

DM - Physique n°1

Q1 On se place dans un champ de coordonnées cylindrique : $\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z)\vec{U}_r + E_\theta(r, \theta, z)\vec{U}_\theta + E_z(r, \theta, z)\vec{U}_z$

Symétrie : On place un point M quelconque.

On retrouve des plans de symétrie de la distribution de charge : $(M, \vec{U}_r, \vec{U}_\theta)$ et $(M, \vec{U}_r, \vec{U}_z)$.

On dira que : $\mathcal{S}_1 = (M, \vec{U}_r, \vec{U}_\theta)$ est un $\mathcal{S}^\perp$

$\mathcal{S}_2 = (M, \vec{U}_r, \vec{U}_z)$ est un $\mathcal{S}^\perp$.

Et que $\vec{E} \in \mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ d'où $\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z)\vec{U}_r$

Donc $\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{e}_r}$

Q2 Invariance : Invariance par rotation d'angle θ
Invariance par translation le long de $\vec{U}_z$

Surface de Gauss : On prend un cylindre de rayon R et de hauteur h .

Calcul du flux : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{sup}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} + \iint_{\text{inf}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{inf}} + \iint_{\text{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{lat}}$

$d\vec{S}_{\text{sup}} = dS_{\text{sup}} \vec{U}_z \perp \vec{U}_r = \vec{0}$, pareil pour $d\vec{S}_{\text{inf}}$.

Th. de Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

$$E(r) \cdot 2\pi R h = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi R h \epsilon_0}$$

Aussi, $Q_{int} = \int \rho \cdot d\tau$. Alors, $Q_{int} = \rho_0 \times 2\pi R^2 h$

Donc: $E(r) = \frac{\rho_0 \times 2\pi R^2 h}{2\pi R h \epsilon_0} = \frac{\rho R}{\epsilon_0}$

[Q3] On sait que: $C_0 = \frac{Q}{U}$, ou $U = V_1 - V_2$

Donc: $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$ $Q = C U$

[Q4] On sait que $\vec{E} = -\text{grad}(V)$.

Soit $\frac{dV}{dr} = -E \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -E$

On intègre: $V(r) = -\int_0^r E(r) dr$, ou $V(r) = \frac{V_1 - V_2}{2}$

Alors: $V_1 - V_2 = -\int_{a_2}^{a_1} \frac{Q}{2\pi R h \epsilon_0} dr$

$$\Leftrightarrow V_1 - V_2 = \int_{a_2}^{a_1} \frac{Q}{2\pi R h \epsilon_0} dr$$

$$\Leftrightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 h} \int_{a_2}^{a_1} \frac{1}{R} dr$$

$$\Leftrightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 h} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

On voit que: $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

Donc: $C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$

Q5 L'eau possède une hauteur h , on peut considérer que le condensateur est constitué de deux condensateurs en parallèle. On peut donc appliquer le principe de superposition qui est la somme des deux capacités:

$C = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$

Q6 $C_{\text{air}} = \frac{2\pi\epsilon_0(H-h)}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$ et $C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$

$C_{\text{air}} = \frac{H-h}{H} C_0$

$C_{\text{eau}} = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$

$C = \frac{2\pi\epsilon_0(H-h)}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} + \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$

$C = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} = C_0$

Travail

Q7 Grâce chronogramme, on peut identifier une porte : **NOT** pour le 1.

Pour le 2^e cas : L'entrée vaut 0 et la sortie $V_{cc} (= 1)$.

et l'aide des tables de vérité on remarque que la seule porte qui permet cela c'est la NAND.

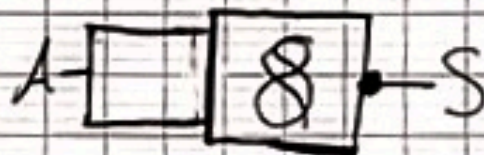
NAND

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NAND

Q8 1^{er} cas :

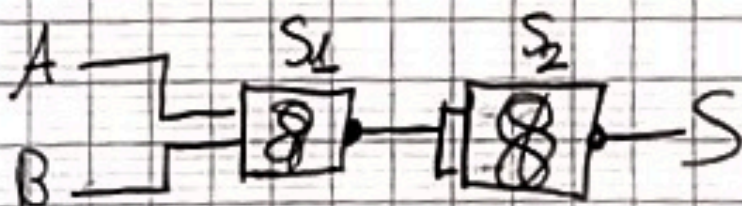
NOT



A	S
0	1
1	0

2^e cas :

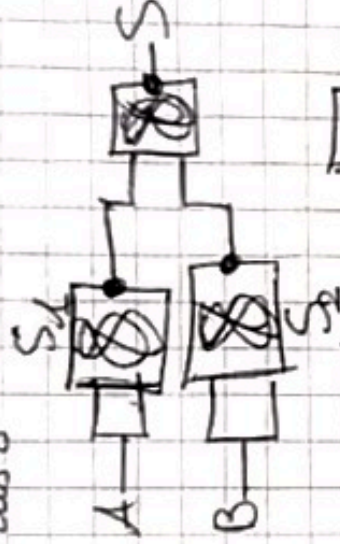
AND



A	B	S ₁	S ₂	S
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

OR

3^e cas :



A	B	S ₁	S ₂	S
0	0	1	1	0
0	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

Q9 Comme il en
14 broches il peut

faire 4 au maximum.
étant qu'il peut 3 broches pour
une NAND et 2 broches pour
l'alimentation et sortie.

$$\text{Donc : } 14 - 2 = 12$$

$$12 / 3 = 4$$