# EM1 - Électrostatique

## Table des matières

**Introduction** **1**

**I. Champ électrostatique** **2**
1. Rappels sur la charge électrique . . . 2
2. Loi de Coulomb : Force électrostatique entre deux charges ponctuelles fixes . . . 2
3. Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle . . . 2
4. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles . . . 2
5. Ordre de grandeur de champs électrique . . . 2

**II. Distributions de charge** **2**
1. Distribution volumique de charge . . . 2
2. Distributions surfaciques et linéiques . . . 3

**III. Potentiel électrostatique** **4**
1. Outils mathématiques . . . 4
2. Potentiel électrostatique pour une charge ponctuelle . . . 5
3. Du potentiel électrostatique au champ électrostatique . . . 5
4. Potentiel électrostatique et énergie électrostatique . . . 5

**IV. Cartes de champ et de potentiel** **6**
1. Définitions . . . 6
2. Position relative des équipotentielles et des lignes de champ . . . 6

**V. Théorème de Gauss** **7**
1. Principe de Curie . . . 7
2. Plan de symétrie de la distribution de charge et conséquence sur le champ électrostatique . . . 7
3. Plan d'antisymétrie de la distribution de charge et conséquence sur le champ électrostatique . . . 8
4. Invariances de la distribution de charge . . . 9
5. Application du théorème de Gauss . . . 9
6. Le condensateur plan . . . 10
7. Analogie électrostatique – gravitation . . . 11

**VI. Le dipôle électrostatique** **11**
1. Définitions . . . 11
2. Potentiel électrostatique créé par un dipôle . . . 11
3. Calcul du champ électrique créé par un dipôle électrostatique . . . 12
4. Action d'un champ extérieur sur un dipôle . . . 12
5. Énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique extérieur . . . 12

## Introduction

**Quel est le lien entre un ballon de baudruche qui colle au mur, le fait que l'huile ne se mélange pas à l'eau, et la formation des éclairs ?**
Dans tous les cas, ce sont des interactions entre charges électriques qui gouvernent ces phénomènes : c'est le domaine de l'électrostatique.

# I. Champ électrostatique

## 1. Rappels sur la charge électrique

Dès l'Antiquité, les Grecs avaient observé que l'ambre frotté avec un tissu pouvait attirer de petits objets légers. La découverte de cette capacité de certains corps à s'électriser a conduit à la notion de **charge électrique**, notée $q$ et exprimée en **coulomb (C)**. La charge électrique peut exister sous deux formes, l'une positive, l'autre négative.

Les expériences de Millikan, réalisées au début du XX$^{e}$ siècle à l'aide de gouttelettes d'huile chargées, ont montré que **toute charge électrique est un multiple entier (relatif) de la charge élémentaire** $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$C.

Par convention, la charge d'un électron a été choisie négative et égale à $q_{electron} = -e$.

## 2. Loi de Coulomb : Force électrostatique entre deux charges ponctuelles fixes ⋆

## 3. Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle ⋆

## 4. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles ⋆

## 5. Ordre de grandeur de champ électrique

| Système | Champ électrique créé (V/m) |
|---|---|
| Surface de la Terre | $\sim 10^2$ |
| Orage | $\sim 10^5 - 10^6$ |
| Norme d'une station de téléphonie mobile | $\sim 50$ |
| Noyau atomique | $\sim 10^{11}$ |

# II. Distributions de charge

**Application n°1 : De la charge ponctuelle à la distribution de charge.**

**Énoncé** : On charge un condensateur de capacité $C = 16\,\text{nF}$ avec une tension $U = 1\,\text{V}$.

**1.** Exprimer la charge $Q$ portée par les armatures.

**2.** En déduire le nombre d'électrons du circuit ayant été déplacés pendant la charge.

**3.** Conclure sur la pertinence de décrire le champ électrostatique entre les armatures du condensateur avec des charges ponctuelles.

## 1. Distribution volumique de charge

On considère un matériau chargé, constitué d'un très grand nombre de particules microscopiques chargées. On se place à une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique (d $\sim$ 0,1 nm ) et l'échelle macroscopique (d $\sim$ 1 cm $-$ 1 m) : l'**échelle mésoscopique** (d $\sim 1\,\mu$m).

— La charge $\delta Q$ contenue dans un volume mésoscopique d$\tau$, centré sur un point $M$, est décrite par la **densité volumique de charge** ou charge volumique $\boldsymbol{\rho}$ :

$$\boxed{\delta Q = \rho(M)\,\mathrm{d}\tau}$$

$\rho$ s'exprime en $\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-3}$.

