

Robin
Mathys

Mercredi 30 septembre 2016

DM de physique n°1

1) On considère le système de coordonnées cylindriques
du repère $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + E_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + E_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

Symétries:

Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un Π_r^+

Le plan $(M, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ est un Π_θ^+

E est compris dans Π_r^+ et Π_θ^+ donc $\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r$

Invariance:

La distribution de charge est invariante pour toute translation z
et par notation H

$$\text{donc } \boxed{E(M) = E(r) \vec{e}_r}$$

2) Th de Gauss

$$Q_{\text{int}} = Q$$
$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= E(r) \oiint_{S_{\text{lat}}} dS$$

$$= 2\pi r H E(r)$$

$$\text{donc } 2\pi r H E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0}}$$

3)

$$Q = CV$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{V}$$

donc $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

4)

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

$$E(r) = -\frac{dV}{dr}$$

$$\Rightarrow -dV = -E(r)dr$$

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = \int_{a_1}^{a_2} \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0}$$

$$V_2 - V_1 = \frac{-Q}{2\pi H \epsilon_0} \int_{a_1}^{a_2} \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$V_2 - V_1 = \frac{-Q}{2\pi H \epsilon_0} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

$$C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$$

5) Les parties du condensateur contenant l'eau et l'air sont soumises à la même différence de potentiel car elle sont reliées aux mêmes armatures. Elles sont donc équivalentes à 2 condensateurs en parallèles ; et pour 2 condensateurs en parallèles les capacités s'additionnent

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$= \frac{Q_{\text{eau}} + Q_{\text{air}}}{U}$$

$$= \frac{Q_{\text{eau}}}{U} + \frac{Q_{\text{air}}}{U}$$

$$= \frac{Q_{\text{eau}}}{V_1 - V_2} + \frac{Q_{\text{air}}}{V_1 - V_2}$$

$$C = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$$

b) On a $C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$

$$C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} \quad (\Rightarrow) \quad \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right) = \frac{2\pi \epsilon_0 H}{C_0}$$

$$C_{\text{eau}} = \frac{2\pi \epsilon h}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} = \frac{2\pi \epsilon h C_0}{2\pi \epsilon_0 H} = C_0 \frac{\epsilon h}{H}$$

$$C_{\text{air}} = \frac{2\pi \epsilon_0 (H-h) C_0}{2\pi \epsilon_0 H} = C_0 \frac{H-h}{H}$$

$$C = C_{\text{eau}} + C_{\text{air}}$$

$$= C_0 \left(\frac{\epsilon h}{H \epsilon_0} + \frac{H-h}{H} \right)$$

$$= C_0 \left(\frac{\epsilon h}{H \epsilon_0} + 1 - \frac{h}{H} \right)$$

$$= C_0 \left(h \left(\frac{\epsilon}{H \epsilon_0} - \frac{1}{H} \right) + 1 \right)$$

$$= C_0 \left(h \left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{H \epsilon_0} \right) + 1 \right)$$

donc on a $A = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{H \epsilon_0}$

$$B = 1$$

7) 1^{re} expérience: Les deux entrées sont reliées au même signal. On voit que, si $U_e = 0$, alors $U_s = V_{cc}$ et si $U_e = V_{cc}$, $U_s = 0$

Donc c'est une porte NAND ou NOR

2^{ème} expérience: On a une entrée reliée à la masse donc elle vaut 0. La sortie reste toujours à V_{cc} peut importe la valeur de l'autre entrée

$$S = A \cdot B \text{ avec } B = 0 \quad S = A \cdot 0 = 0 = 1$$

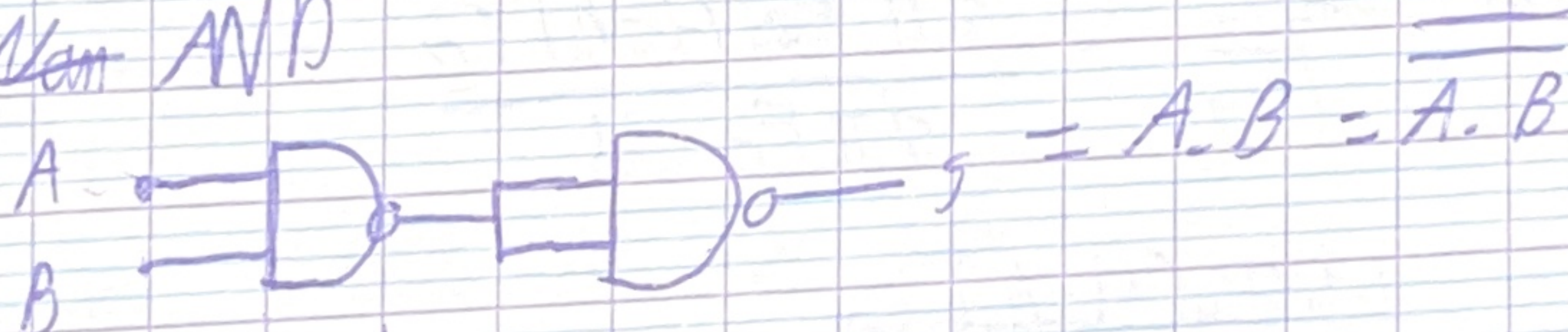
Donc c'est porte NAND

8) Not



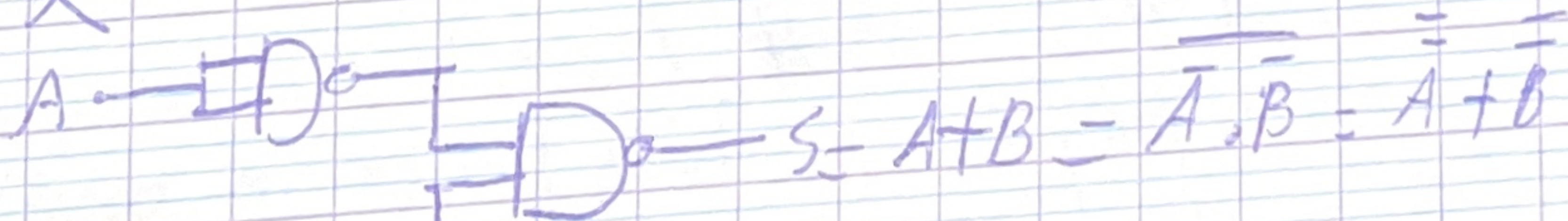
A	$\bar{A}$
0	1
1	0

~~NAND~~ AND



A	B	$A \cdot B$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

OR



A	B	$A + B$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

Robin
Mathys

9) Il y en a 14 4 aux maximum car le circuit intégré possède
14 broches dont une pour l'alimentation et une autre
pour la masse donc il en reste 12. De plus une porte
Nand est composée de 2 entrées et une sortie donc
3 broches. donc on a $12/3 = 4$
Ainsi on peut réaliser 4 portes Nand.