

ELISA

Duis

MPI

DM1 Physique

Mercredi 30 septembre 2026

Note:

Observation:

Exercice 1.

1. - Système de coordonnées cylindriques :

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + E_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + E_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

• Symétrie : Soit M un point quelconque :

$$\Pi_1 = (M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta) \text{ est un } \Pi^+$$

$$\Pi_2 = (M, \vec{e}_r, \vec{e}_z) \text{ est un } \Pi^+ \text{ donc}$$

$$E(r, \theta, z) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r$$

• Invariances

Invariance de translation sur z

rotation sur θ car $\vec{E}$ ne dépend que de r, donc $\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r$

2. Surface de Gauss :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{sup}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} + \iint_{S_{\text{inf}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{inf}} + \iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{lat}}$$

$$\text{or } \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} = 0 \text{ et } \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{inf}} = 0 \text{ donc}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E}(r) \cdot d\vec{S}_{\text{lat}} = E(r) \iint_{S_{\text{lat}}} dS_{\text{lat}} = E(r) \cdot 2\pi r H$$

$$Q_{\text{int}} = Q$$

Th de Gauss :

$$E(r) \cdot 2\pi r H = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0}$$

3. On sait que $C = \frac{Q}{U}$ or $U = V_1 - V_2$ donc

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

$$\begin{aligned} 4. \vec{E}: C_{a_1 a_2} &= \int_{a_1}^{a_2} E(r) dr = \int_{a_1}^{a_2} \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0} dr \\ &= \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} \left[\ln r \right]_{a_1}^{a_2} = \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} \times (\ln(a_2) - \ln(a_1)) \\ &= \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} \left(\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \right) \end{aligned}$$

$$C_{a_1 a_2} = V_1 - V_2 \text{ donc } C_0 = \frac{Q}{\ln(a_2/a_1)} = \frac{2\pi H \epsilon_0}{\ln(a_2/a_1)}$$

5. Le condensateur est divisé en 2 zones: la région supérieure remplie d'eau et la zone remplie d'air. Ces deux zones possèdent la même différence de potentiel

$$U = V_1 - V_2 \text{ donc}$$

$$Q_{\text{eau}} = C_{\text{eau}} (V_1 - V_2) \text{ car } Q = CV$$

$$Q_{\text{air}} = C_{\text{air}} (V_1 - V_2)$$

$$Q = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{air}} \Leftrightarrow C (V_1 - V_2) = C_{\text{eau}} (V_1 - V_2) + C_{\text{air}} (V_1 - V_2)$$

$$\text{donc } C = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$$

$$6. \text{ Selon Q3. } C = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$$

$$\text{or } C_{\text{eau}} = \frac{2\pi R E}{\ln(a_2/a_1)} \text{ et } C_{\text{air}} = \frac{2\pi(H-R)E_0}{\ln(a_2/a_1)}$$

$$\text{donc } C(h) = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}} = \frac{2\pi H E + 2\pi(H-R)E_0}{\ln(a_2/a_1)}$$

$$= \frac{2\pi H E_0 \left[\frac{H E}{H E_0} + 1 - \frac{R}{H} \right]}{\ln(a_2/a_1)}$$

$$= C_0 \left[\left(\frac{E}{E_0 H} - \frac{1}{H} \right) h + 1 \right] = C_0 \left(\frac{E - E_0}{H E_0} h + 1 \right)$$

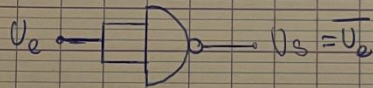
On a donc bien une équation de la forme
 $(I.R) = (A.R + B)$ avec $A = \frac{E - E_0}{ME_0}$ et $B = +1$

Exercice 2:

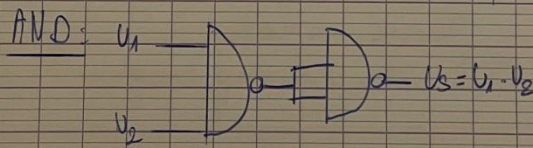
7. Pour la première expérience on remarque que lorsque $U_3 = V_{cc}$ $U_2 = 0$ et lorsque $U_3 = 0$ $U_2 = V_{cc}$ donc cette porte se comporte comme une porte NOT.

Pour la seconde expérience la sortie à U_3 reste à V_{cc} tandis que U_2 reste à 0. la sortie reste constante à V_{cc} ce qui correspond à une porte NAND.

8. Porte NOT:

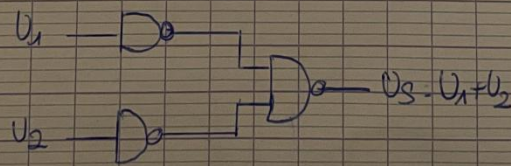


U_2	U_3
0	1
1	0



U_1	U_2	U_3
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR:



U_1	U_2	U_3
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3. Etant donné qu'on a 2 broches en moins (Vec et la
maise) on a donc 12 broches utilisables pour nos portes
NAND. et si une porte NAND a 2 entrées et 1 sortie
donc elle utilise au maximum 3 broche.
Or $\frac{12}{3} = 4$ donc il y a au maximum 4 portes NAND.