— La **charge totale** contenue dans un volume $\mathcal{V}$ est $\boxed{Q = \iiint_{M\in\mathcal{V}} \rho(M)\,\mathrm{d}\tau}$.

— La densité volumique de charge est reliée à la **densité volumique de porteurs de charge** $n(M)$, avec $n$ qui s'exprime en $\mathrm{m}^{-3}$.

- si un seul type de porteurs (p.ex. faisceau d'ions tous identiques de charge $q$) : $\rho(M) = n(M)\,q$ ;
- si plusieurs types de porteurs de charge : par sommation, $\rho(M) = \sum_i n_i(M)\,q_i$.

**Application n°2 : Déterminer la charge totale d'une distribution continue dans des situations simples**

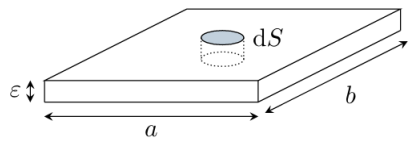
**Énoncé** : Déterminer la charge totale $Q$ contenue dans une sphère de rayon $R$ ayant une densité volumique de charge uniforme $\rho_0$.

## 2. Distributions surfaciques et linéiques

Toutes les distributions de charge sont fondamentalement volumiques, c'est-à-dire que les charges sont réparties en trois dimensions. Il existe néanmoins des géométries particulières dans lesquelles une ou deux dimensions sont négligeables devant les autres.

### . Distribution surfacique

**Un exemple pour comprendre** : cas d'une plaque de côtés $a$ et $b$ et de hauteur $\varepsilon \ll a, b$, chargée en volume avec une densité uniforme $\rho$.




La charge électrique portée par un volume de plaque de surface infinitésimale d$S$ est

$$\delta Q = \rho \times \varepsilon \mathrm{d}S = \sigma \mathrm{d}S\,.$$

— La charge $\delta Q$ contenue sur une surface mésoscopique d$S$, centrée sur un point $M$, est décrite par la **densité surfacique de charge** ou charge surfacique $\boldsymbol{\sigma}$ :

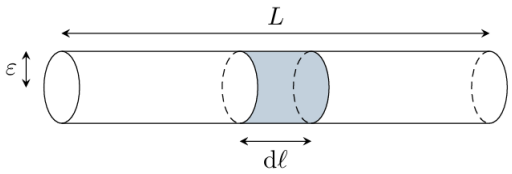
$$\boxed{\delta Q = \sigma(M)\,\mathrm{d}S}$$

$\sigma$ s'exprime en $\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-2}$.

— La charge totale portée par la surface $\mathcal{S}$ est $\boxed{Q = \iint_{M\in\mathcal{S}} \sigma(M)\,\mathrm{d}S\,.}$

### . Distribution linéique

**Un exemple pour comprendre** : Cas d'un fil de longueur $L$ et de rayon $\varepsilon \ll L$, chargé en volume avec une densité uniforme $\rho$.




La charge électrique portée par un élément de longueur d$\ell$ du fil est $\delta Q = \rho \times \pi\varepsilon^2 \mathrm{d}\ell = \lambda\,\mathrm{d}\ell$.

— La charge $\delta Q$, contenue sur une longueur mésoscopique d$\ell$, est décrite par la **densité linéique de charge** ou charge linéique $\boldsymbol{\lambda}$ :

$$\boxed{\delta Q = \lambda(M)\,\mathrm{d}\ell}$$

$\lambda$ s'exprime en $\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

— La charge totale portée par la longueur $\mathcal{L}$ est

$$\boxed{Q = \int_{M\in\mathcal{L}} \lambda(M)\,\mathrm{d}\ell\,.}$$

**Remarque** : Le principe de superposition s'applique également pour exprimer le champ $\vec{E}(M)$ engendré par une distribution surfacique ou linéique de charge.

# III. Potentiel électrostatique

## 1. Outils mathématiques

### . Notion de champ

Un champ est une grandeur physique qui est fonction de la position du point $M$ où on le considère et éventuellement du temps. Un champ peut être scalaire ou vectoriel. Dans cette leçon, les champs considérés sont stationnaires (ne dépendent pas du temps).

Exemples de champ stationnaires :

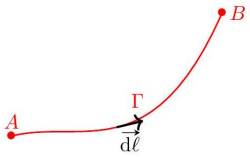
— Pression atmosphérique notée $P(M) \rightarrow$ champ scalaire ;

— Champ électrostatique créé par une charge électrique, noté $\overrightarrow{E}(M) \rightarrow$ champ vectoriel.

