

Correction DS n°1 : Parcours vert

Exercice n°1 : Communication avec le rover Perseverance, CCINP TSI 2023**Q1. (1,5 pt)**

La tension aux bornes d'un condensateur est continue.

(0,5 pt)

Comme il est initialement déchargé :

$$u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0.$$

(0,5 pt)

De plus, l'intensité du courant circulant dans une bobine est continue. À l'instant $t = 0^-$, le courant est nul car l'interrupteur est ouvert. On en déduit :

$$i(0^+) = 0.$$

(0,5 pt)

Q2. (2,5 pts)

On écrit la loi des mailles pour le circuit :

$$E = Ri + u_L + u_C.$$

(0,5 pt)

On utilise les relations constitutives :

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad \text{et} \quad i = C \frac{du_C}{dt}.$$

(1 pt : 0,5 pt par relation)

En substituant ces expressions dans la loi des mailles, on obtient l'équation différentielle vérifiée par u_C :

$$E = RC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C.$$

(1 pt)

Q3. (2 pts)

En divisant l'équation précédente par LC , on obtient :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{E}{LC}.$$

(0,5 pt)

Par identification avec la forme canonique :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E,$$

on identifie :

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}.$$

(0,5 pt)

On en déduit :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

(1 pt : 0,5 pt par expression)

Q4. (1 pt)

La fréquence propre vaut :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

(0,5 pt)

Application numérique :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{40 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-9}}} \simeq \frac{10^5}{12} \simeq \boxed{8 \times 10^3 \text{ Hz}}.$$

(0,5 pt)

Q5. (1,5 pt)

Le facteur de qualité vaut :

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2,0 \times 10^3} \sqrt{\frac{40 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}}} = \boxed{1,0}.$$

(0,5 pt)

Comme $Q > \frac{1}{2}$:

(0,5 pt)

le régime est **pseudo-périodique**.

(0,5 pt)

Q6. (1,5 pt)

L'impédance complexe du condensateur est :

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} = -\frac{j}{C\omega}.$$

(0,5 pt)

Les trois dipôles étant associés en série, leurs impédances s'additionnent :

$$\underline{Z}_{eq} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}.$$

(0,5 pt)

Ainsi :

$$\underline{Z}_{eq} = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right).$$

(0,5 pt)

Q7. (1 pt)

Les écritures complexes correspondantes sont :

$$\underline{e}(t) = E \exp(j\omega t).$$

(0,5 pt)

$$\underline{i}(t) = I \exp(j\omega t) \exp(j\varphi).$$

(0,5 pt)

Q8. (2 pts)

En considérant la loi des mailles en notation complexe :

$$\underline{e} = \underline{Z}_{eq} \underline{i}.$$

(0,5 pt)

En remplaçant les différentes expressions et en simplifiant par $\exp(j\omega t)$:

$$E = \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right] I \exp(j\varphi).$$

(0,5 pt)

En prenant le module de cette égalité :

$$E = I \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

(0,5 pt)

D'où l'amplitude de l'intensité :

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}.$$

(0,5 pt)

Q9. (1,5 pt)

L'amplitude I est maximale lorsque le dénominateur de son expression est minimal.

(0,5 pt)

Cette condition est réalisée lorsque :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \iff \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0.$$

(0,5 pt)

La fréquence correspondante est donc f_0 . Dans ce cas :

$$I_{\max} = \frac{E}{R}.$$

(0,5 pt)

Q10. (1,5 pt)

La durée de propagation du signal radio est :

$$\tau = \frac{d}{c}.$$

(0,5 pt)

Application numérique :

$$\tau = \frac{300 \times 10^9}{3 \times 10^8} = 10^3 \text{ s} \simeq \boxed{17 \text{ min}}.$$

(0,5 pt)

La communication entre la Terre et Mars n'est donc pas instantanée.

