

Giani
Trillepiano

DM Physique n°1:

Exercice 1)

1) Invariance : si l'on les effets de bord, la distribution de charges est invariante de rotation d'angle θ autour de (Oz) et par translation selon (Oz) . Les composantes de $\vec{E}$ ne dépendent donc que de r .

Symétries : Le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ est un π^+ et le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un π^- . $\vec{E}(M)$ appartient aux deux plans donc on obtient : $\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r$.

2) On choisit un cylindre comme surface de Gauss de rayon r et de hauteur 2 .

$$\begin{aligned} \text{Pour le flux : } \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \oint_{S_{\text{lat}}} E(r) \vec{e}_r \cdot \vec{e}_r dS + \oint_{S_{\text{top}}} E(r) \vec{e}_r \cdot \vec{e}_z dS + \\ &\quad \oint_{S_{\text{bot}}} E(r) \vec{e}_r \cdot (-\vec{e}_z) dS \\ \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \oint_S E(r) \vec{e}_r \cdot \vec{e}_r dS \\ &= E(r) \oint_S dS \\ \boxed{\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= E(r) 2\pi r 2} \end{aligned}$$

Charge intérieure : on peut considérer une charge linéique :

$$Q = \int_0^H \lambda dz = \lambda \int_0^H dz = \lambda H \Rightarrow \lambda = \frac{Q}{H}$$

$$Q_{\text{int}} = \int_0^R \lambda dz = \lambda R = \frac{Q R}{H}$$

Théorème de Gauss: $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

$$E(r) 2\pi r L = \frac{Qr}{H} \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H r}$$

3) on connaît $C = \frac{Q}{U}$

ici on a alors $C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

4) Comme $\vec{E} = -\text{grad } V$ on a $E(r) = -\frac{dV}{dr}$. On intègre entre a_1 et a_2

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= \int_{a_1}^{a_2} E(r) dr \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H} \int_{a_1}^{a_2} \frac{dr}{r} \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H} [\ln(r)]_{a_1}^{a_2} \end{aligned}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 H} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

d'où $C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 H}{\ln(a_2/a_1)}$

5) Les armatures sont équipotentielles. La partie eau et la partie air sont soumises à la même tension. Ce sont donc condensateurs en parallèle.

On a donc $Q = Q_{eau} + Q_{air}$.

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow C = \frac{Q_{eau}}{U} + \frac{Q_{air}}{U}$$

$$C = C_{eau} + C_{air}$$

6)

$$C_{\text{ext}} = \frac{2\pi\epsilon R}{\ln(a_2/a_1)} = C_0 \frac{\epsilon R}{\epsilon_0 H}$$

$$C_{\text{int}} = \frac{2\pi\epsilon_0(H-R)}{\ln(a_2/a_1)} = C_0 \frac{(H-R)}{H}$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } C(R) &= C_0 \frac{\epsilon R}{\epsilon_0 H} + C_0 \frac{(H-R)}{H} \\ &= C_0 \left(\frac{\epsilon R}{\epsilon_0 H} + \frac{\epsilon_0 H - \epsilon_0 R}{\epsilon_0 H} \right) \end{aligned}$$

$$C(R) = C_0 \left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_0 H} R + 1 \right) \quad \text{avec } A = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_0 H} \text{ et } B = 1$$

Exercice 2)

7) Sur la première expérience on peut déterminer que c'est
 - une porte N car on a 15V pour x_2 et on les a 0 quand $x_1 + x_2$
 en tout on exclut les portes AND et OR

2e. deuxième expérience donne avec une entrée 0 une sortie
 - 15V constant donc on a une porte NAND car :

$$\bullet \text{ NAND : } 0 \cdot x = 1 \text{ pour tout } x$$

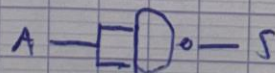
donc que

$$\bullet \text{ NOR : } 0 + x = x \text{ qui dépendrait de } x_2.$$

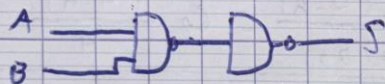
8)

Nor : on relie les deux entrées d'une seule porte NAND
 on obtient alors $S = 0 \cdot 0 = \bar{0}$

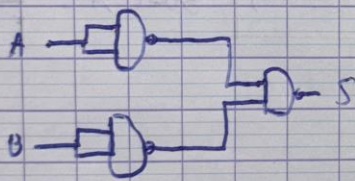
x	S
0	1
1	0



AND : une première qui reçoit a et b et qui donne $a \cdot b$
 que l'on envoie sur les deux entrées d'une autre porte NAND
 qui est donc une NOT et on obtient alors $S : \bar{a} \cdot \bar{b}$



OR : Deux portes NAND collées en NOT qui donnent respectivement $\bar{a}$ et $\bar{b}$ puis une troisième qui reçoit $\bar{a}$ et $\bar{b}$ on a donc
 $S = \bar{a} \cdot \bar{b} = a + b$.



a	b	$\bar{a} \cdot \bar{b}$	AND	$\bar{a}$	$\bar{b}$	OR
0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1

9) Sur 16 broches, 2 servent à alimenter et une pour la masse

• Il reste 12 broches or une NAND = 3 broches

on a donc $\frac{12}{3} = 4$ donc CO-40110 - au maximum 4 portes NAND.