### . Circulation d'un champ vectoriel

La **circulation** d'un champ vectoriel $\overrightarrow{a}$ le long d'une courbe orientée $\Gamma$ (c'est-à-dire sur laquelle on a défini un sens positif) allant d'un point $A$ à un point $B$ est l'intégrale

$$\mathcal{C}_{AB}^{\Gamma} = \int_{\Gamma} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$$




avec $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ le vecteur infinitésimal tangent à $\Gamma$.

Si la courbe est fermée, on a $A = B$ et on note l'intégrale $\mathcal{C}^{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$.

**Exemple** : Le travail du poids d'un objet en déplacement correspond à une circulation.

Les propriétés élémentaires de l'intégrale ont les conséquences suivantes :

— la circulation d'une somme de champ est la somme des circulations ;

— la circulation change de signe si l'on change le sens de parcours de $\Gamma$ ;

— la circulation vérifie la relation $\mathcal{C}_{AC}^{\Gamma_1+\Gamma_2} = \mathcal{C}_{AB}^{\Gamma_1} + \mathcal{C}_{BC}^{\Gamma_2}$.

### . Gradient d'un champ scalaire

— Le **gradient** est la généralisation en 3 dimensions de la dérivée spatiale pour une fonction $f$ de trois coordonnées d'espace. C'est le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f$ dont :

  ✓ la direction est celle de la plus grande pente ;

  ✓ le sens indique la croissance de $f$ ;

  ✓ la norme est proportionnelle à la pente.

— On définit le **gradient** d'une fonction scalaire $f$. En coordonnées cartésiennes $(x, y, z)$, il s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\overrightarrow{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)\overrightarrow{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)\overrightarrow{e}_z}$$

Dans d'autres systèmes de coordonnées, l'expression du gradient est différente. En coordonnées cylindriques $(\rho, \theta, z)$, il s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f(\rho,\theta,z) = \frac{\partial f}{\partial \rho}(\rho,\theta,z)\overrightarrow{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}(\rho,\theta,z)\overrightarrow{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}(\rho,\theta,z)\overrightarrow{e}_z}$$

En coordonnées sphériques $(r, \theta, \varphi)$, il s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f(r,\theta,\varphi) = \frac{\partial f}{\partial r}(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}(r,\theta,\varphi)\overrightarrow{e}_\varphi}$$

### . Différentielle d'une fonction

Entre deux positions $M$ et $M'$ infiniment voisines, avec $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{d\ell}$, on peut caractériser les variations spatiales d'un champ scalaire $f(M)$ par son gradient défini par la relation :

$$\boxed{\mathrm{d}f = f(M') - f(M) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}\ell}}$$

avec $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ le déplacement élémentaire.

L'intégrale de $\mathrm{d}f$ sur $\Gamma$, notée $\displaystyle\int_\Gamma \mathrm{d}f$ ou $\displaystyle\int_A^B \mathrm{d}f$, vérifie : $\displaystyle\int_A^B \mathrm{d}f = f(B) - f(A)$.

Elle ne dépend pas du chemin suivi, uniquement des points de départ et d'arrivée, et représente la variation de $f$ entre $A$ et $B$.

## 2. Potentiel électrostatique pour une charge ponctuelle ⋆

## 3. Du potentiel électrostatique au champ électrostatique ⋆

## 4. Potentiel électrostatique et énergie électrostatique ⋆

# IV. Cartes de champ et de potentiel

## 1. Définitions

**Les lignes de champ** du champ électrostatique sont par définition les lignes tangentes en chaque point au champ électrostatique, orientées dans le sens du champ.

**Les équipotentielles** sont des surfaces sur lesquelles le potentiel électrostatique a une même valeur.

## 2. Position relative des équipotentielles et des lignes de champ

**Application n°3 : Equipotentielles et lignes de champ**

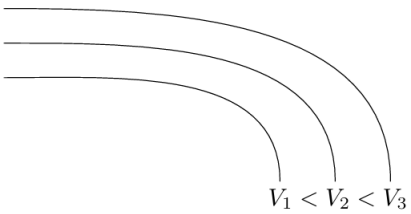
**Énoncé**

**1.** Rappeler la relation entre $\vec{E}$ et $V$ et en déduire que la différentielle d$V$ peut s'exprimer à partir de $\vec{E}$ et d'un déplacement élémentaire $\mathrm{d}\vec{\ell}$.