(0,5 pt)

Q11. (1,5 pt)

Une image 4K possède environ :

$$N_{\text{pixels}} = 4000 \times 2000 = 8 \times 10^6 \text{ pixels}.$$

(0,5 pt)

Chaque pixel étant codé sur 32 bits, le poids de l'image en bits vaut :

$$N_{\text{bits}} = 32 \times 8 \times 10^6 \simeq 2,5 \times 10^8 \text{ bits}.$$

(0,5 pt)

Sachant que 1 octet correspond à 8 bits :

$$N_{\text{octets}} = \frac{2,5 \times 10^8}{8} \simeq 3 \times 10^7 \text{ octets}.$$

On obtient finalement :

$$\boxed{30 \text{ Mo}}.$$

(0,5 pt)

Q12. (2 pts)

Une vidéo de 1 seconde à 24 images par seconde contient 24 images.

(0,5 pt)

Le volume de données à transmettre vaut donc :

$$V = 24 \times 30 = 720 \text{ Mo}.$$

(0,5 pt)

Avec un débit de $0,25 \text{ Mo s}^{-1}$, la durée de transmission est :

$$\Delta t = \frac{V}{D} = \frac{30 \times 24}{0,25} \simeq \boxed{3 \times 10^3 \text{ s}}.$$

(0,5 pt)

Cela représente près d'une heure pour transmettre une seule seconde de vidéo. La transmission d'une vidéo 4K est donc excessivement longue dans ces conditions.

(0,5 pt)

Total de l'exercice : 20 points.

Exercice n°2 : Accéléromètre à détection capacitive, EPITA MPI 2026

2.1 Filtrage mécanique

Q13. (2 pts)

On étudie le point matériel M dans le référentiel de l'appareil photographique, supposé galiléen.

Le bilan des forces exercées sur M est le suivant :

$$\begin{cases} \vec{P} = mg\vec{u}_z, \\ \vec{F}_f = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{z}\vec{u}_z, \\ \vec{F}_{el} = -k(l(t) - l_0)\vec{u}_{ext}. \end{cases}$$

(1 pt : 0,5 pt pour le poids et 0,5 pt pour les forces de frottement et de rappel)

Ici, $l(t)$ est la longueur instantanée du ressort et $\vec{u}_{ext}$ est dirigé du point d'attache vers M . Dans la situation étudiée, $\vec{u}_{ext} = \vec{u}_z$ et $l(t) = z$.

À l'équilibre, la vitesse et l'accélération sont nulles. La seconde loi de Newton projetée sur Oz donne :

$$mg - k(z_{eq} - l_0) = 0.$$

(0,5 pt)

On en déduit :

$$z_{eq} = \frac{mg}{k} + l_0.$$

(0,5 pt)

Comme $z_{eq} > l_0$, le ressort est étiré à l'équilibre sous l'effet du poids de M .

Q14. (3 pts)

La seconde loi de Newton dans le référentiel de l'appareil photographique s'écrit :

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}.$$

(0,5 pt)

D'après l'énoncé :

$$\vec{a} = (\ddot{z} + \ddot{z}_O)\vec{u}_z.$$

(0,5 pt)

En projetant la seconde loi de Newton sur Oz :

$$m(\ddot{z} + \ddot{z}_O) = mg - k(z - l_0) - \alpha\dot{z}.$$

(0,5 pt)

En utilisant la relation d'équilibre $mg + kl_0 = kz_{eq}$, on obtient :

$$m\ddot{z} + \alpha\dot{z} + kz = kz_{eq} - m\ddot{z}_O.$$

(0,5 pt)

On introduit le déplacement par rapport à l'équilibre :

$$Z = z - z_{eq}.$$

Comme z_{eq} est constant :

$$\dot{Z} = \dot{z} \quad \text{et} \quad \ddot{Z} = \ddot{z}.$$

(0,5 pt)

On obtient alors :

$$m\ddot{Z} + \alpha\dot{Z} + kZ = -m\ddot{z}_O.$$

Avec l'excitation sinusoïdale donnée dans l'énoncé :

$$m\ddot{Z} + \alpha\dot{Z} + kZ = mZ_O\omega^2 \cos(\omega t).$$

(0,5 pt)

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire d'ordre deux, à coefficients constants, avec un second membre sinusoïdal.

