

Conversion analogique-numérique :**□ Exercice 2.1. Enregistrement audio d'un concert ★ (échantillonnage)**

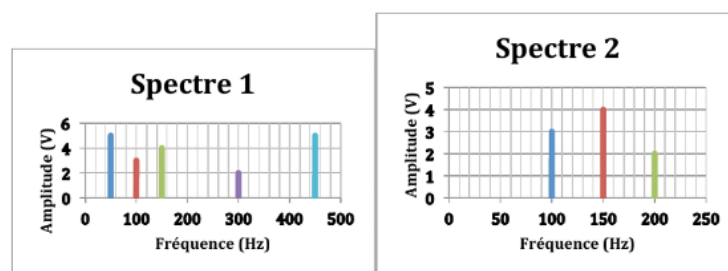
On souhaite procéder à l'enregistrement d'un concert, d'une durée $T = 60$ min, dans un format numérique sans compression (WAV par exemple). La fréquence d'échantillonnage choisie est $f_e = 44\,100$ Hz, et les valeurs sont enregistrées en stéréo sur un format 16 bit.

1. Quelles sont les fréquences minimales et maximales théoriques enregistrées dans ces conditions ? Pourquoi un tel choix de fréquence d'échantillonnage ?
2. Quelle taille mémoire doit-on prévoir pour ce stockage ?

□ Exercice 2.2. Échantillonnage et spectre ★ (échantillonnage, repliement de spectre)

Un expérimentateur réalise des mesures qui sont ensuite échantillonnées avec deux fréquences d'échantillonnage $f_{e1} = 1$ kHz et $f_{e2} = 500$ Hz.

On donne les spectres en amplitude obtenus après échantillonnage pour les deux fréquences : spectre 1 pour f_{e1} et spectre 2 pour f_{e2} .



On suppose que le critère de Nyquist-Shannon est vérifié pour l'échantillonnage à la fréquence d'échantillonnage $f_{e1} = 1$ kHz.

1. Est-il vérifié pour l'échantillonnage à la fréquence $f_{e2} = 500$ Hz ?
2. Expliquer le spectre 2 obtenu.

□ Exercice 2.3. Effets stroboscopiques ★★ (spectre d'un signal échantillonné)

Un disque est mis en rotation avec une période T fixée. Il est éclairé périodiquement par un stroboscope, une lampe qui émet des flashes lumineux avec une période T' réglable. Un repère est dessiné sur le disque tournant, voir figure 1, dont on étudie le mouvement apparent sous l'effet des flashes.



Figure 1 – Mouvement stroboscopique. Gauche : QR-code vers une vidéo de l'expérience (scanner ou cliquer). Droite : dispositif expérimental.

1. Préciser l'analogie avec l'acquisition numérique : quel est le signal analogique ? le signal échantillonné ? la fréquence d'échantillonnage ?
2. Comment choisir T' pour observer fidèlement le mouvement du repère ?
3. Qu'observe-t-on si $T' = T$? Interpréter en termes fréquentiels.
4. Si T' est légèrement supérieure à T , le repère semble tourner beaucoup plus lentement. Interpréter par un raisonnement dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel.
5. Si T' est légèrement inférieure à T , le repère semble tourner beaucoup plus lentement mais en sens inverse à celui du mouvement réel. Interpréter par un raisonnement dans le domaine temporel puis dans le domaine fréquentiel.
6. Application : pourquoi les roues des voitures semblent-elles parfois tourner à l'envers dans les films ou les publicités ?

Filtrage numérique :

□ Exercice 2.4. Filtre passe-haut numérique ★★ (méthode d'Euler, filtrage numérique)

On étudie la réalisation d'un filtre numérique passe-haut du premier ordre par la méthode d'Euler.

1. On note $\underline{e}$ et $\underline{s}$ les grandeurs complexes associées au signal d'entrée et au signal de sortie. On raisonne en régime harmonique. Rappeler la forme complexe de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du filtre passe-haut sachant que sa constante de temps caractéristique est notée τ .
2. En déduire l'équation différentielle qui lie entrée et sortie pour un régime temporel d'évolution quelconque.
3. Écrire l'équation récurrente associée l'équation différentielle de ce filtre passe-haut.

On choisit $N = 1000$ points, $T_e = 5 \times 10^{-3}$ s (donc une durée totale du signal $D = NT_e = 5$ s) et $\omega_c = \frac{1}{\tau} = 2\pi, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (soit une fréquence de coupure $f_c = 1$ Hz).

4. Compléter le script Python ci-dessous permettant d'observer la réponse de ce filtre au signal $e_p(t)$ somme d'une sinusoïde à la fréquence 0.2 Hz et d'une sinusoïde à la fréquence 5 Hz :

```
ei = np.cos(2*np.pi*0.2*t) + np.cos(2*np.pi*5*t)
```

Commenter le graphique obtenu. Faire varier ω_c pour un meilleur résultat.

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from math import pi
4
5 # Paramètres
6 N = 1000
7 Te = 5.0 / N          # = 0.005 s
8 t = np.arange(N) * Te # vecteur temps
9
10 # Signal d'entrée : somme de deux sinusoïdes (0.2 Hz et 5 Hz)
11 ei = np.cos(2*np.pi*0.2*t) + np.cos(2*np.pi*5*t)
12
13 # Filtre passe-haut du 1er ordre
14 wc = 2*pi             # pulsation de coupure (rad/s) -> fc = 1 Hz
15 tau = 1.0 / wc
16 a = Te / tau
17
18 # Initialisation de la sortie
19 si = np.zeros(N)
20
21 # Réponse du filtre (discrétisation Euler avant)
22 for i in range(N-1):
23
24
25 # Affichage
26 plt.figure(figsize=(9,4))
27 plt.plot(t, ei, label='e_i(t) : entrée')
28 plt.plot(t, si, label='s_i(t) : sortie')
29 plt.xlabel('temps (s)')
30 plt.title("Réponse du filtre passe-haut au signal e_i(t)")
31 plt.legend()
32 plt.grid(True)
33 plt.show()
```

5. Modifier le script Python ci-dessus permettant d'observer la réponse $s_i(t)$ du filtre à un échelon de tension $e_i(t)$ imposé en entrée :

```
ei=[0 if k==0 else 1 for k in range N)]
```

Commenter le graphique obtenu.