**2.** Si le déplacement élémentaire se fait suivant une équipotentielle, comment varie $V$ ? En déduire la position relative de $\vec{E}$ par rapport à une équipotentielle.

**3.** Le déplacement élémentaire $\mathrm{d}\vec{\ell}$ se fait maintenant suivant une ligne de champ. Quel est alors le signe de d$V$ ? Comment évolue $V$ suivant une ligne de champ électrostatique ?

**4.** Dessiner des lignes de champ sur le schéma ci-dessous. Une ligne de champ peut-elle être fermée ?




**Application n°4 : Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges ; représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement**

**Énoncé**

On rappelle que, dans le cas d'une charge ponctuelle, le champ électrostatique s'exprime en coordonnées sphériques comme :

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r,$$

et le potentiel électrostatique comme :

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r},$$

en choisissant $V(\infty) = 0$.

Représenter ci-dessous l'allure des lignes de champ et des équipotentielles dans le cas d'une charge positive puis négative, ainsi que l'allure de $V(r)$.

**Quelques propriétés des lignes de champ et des équipotentielles :**

— Les lignes de champ sont orthogonales aux équipotentielles.

— Les lignes de champ sont orientées dans le sens des potentiels décroissants.

— Les lignes de champ divergent des charges positives et convergent vers les charges négatives.

# V. Théorème de Gauss

Pour les distributions continues de charges, le calcul direct du champ créé peut être fastidieux. Il existe heureusement un outil permettant de s'affranchir de l'essentiel de ces calculs, à condition que la distribution de charges possède des **propriétés d'invariances** et de **symétries**.

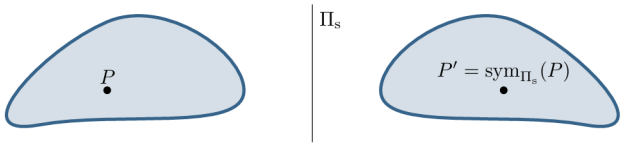
## 1. Principe de Curie

**Les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.** Ici, les symétries et invariances de la **distribution de charges (cause)** vont influencer les symétries et invariances du **champ électrostatique et du potentiel (effet)**.

## 2. Plan de symétrie de la distribution de charge et conséquence pour le champ électrostatique

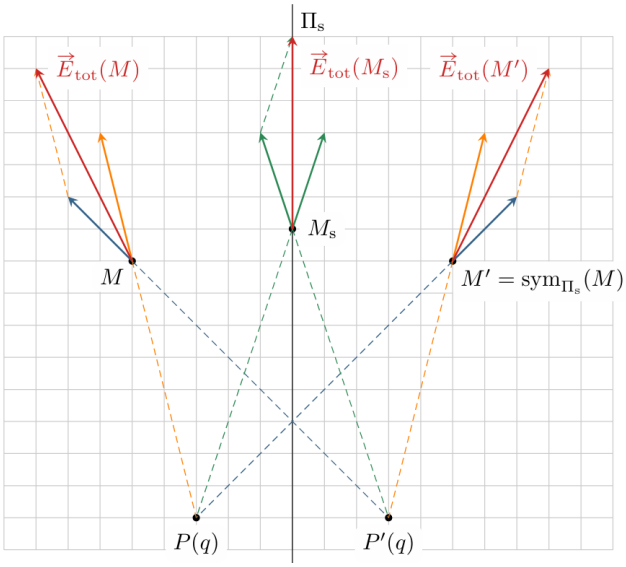
### . Plan de symétrie de la distribution de charges

Une distribution de charge possède un **plan de symétrie** $\Pi_s$ lorsque les (densités de) charges en tous points $P$ et $P'$ symétriques par rapport à $\Pi_s$ sont égales, $\rho(P') = \rho(P)$




### . Conséquence pour le champ électrostatique

Pour comprendre, construisons pas à pas le champ créé par deux charges ponctuelles identiques $q$ situées en $P$ et $P'$.




