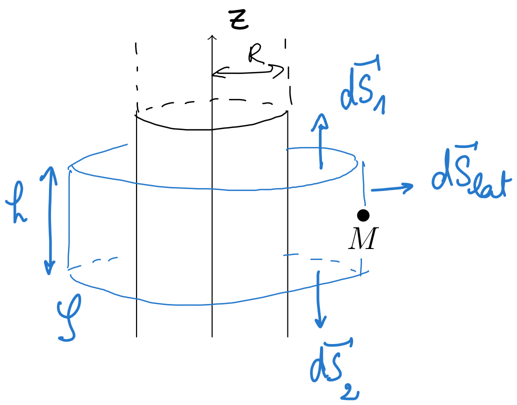


Le champ est continu en $r = R$.

II. Cylindre infini

= hauteur H très grande par rapport à r

- rayon R
- ρ_0 uniforme



<u>Symétrie</u> : le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ contenant (Oz) et M et le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ perpendiculaire à (Oz) passant par M sont des plans de symétrie

$$\Rightarrow \quad \vec{E}(M) = E(M)\,\vec{u}_r$$

<u>Invariances</u> : la distribution est invariante par translation suivant (Oz) et par rotation autour de (Oz)

$$\Rightarrow \quad E(M) = E(r, \cancel{\theta}, \cancel{z})$$

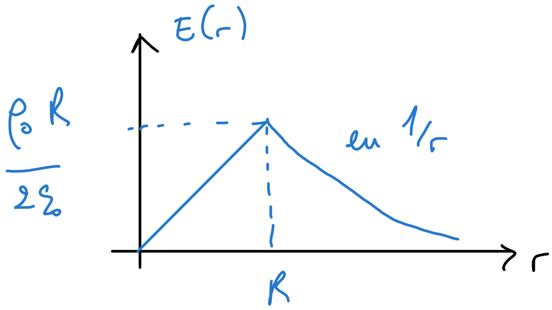
Finalement : $\vec{E}(M) = E(r)\,\vec{u}_r$

<u>Théorème de Gauss</u> : $\displaystyle\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$$\underbrace{\iint_{\text{base 1}} \vec{E}\cdot d\vec{S}_1}_{0 \text{ car } \vec{E}\perp d\vec{S}_1} + \underbrace{\iint_{\text{base 2}} \vec{E}\cdot d\vec{S}_2}_{0} + \underbrace{\iint_{\text{surface latérale}} \vec{E}\cdot d\vec{S}_{lat}}_{2\pi r h\, E(r)} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

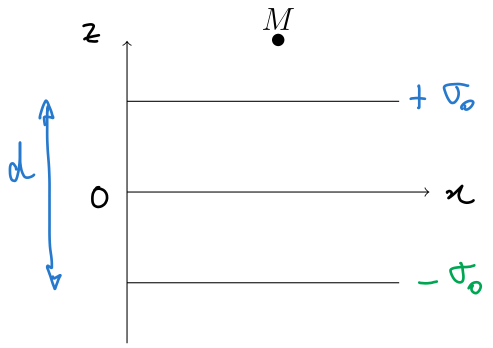
<u>1er cas</u> : $r \geq R$ $\quad Q_{int} = \pi R^2 h \rho_0$ $\quad \Big| \quad E(r) = \dfrac{R^2 \rho_0}{2\varepsilon_0 r}$

<u>2e cas</u> : $r \leq R$ $\quad Q_{int} = \pi r^2 h \rho_0$ $\quad \Big| \quad E(r) = \dfrac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}$



Continuité de E(r) en R

III. Condensateur

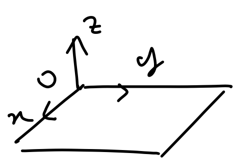


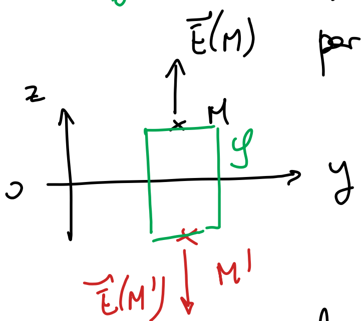
→ 2 armatures parallèles de surface S distantes de d

→ on néglige les effets de bord
↳ surfaces "infinies"

Méthode : théorème de superposition

→ on considère d'abord un plan ∞ (Oxy) portant σ uniforme





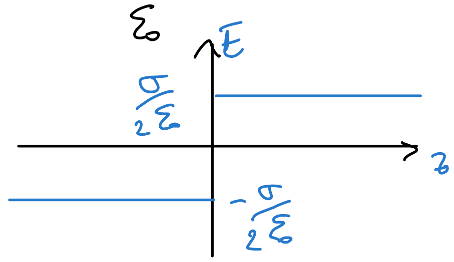
Invariances et symétrie : $\vec{E}(M) = E(z)\,\vec{u_z}$

On remarque de plus que le plan (Oxy) est un plan de symétrie de la distribution ⇒ $\vec{E}(M') = -\vec{E}(M)$

$\mathcal{S}$ = cylindre de hauteur 2z (avec z > 0) passant par M et M' de base S.

