

## 1.1 — TRANSFORMATION D'UN GAZ PARFAIT



► **Notions abordées** : thermodynamique (équilibre, gaz parfaits, 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> principes, diagrammes).

On étudie un cylindre calorifugé contenant  $n$  moles de gaz parfait. Initialement, le gaz est à la pression  $p_0$  et occupe un volume  $V_0$ . On pose  $\gamma = C_p/C_v$  et on rappelle les formules de l'entropie d'un gaz parfait, en fonction de  $P$ ,  $V$  et  $T$  :

$$\Delta S = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0} = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{P}{P_0} = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{P}{P_0} + \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln \frac{V}{V_0}$$

1. Une transformation réversible permet d'atteindre la pression  $p_1$ . Calculer le volume final  $V_2$  en fonction de  $p_0$ ,  $p_1$  et  $\gamma$ .

2. Démontrer la relation de Mayer :  $C_p - C_v = nR$ .

3. On revient à la situation initiale. La pression extérieure reste constante et égale à  $p_1 > p_0$ . On relâche brusquement le piston. Déterminer l'expression de la fonction  $f$  telle que le volume final s'écrive :

$$V_1 = \frac{V_0}{\gamma} f(p_0, p_1, \gamma)$$

4. À l'aide d'un bilan entropique, comparer  $V_1$  et  $V_2$ .

5. Représenter les deux situations dans un diagramme de Clapeyron.

## 1.2 — APPAREIL PHOTOGRAPHIQUE



► **Notions abordées** : optique (rayons lumineux, objet/image, conjugaison).

On donne les relations de conjugaison :  $\frac{1}{OA_i} - \frac{1}{OA_o} = \frac{1}{f'}$  et  $\overline{F_o A_o} \times \overline{F_i A_i} = -f'^2$ .

On donne également la relation de grandissement  $\gamma = \frac{\overline{A_i B_i}}{\overline{A_o B_o}} = \frac{\overline{OA_i}}{\overline{OA_o}}$ .

On considère un appareil photo composé d'un objectif et d'un film. Cet objectif est modélisé par une lentille ( $\mathcal{L}$ ) de distance focale  $\overline{OF_i} = f_i = 75$  mm. On peut déplacer l'objectif par rapport au film fixe.

1. On observe l'objet  $A_o B_o$  très éloigné de l'objectif. Préciser la distance à laquelle doit être placé le film par rapport à l'objectif.

2. Tracer l'image  $\overline{A_i B_i}$  de cet objet.

3. On pointe l'objectif sur un objet de 60 m situé à 3 km. Déterminer la taille de l'image sur le film.

4. Établir les caractéristiques de la lentille qu'il faudrait pour obtenir une image 2 fois plus grande.

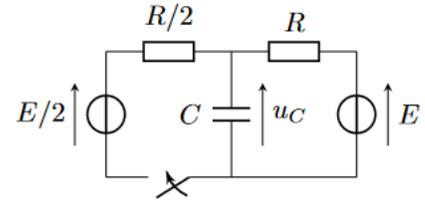
5. On définit le tirage de l'objectif  $d = \overline{F_i A_i}$ . Déterminer sa valeur maximale pour la lentille ( $\mathcal{L}$ ) lorsqu'on peut mettre au point un objet situé entre 1,40 m et l'infini.

### 1.3 — CONDENSATEUR ALIMENTÉ PAR DEUX GÉNÉRATEURS



► **Notions abordées** : électronique (lois de Kirchhoff, circuits d'ordre 1 et 2, effet Joule).

On considère le montage ci-contre, où le condensateur est alimenté par deux générateurs. L'interrupteur est fermé à  $t = 0$ .



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u_C(t)$ . On précisera la valeur du temps caractéristique  $\tau$  en fonction des données.

2. Résoudre cette équation différentielle pour  $t > 0$ .

3. Déterminer l'instant  $t_1$  à partir duquel la valeur finale est atteinte à 1% près.

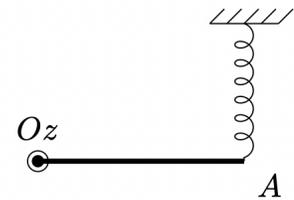
4. Exprimer la puissance totale dissipée  $P(t)$  par effet Joule dans les conducteurs ohmiques. Calculer  $P_\infty$ , la valeur de la puissance dissipée en régime permanent. Interpréter sa valeur.

### 1.4 — BARRE FIXÉE À SES EXTRÉMITÉS



► **Notions abordées** : mécanique (moment de force, moment cinétique, énergie mécanique).

Considérons le système mécanique représenté ci-contre, constitué d'une barre de masse  $m$ , de longueur  $OA = 2a$ , libre de tourner sans frottement autour de l'axe  $Oz$ . Son moment d'inertie par rapport à cet axe vaut  $I_z = 3ma^2/4$ . La barre est attachée en  $A$  à un ressort de longueur à vide  $\ell_0$  et de raideur  $k$ . L'autre extrémité du ressort est fixe.



1. Dans la position d'équilibre, la barre est horizontale et le ressort vertical. Donner la longueur du ressort à l'équilibre en fonction de  $k$  et de  $\ell_0$ .

2. La barre est légèrement écartée de sa position d'équilibre puis lâchée sans vitesse initiale. Déterminer la période des petites oscillations. Comme les angles sont très petits, on peut considérer que le point  $A$  se déplace verticalement.

### 1.5 — DERNIER CONTACT



► **Notions abordées** : mécanique (moment cinétique, force centrale, énergie potentielle effective).

1. On considère un trou noir de masse  $M_0 = 10^{37}$  kg dont le rayon  $R_0$  correspond à la distance au-delà de laquelle la vitesse de libération est inférieure à la célérité de la lumière. Déterminer  $R_0$ .

2. On considère une étoile de masse  $M_*$  et de rayon  $R$  qui est située à grande distance (notée  $r$ ) du trou noir et suit une trajectoire parabolique. L'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle avec le trou noir s'exprime  $E_p = \frac{GM_0M_*}{R_0 - r}$  pour  $r > R_0$  et  $E_p = -\infty$  sinon. L'étoile possède un moment cinétique massique par rapport au centre du trou noir de norme  $L = 10^{23}$  cm<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>. Déterminer si l'étoile entre en contact ou non avec le trou noir.