Les champs tracés d'une même couleur ont la même norme (mais pas la même direction) car la distance est la même. Par exemple, on a par symétrie

$$PM = P'M'.$$

Or la loi de Coulomb indique que la norme du champ créé par une charge ponctuelle ne dépend que de la distance à cette charge. Ainsi,

$$\left\|\vec{E}_P(M)\right\| = \left\|\vec{E}_{P'}(M')\right\|$$

De même,

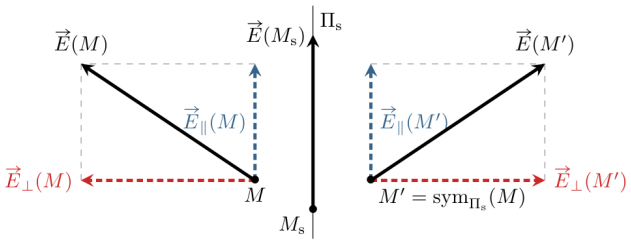
$$P'M = PM' \quad \text{et} \quad PM_s = P'M_s,$$

d'où l'égalité des normes des champs.

**Bilan : Plan de symétrie et conséquences**

Soit une distribution de charges possédant un plan de symétrie $\Pi_s$. Les champs électrostatiques $\vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ en deux points $M$ et $M'$ symétriques par rapport au plan $\Pi_s$ sont eux-mêmes symétriques par rapport à $\Pi_s$.

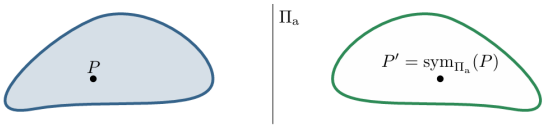
Le champ électrostatique $\vec{E}(M_s)$ en un point $M_s$ appartenant au plan $\Pi_s$ est inclus dans ce plan.



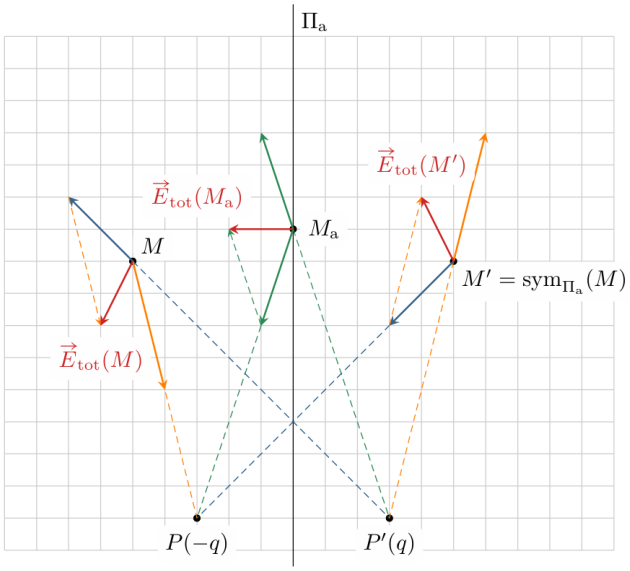
## 3. Plan d'antisymétrie de la distribution de charge et conséquence pour le champ électrostatique

Une distribution de charge possède un plan d'anti-symétrie $\Pi_a$ lorsque les (densités de) charges en tous points $P$ et $P'$ symétriques par rapport à $\Pi_a$ sont opposées :

$$\rho(P') = -\rho(P).$$



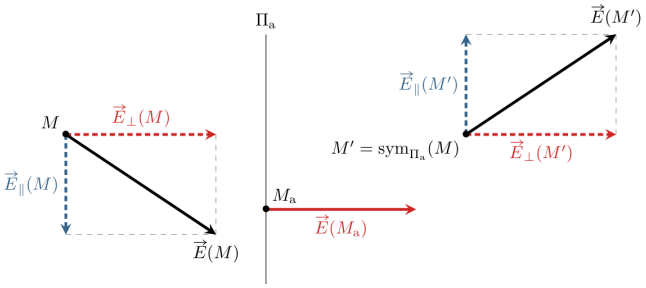

**Conséquence pour le champ électrostatique :**
Pour comprendre, reprenons l'exemple précédent en supposant cette fois les charges opposées.




**Bilan : Plan d'antisymétrie et conséquences**

Soit une distribution de charges possédant un plan d'antisymétrie $\Pi_a$. Les champs électrostatiques $\vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ en deux points $M$ et $M'$ symétriques par rapport au plan $\Pi_a$ sont anti-symétriques par rapport à $\Pi_a$.

Le champ électrostatique $\vec{E}(M_a)$ en un point $M_a$ appartenant au plan $\Pi_a$ est orthogonal à ce plan.