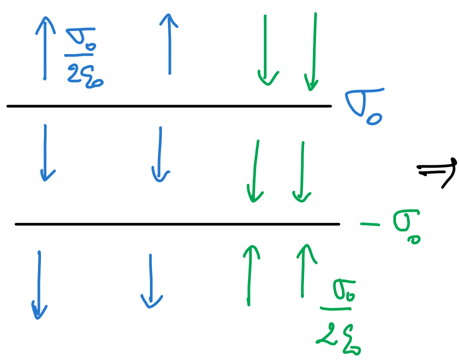
Théorème de Gauss $\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ ⇒ $2 \times E(z)\,S = \dfrac{S\sigma}{\varepsilon_0}$

soit $\boxed{E(z) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$

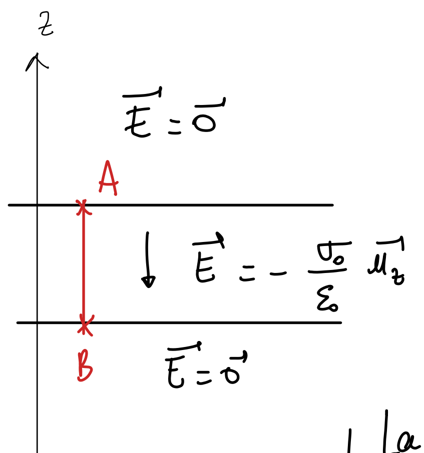


Discontinuité de E(z) en z = 0

Retour au condensateur :



⇒



Le champ est nul à l'extérieur et uniforme entre les armatures

$u_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}$ ⇒ $u_{AB} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\,d = \dfrac{Q}{S}\,\dfrac{d}{\varepsilon_0}$

La capacité du condensateur s'écrit $\boxed{C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}}$ ✗

→ ε_0 s'exprime en $F.m^{-1}$

Exercice : les condensateurs à diélectrique plastique

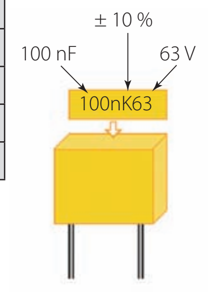
Les condensateurs non polarisés

À diélectrique plastique

Ils sont constitués d'un bobinage de feuilles d'aluminium séparées par un ou plusieurs films plastiques (polystyrène, polyester, polypropylène), ce qui permet d'avoir une surface en regard importante 16. La feuille d'aluminium peut être remplacée par une feuille de plastique vaporisée d'une fine couche de ce métal ; on classera alors ces condensateurs dans la catégorie à diélectrique plastique métallisé. Ces derniers sont souvent réalisés par empilage en alternant feuilles métallisées et feuilles non métallisées 17. Les condensateurs à diélectrique polyester sont les plus courants. On réserve ces condensateurs à des usages ne demandant pas une grande précision. Les condensateurs à diélectrique polycarbonate permettent une bonne précision, et les valeurs de leurs capacités évoluent peu avec la température.

La figure 18 montre différents modèles commercialisés, que l'on pourra identifier sur les cartes à câblage imprimé.

Marquage	Valeur	Tolérance		Tension de service
3p3	3,3 pF	F	1 %	en clair
33p	33 pF	G	2 %	
330p	330 pF	H	2,5 %	
n33	330 pF	J	5 %	
33n	33 nF	K	10 %	
330n	330 nF	M	20 %	
µ330	330 nF			
3µ3	3,3 µF			
33µ	33 µF			



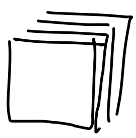
22 **Le marquage des condensateurs MKT (polyester)**

FIGURE 1 – En TP, nous utiliserons des condensateurs à diélectrique plastique (les armatures en aluminium sont ici séparées par du polyester). Sur l'exemple, la tension maximale supportée par le condensateur est de 63 V. *Le condensateur dans tous ses schémas - Francisco Camacho - Technologie Janvier - Février 2014.*

On donne la permittivité relative du polyester : $\varepsilon_r = 3$, ainsi que la permittivité du vide : $\varepsilon_o = 8,85.10^{-12}\mathrm{F.m^{-1}}$. On considère que le champ disruptif du polyester est environ 5 fois plus fort que celui de l'air (36000V/cm). Déduire de ces informations, un ordre de grandeur des paramètres géométriques du condensateur de 100nF de la figure 1.

champ pour lequel le polyester devient conducteur

idée :



N feuilles de surface S distantes de d

$$E_{max} = \frac{U_{max}}{d} \Rightarrow d = \frac{63}{5 \times 3,6 \cdot 10^6} \sim 4\ \mu m$$

$$C = N\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \Rightarrow N S = \frac{10^{-7} \times 4.10^{-6}}{3 \times 9\ 10^{-12}} = 0,14\ m^2$$

$d.N.S$ = volume du condensateur $\Rightarrow V \sim 6.10^{-7}\ m^3$

Odg : $\underbrace{1\,cm^2}_{\text{surface}} \times \underbrace{1\,mm}_{\text{épaisseur}} = 10^{-7}\ m^3$ cohérant.