

LUISSINT

Thomas MPI

30/09/26

DM de Physique n°1

Note:

Observation:

Q1. On se place en coordonnées cylindriques d'axe z :

Soit M un point quelconque,

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + E_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + E_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

$$\vec{\Pi}_1 = (\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta) \text{ qui est } \vec{\Pi}^+$$

$$\vec{\Pi}_2 = (\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z) \text{ qui est } \vec{\Pi}^+$$

$\vec{E}$ est sur l'intersection des deux plans de symétrie $\vec{\Pi}_1$ et $\vec{\Pi}_2$.

On remarque deux invariances:

par translation en z et par rotation en θ

$$\text{donc } \vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r}$$

Q2. Théorème de Gauss: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$

On choisit comme surface un cylindre d'axe (Oz) , passant par le point M .

$$\oint_S \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{lat}} + \iint_{S_{\text{sup}}} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} + \iint_{S_{\text{inf}}} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{inf}}$$

Le champ $\vec{E}(M)$ est selon $\vec{e}_r$, or $d\vec{S}_{\text{sup}}$ et $d\vec{S}_{\text{inf}}$ sont selon $\pm \vec{e}_z$ donc

$$\vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} = \vec{E}(M) \cdot d\vec{S}_{\text{inf}} = 0$$

$$\oint_S \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{lat}}} E_r(r) dS_{\text{lat}} = E_r(r) \iint_{S_{\text{lat}}} dS_{\text{lat}} = \underline{E_r(r) 2\pi r H}$$

avec $a_1 \leq r \leq a_2$

$$E(r) 2\pi r H = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{Q_{\text{int}}}{2\pi r H \epsilon_0}}$$

3. Capacité du condensateur définie comme $C = \frac{Q}{U}$
 Potentiel électrique : $U_{1,2} = V_1 - V_2$ donc
 on peut écrire $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

4. $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}(V)$ soit en coordonnées cylindriques $E(r) = -\frac{dV}{dr}$
 on cherche V sachant que $V = V_1 - V_2$ et qu'au potentiel V_1
 $r = a_1$ et au potentiel V_2 $r = a_2$.

$$V_1 - V_2 = \int_{a_1}^{a_2} E(r) dr = \int_{a_1}^{a_2} \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 H r} dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 H} \left[\ln(r) \right]_{a_1}^{a_2}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 H} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

Et donc en injectant dans $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$ on a :

$$C_0 = Q \times \frac{2\pi \epsilon_0 H}{Q \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$$

$$C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$$

5. $C_0 = \frac{Q_{\text{eau}} + Q_{\text{air}}}{U} = \frac{Q_{\text{eau}}}{U} + \frac{Q_{\text{air}}}{U}$

on a bien

$$C_0 = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$$

6. $C(h) = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$
 $= \frac{2\pi \epsilon h}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} + \frac{2\pi \epsilon_0 (H-h)}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$

$$= \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} \left[(\epsilon - \epsilon_0)h + \epsilon_0 H \right]$$

$$= \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 H} \times ((\epsilon - \epsilon_0)h + \epsilon_0 H) = C_0 \left[\frac{(\epsilon - \epsilon_0)h}{\epsilon_0 H} + 1 \right]$$

On retrouve $C(U) = C_0(AH + B)$, avec $A = \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 H}$ et $B = 1$

7. Première expérience :

entrée : 2 U_e donc, (0,0) ou (1,1)

sortie : $\begin{cases} U_e = V_{cc} \Rightarrow U_s = 0 \\ U_e = 0 \Rightarrow U_s = V_{cc} \end{cases}$

On a là une porte, NOT ou NAND ou NOR, qui inverse l'entrée.

Seconde expérience :

entrée : masse et U_e donc (0,1) ou (0,0)

sortie : constante, $U_s = V_{cc}$

On a la porte NAND car une NOR aurait renvoyé 0 si l'entrée

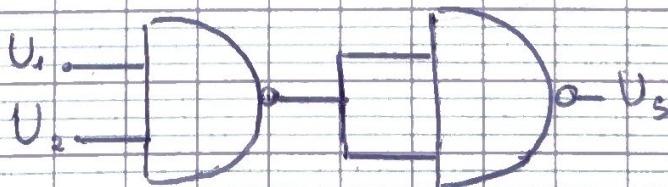
a	b	$\overline{a \cdot b}$
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

or avec la masse il n'y aura pas (1,1) en entrée, on reconnaît la NAND

8. Porte NOT : $U_e \rightarrow$  U_s

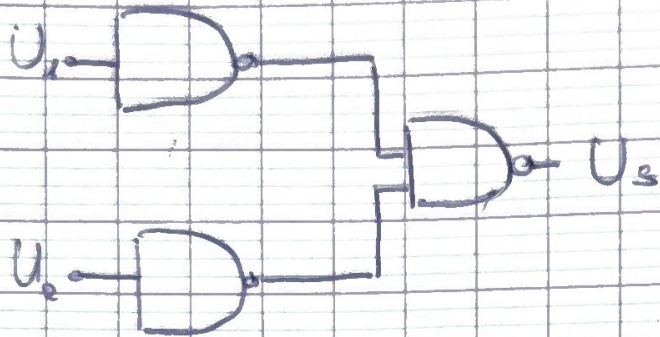
U_e	U_s
0	1
1	0

Porte AND :



U_1	U_2	U_3
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Boîte NOR :



U_1	U_2	U_3
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

3. Au départ : 14 broches
Auquel on soustrait 2 (la masse et l'entrée)
Il reste 12 broches, or une NAND c'est 3 broches,
2 entrées une sortie, donc on peut faire 4 NOR
[(4×3)=12].