**Application n°5 : Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries d'une distribution de charges**

**Énoncé :**
On considère ci-contre les lignes de champ d'un dipôle électrique.

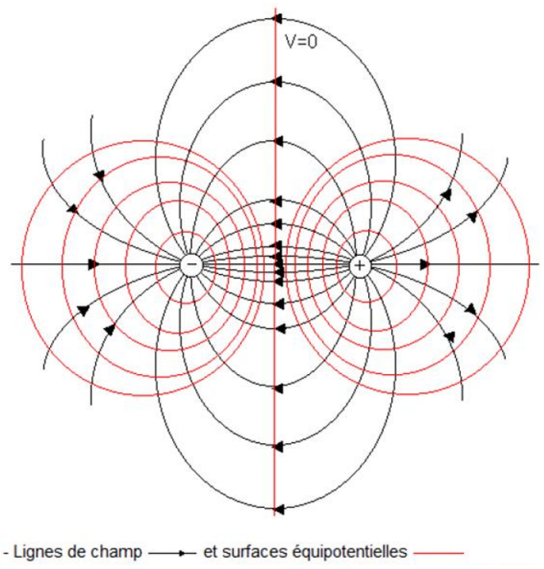
**1.** Déterminer les plans $\Pi_s$ de symétrie et $\Pi_a$ d'antisymétrie de la distribution de charges.

**2.** Choisir deux points $M$ et $M'$ symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution de charges. Représenter les champs électriques $\vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ en $M$ et $M'$. Que peut-on dire ?

**3.** Comment est le champ électrique en un point $M_a$ du plan d'antisymétrie ?

**4.** Choisir deux points $M_1$ et $M_2$ symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution de charges. Représenter les champs électriques $\vec{E}(M_1)$ et $\vec{E}(M_2)$ en $M_1$ et $M_2$. Que peut-on dire ?

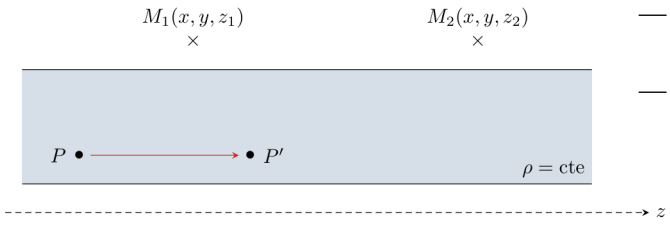
**5.** Comment est le champ électrique en un point $M_s$ du plan de symétrie ?



## 4. Invariances de la distribution de charge

### . Invariance par translation le long d'un axe

**Un exemple pour comprendre** : plaque infinie dans la direction $(Oz)$.

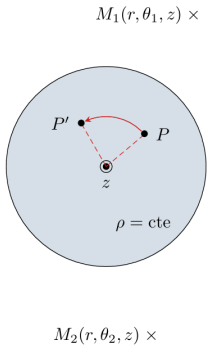



— **Traduction de l'invariance** sur $\rho$ : $\rho(P)$ indépendant de la coordonnée $z$ du point $P$.

— **Conséquence sur le champ électrostatique** : La distribution étant invariante par translation suivant $\overrightarrow{e}_z$, elle est identique vue des points $M_1$ et $M_2$. On en déduit que le champ créé ne dépend pas de leur coordonnée $z$.

### . Invariance par rotation autour d'un axe

**Un exemple pour comprendre** : cylindre infini dans la direction $(Oz)$.




— **Traduction de l'invariance** sur $\rho$ : $\rho(P)$ indépendant de la coordonnée angulaire $\theta$ du point $P$.

— **Conséquence sur le champ électrostatique** : La distribution étant invariante par rotation autour de l'axe $(Oz)$, elle est identique vue des points $M_1$ et $M_2$. On en déduit que la norme du champ créé ne dépend pas de leur coordonnée $\theta$ (mais sa direction en dépend).

**Bilan : Invariances d'une distribution de charges**

**Invariance par translation :**

Si une distribution de charges est invariante par translation le long d'un axe, alors le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ et le potentiel $V(M)$ ne dépendent pas de la coordonnée du point $M$ selon cet axe.

**Invariance par rotation :**

Si une distribution de charges est invariante par rotation autour d'un axe, alors la norme du champ électrostatique $\left\|\overrightarrow{E}(M)\right\|$ et le potentiel $V(M)$ ne dépendent pas de la coordonnée angulaire $\theta$ du point $M$ autour de cet axe.

## 5. Application du théorème de Gauss

Le théorème de Gauss est un théorème qui permet un calcul relativement simple du champ électrostatique créé par des **distributions à haut degré de symétrie**. Il est toujours valable, mais inefficace, dans les autres cas.

