Mercredi 30 Septembre 2026

DM de physique n°1

ERIN
Leony
MPI

Note Observations

Exercice 1

Q1. Système : On choisit les coordonnées cylindriques de centre O et d'axe $(Oz)$.

$$\vec{E}(r,\theta,z) = E_r(r,\theta,z)\vec{e_r} + E_\theta(r,\theta,z)\vec{e_\theta} + E_z(r,\theta,z)\vec{e_z}$$

Symétries :

$\pi_1 = (M, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$

$\pi_2 = (M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$

} sont des $\pi^+$

Soit $\vec{E}$ est colinéaire à $\vec{e_r}$ donc $\vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\vec{e_r}$

Invariances :

la rotation en $\theta$ et la translation en $z$.

Donc $\left[\vec{E}(M) = E(r)\vec{e_r}.\right]$

Q2. Théorème de Gauss:

Soit $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Surface de Gauss.

Calcul du flux: $\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$

$\Rightarrow \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{sup}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_{inf}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$

$\Rightarrow \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + 0 + 0$ car il y a orthogonalité

$\Rightarrow \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint E(r)\vec{e_r} \cdot \vec{e_r}\, r\, d\theta\, dz$ avec $d\vec{S} = r\, d\theta\, dz\, \vec{e_r}$

$\left[\Rightarrow \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r h' E(r)\right]$

Calcul de Qint: Soit $\sigma = \frac{Q}{2\pi a_1 H}$

$Q_{int} = \iint \sigma\, ds = \iint a_1\, d\theta\, dz = \sigma a_1 2\pi h'$

$\Rightarrow \left[Q_{int} = \frac{Q}{2\pi a_1 H} 2\pi a_1 h' = \frac{Qh'}{H}\right]$

Théorème de Gauss:

$2\pi r h' E(r) = \frac{Qh'}{\varepsilon_0 H} \Rightarrow \left[E(r) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 H r}\right]$

Q3 Soit $Q = CU$ avec $U$ la tension entre les deux armatures.

Donc $Q = CU \Rightarrow C = \frac{Q}{U}$

On en déduit $\boxed{C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}}$

Q4. Soit $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\, V$

$\Rightarrow -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{dV}{dr} = E(r)$ et $V_1 - V_2 = V(a_1) - V(a_2)$

Alors $V(a_1) - V(a_2) = -\int_{a_2}^{a_1} \frac{dV}{dr} dr \cdot (-1)$

$= \int_{a_1}^{a_2} E(r) dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 H} \int_{a_1}^{a_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 H} \times \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$

Donc $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2} = Q \times \frac{2\pi\varepsilon_0 H}{Q \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$

$\Rightarrow \boxed{C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0 H}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}}$

Q5. Soit la charge de l'armature intérieure se répartit entre les deux zones : $Q = Q_{eau} + Q_{air}$

Alors $Q_{eau} = C_{eau} U$ et $Q_{air} = C_{air} U$

$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q_{eau} + Q_{air}}{U} = C_{eau} + C_{air}$

Q.6 Soit $C_{eau} = \frac{2\pi\varepsilon h}{\ln(a_2/a_1)}$, et $C_{air} = \frac{2\pi\varepsilon_0(H-h)}{\ln(\frac{a_2}{a_1})}$

Alors $C = C_{eau} + C_{air} \Rightarrow C = \frac{2\pi}{\ln(\frac{a_2}{a_1})} \times (\varepsilon h + \varepsilon_0(H-h))$

$$\Rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 H}{\ln(\frac{a_2}{a_1})} \times \left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0 H} h + 1\right)$$

Par identification : $\left[A = \frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon_0 H} = \frac{1}{H}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1\right), B = 1\right]$

Exercice 2

Q7 Pour la première expérience on voit que $v_s = V_{cc}$ et $v_e = 0$ puis $v_s = 0$ et $v_e = V_{cc}$

Soit la porte pour tout a entrée renvoie $\bar{a}$. Donc sort une porte NAND ou NOR