**Énoncé :** Le flux du champ électrostatique sortant d'une surface fermée (appelée surface de Gauss) est relié à la charge contenue à l'intérieur de cette surface :

$$\oiint_S \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

où le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ est orienté vers l'exérieur.

**Méthode – Utiliser le théorème de Gauss**

1. Choisir un système de coordonnées approprié à la distribution de charges.
2. Étudier les symétries et invariances de la distribution de charges et en déduire la direction du champ $\overrightarrow{E}(M)$ et la (les) variable(s) dont il dépend.
3. Choisir judicieusement la surface de Gauss : ce doit être une surface fermée. On la choisit de sorte que le calcul du flux de $\overrightarrow{E}(M)$ à travers cette surface soit le plus simple possible : on cherche une surface telle qu'en tout point de la surface, la normale à la surface soit colinéaire ou orthogonale à $\overrightarrow{E}(M)$.
4. Déterminer le flux du champ $\overrightarrow{E}(M)$ à travers la surface de Gauss.
5. Déterminer la charge électrique contenue à l'intérieur de la surface de Gauss.
6. Appliquer le théorème de Gauss pour en déduire $\overrightarrow{E}(M)$.

**. Exemple n°1 : Cylindre uniformément chargé en volume**

**Application n°6 : Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un cylindre infini uniformément chargé en volume**

**Énoncé :**

On considère un cylindre de rayon $R$, de longueur infinie, et uniformément chargé, de densité volumique de charge $\rho_0$.

En suivant la méthode précédente, établir l'expression du champ électrostatique créé par le cylindre.

**. Exemple n°2 : Sphère chargée en volume**

**Application n°7 : Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume.**

**Énoncé :**

On considère une sphère de rayon $R$, uniformément chargée, de densité volumique de charge $\rho_0$.

**1.** Établir l'expression du champ électrostatique créé par la sphère.

**2.** Montrer qu'à l'extérieur de la sphère chargée, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle portant la charge totale de la sphère.

**. Exemple n°3 : Plan infini chargé en surface**

**Application n°8 : Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un plan infini uniformément chargé en surface**

**Énoncé :**

On considère un plan infiniment fin chargé en surface avec une densité surfacique de charge $\sigma$. Le plan $xOy$ est confondu avec le plan chargé.

**1.** Établir l'expression du champ électrostatique créé par le plan.

## 6. Le condensateur plan ⋆

### 7. Analogie électrostatique – gravitation

Tout ce qui a été vu précédemment découle de la **loi de Coulomb** et du **principe de superposition**. Sachant que la force gravitationnelle entre deux masses ponctuelles, la **loi universelle de la gravitation de Newton**, a quasiment la même forme que la force de Coulomb, et que le principe de superposition est vrai aussi pour la gravitation, il en découle une analogie entre ces deux domaines de la physique, a priori séparés, dressée dans le tableau ci-dessous :

| | **Électrostatique** | **Gravitation** |
|---|---|---|
| **Force** | $\overrightarrow{F}_{\text{e}} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\overrightarrow{e}_r$ | $\overrightarrow{F}_{\text{g}} = -\mathcal{G}\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\,\overrightarrow{e}_r$ |
| **Source** | Charge $q$ | Masse $m$ |
| **Constante** | $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ | $\mathcal{G}$ |
| **Champ** | $\overrightarrow{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\overrightarrow{e}_r$ | $\overrightarrow{G} = -\mathcal{G}\dfrac{m}{r^2}\,\overrightarrow{e}_r$ |
| **Théorème de Gauss** | $\oiint_S \overrightarrow{E}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S} = \dfrac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$ | $\oiint_S \overrightarrow{G}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S} = -4\pi\mathcal{G}\,M_{\text{int}}$ |
| **Énergie potentielle** | $\mathcal{E}_{\text{pe}} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ | $\mathcal{E}_{\text{pg}} = -\mathcal{G}\dfrac{m_1 m_2}{r}$ |
| **Potentiel** | $V = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ | $\Phi = -\mathcal{G}\dfrac{m}{r}$ |

Les applications du **théorème de Gauss** vues en électrostatique peuvent donc être transposées au domaine gravitationnel, en remplaçant le préfacteur $\dfrac{1}{\varepsilon_0}$ par $-4\pi\mathcal{G}$.

## VI. Le dipôle électrostatique

Le concept de dipôle décrit de nombreuses molécules en chimie et permet notamment d'expliquer les interactions de nature électrostatique entre les molécules.

### 1. Définitions

— On appelle **dipôle électrostatique** le système constitué par deux charges opposées $-q$ et $+q > 0$ placée respectivement en deux points $N$ et $P$.

— On appelle **moment du dipôle (ou dipolaire)** le vecteur $\overrightarrow{p}$ défini par $\boxed{\overrightarrow{p} = q\overrightarrow{NP}}$.

— La norme du moment dipolaire $\|\overrightarrow{p}\|$ s'exprime en $\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}$ ou en D (Debye), avec $1\,\mathrm{D} = 3{,}3\times10^{-30}\,\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}$.

Le **moment dipolaire des molécules est de l'ordre de** $\boxed{0{,}1\,\mathrm{D}}$ **à** $\boxed{2\,\mathrm{D}}$.
ex : monoxyde de carbone CO : $p_{\text{CO}} = 0{,}11\,\mathrm{D}$ ; chlorure d'hydrogène HCl : $p_{\text{HCl}} = 1{,}08\,\mathrm{D}$ ;
eau $H_2O$ : $p_{H_2O} = 1{,}85\,\mathrm{D}$

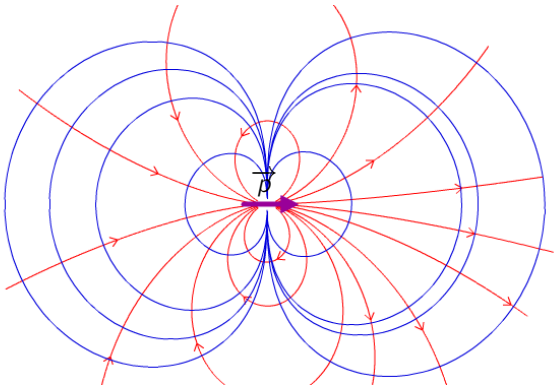
**Application n°9 : Donner un ordre de grandeur de moment dipolaire**

**Énoncé :**

Retrouver qualitativement un ordre de grandeur de moment dipolaire à l'échelle microscopique.

### 2. Potentiel électrostatique créé par un dipôle ⋆

## 3. Calcul du champ électrique créé par un dipôle électrostatique ⋆




Lignes de champ (en rouge fléchées) et équipotentielles (en bleu) créées par un dipôle électrostatique dans l'approximation dipolaire.

## 4. Action d'un champ extérieur sur un dipôle

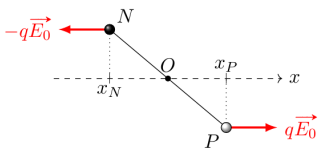
### . Cas d'un champ uniforme

**Application n°10 : Actions mécaniques subies par un dipôle dans un champ électrostatique extérieur uniforme**

**Énoncé :**

Considérons un dipôle constitué de deux charges $-q$ et $+q$ placées en $N$ et $P$. Ce dipôle est plongé dans un champ électrostatique extérieur uniforme $\vec{E_0}$.

Les actions mécaniques de ce champ sur le dipôle sont caractérisées par une force $\vec{F}$ et un moment $\vec{\Gamma}_O$, avec $O$ le milieu de $[NP]$.




**1.** Établir l'expression de la force $\vec{F}$. Commenter.

**2.** Établir l'expression de $\vec{\Gamma}_O$. L'exprimer en fonction de $\vec{p}$ et $\vec{E_0}$.

**3.** Dans quelle(s) configuration(s) peut-on dire que le dipôle est à l'équilibre ?

### . Cas d'un champ non uniforme

Conformément au programme, on admet que **l'expression du moment ne change pas** par rapport au cas du champ uniforme.

L'expression de la résultante des forces d'un champ extérieur non uniforme sera toujours fournie.

**Bilan : Actions mécaniques et comportement d'un dipôle dans un champ électrostatique extérieur**

— Dans un **champ électrostatique uniforme**, un dipôle subit une **résultante des forces nulle** et un couple dont le moment vaut :

$$\boxed{\vec{\Gamma}_O = \vec{p} \wedge \vec{E}}$$

Ce moment est **indépendant du point** $O$ choisi pour le calcul.

— L'effet principal d'un champ électrostatique extérieur, uniforme ou non, est d'**orienter le dipôle suivant les lignes de champ**.

## 5. Énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique extérieur

L'**énergie potentielle** d'un dipôle rigide dans un champ extérieur est $\boxed{\mathcal{E}_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}}$.