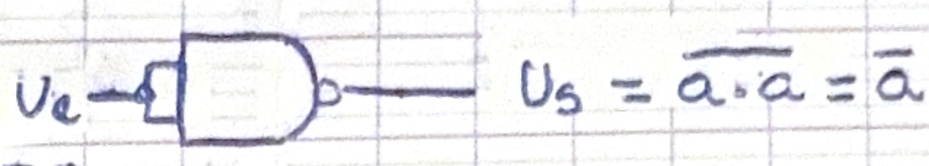
Pour la deuxième expérience on voit que $v_s = V_{cc}$ pour tout $v_e$

Soit la porte pour tout a entrée avec 0 renvoie 1. [Donc la porte est une NAND]

| a | b | $\overline{a \cdot b}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

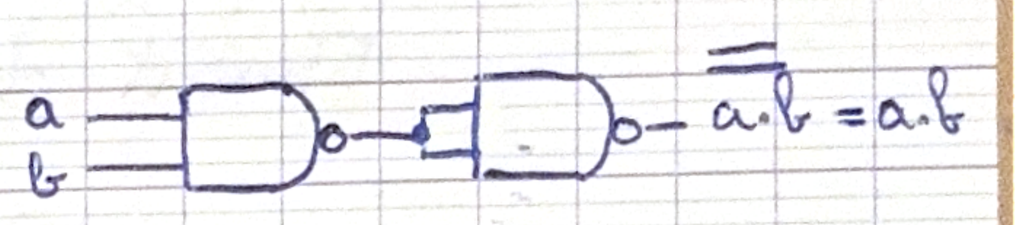
Q8 Pour la porte NOT :

| a | $\overline{\bar{a}\cdot a}$ | $\bar{a}$ |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |




Pour la porte AND

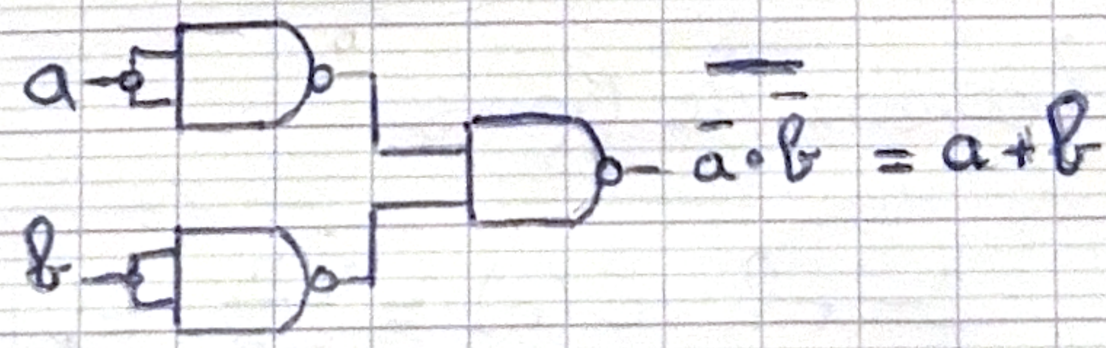
| a | b | $\overline{a\cdot b}$ | $\overline{\overline{a\cdot b}}$ | $a\cdot b$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |




Pour la porte OR

Sort d'après les lois de Morgan $\bar{a}\cdot\bar{b} = \overline{a+b} \Rightarrow \overline{\bar{a}\cdot\bar{b}} = a+b$

| a | b | $\bar{a}$ | $\bar{b}$ | $\bar{a}\cdot\bar{b}$ | $\overline{\bar{a}\cdot\bar{b}}$ | $a+b$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |



Q9 Le boîtier à 14 broche, dont deux reservé à l'alimentation. Soit 12 broche au total

La porte NAND utilise 3 broches (2 entrées et une sortie).

Donc on fait $N_{max} = \frac{\text{nombre total de broche}}{\text{nombre de broche pour une NAND}}$

AN: $\left[N_{max} = \frac{12}{3} = 4 \text{ portes NAND}\right]$