Q15. (2 pts)

En divisant l'équation précédente par m :

$$\ddot{Z} + \frac{\alpha}{m}\dot{Z} + \frac{k}{m}Z = Z_O\omega^2 \cos(\omega t).$$

(0,5 pt)

On identifie cette expression à la forme canonique :

$$\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{Z} + \omega_0^2 Z = Z_O\omega^2 \cos(\omega t).$$

Par identification :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{m}.$$

(0,5 pt)

Ainsi :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\sqrt{km}}{\alpha}.$$

(1 pt : 0,5 pt par expression)**Q16. (1 pt)**

On se place en régime sinusoïdal forcé permanent : le régime transitoire a eu le temps de disparaître.

Le second membre de l'équation différentielle étant sinusoïdal, on recherche une solution particulière de même pulsation :

$$Z(t) = Z_M \cos(\omega t + \varphi).$$

(0,5 pt)

Z_M représente l'amplitude des oscillations du point M et φ leur déphasage par rapport à l'excitation. La pulsation ω est celle des tremblements imposés à l'appareil.

(0,5 pt)**Q17. (3 pts)**

On utilise la représentation complexe :

$$\underline{Z}(t) = \underline{Z}_M e^{j\omega t}, \quad \underline{Z}_M = Z_M e^{j\varphi}.$$

(0,5 pt)

L'équation différentielle de Q15 devient :

$$(j\omega)^2 \underline{Z}_M e^{j\omega t} + \frac{\omega_0}{Q} (j\omega) \underline{Z}_M e^{j\omega t} + \omega_0^2 \underline{Z}_M e^{j\omega t} = \omega^2 Z_O e^{j\omega t}.$$

(0,5 pt)

On factorise par $\underline{Z}_M$ et on simplifie par $e^{j\omega t}$:

$$\underline{Z}_M \left(-\omega^2 + j\frac{\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2 \right) = \omega^2 Z_O.$$

(0,5 pt)

On obtient :

$$\underline{Z}_M = \frac{\omega^2 Z_O}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\frac{\omega\omega_0}{Q}}.$$

En posant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et en divisant numérateur et dénominateur par ω_0^2 :

$$\underline{Z}_M = \frac{Z_O x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}.$$

(0,5 pt)

En prenant le module :

$$Z_M = \frac{Z_O x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}}.$$

(1 pt)

Q18. (2 pts)

La fonction de transfert associée est :

$$\underline{H}(x) = \frac{Z_M}{Z_O} = \frac{x^2}{1-x^2 + j\frac{x}{Q}}.$$

(0,5 pt)

En basses fréquences, $x \ll 1$:

$$\underline{H}(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} x^2, \quad |\underline{H}(x)| \rightarrow 0.$$

(0,5 pt)

En hautes fréquences, $x \gg 1$:

$$\underline{H}(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{x^2}{-x^2} = -1, \quad |\underline{H}(x)| \rightarrow 1.$$

(0,5 pt)

Les basses fréquences sont atténuées tandis que les hautes fréquences sont transmises. Il s'agit donc d'un **filtre passe-haut d'ordre deux**.

(0,5 pt)

Q19. (1,5 pt)

On repart de l'amplitude obtenue en Q17 :

$$Z_M(x) = \frac{Z_O x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2}}.$$

Pour $x > 0$, on réécrit :

$$Z_M(x) = \frac{Z_O}{\sqrt{\left(\frac{1-x^2}{x^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2 x^2}}}.$$

(0,5 pt)

Z_M est maximale lorsque la fonction

$$f(x) = \left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^2 + \frac{1}{Q^2 x^2}$$

est minimale.

On dérive :

$$f'(x) = -\frac{2}{x^3} \left[2\left(\frac{1}{x^2} - 1\right) + \frac{1}{Q^2} \right].$$

(0,5 pt)

Pour $x > 0$, l'annulation de la dérivée donne :

$$2\left(\frac{1}{x^2} - 1\right) + \frac{1}{Q^2} = 0,$$

soit :

$$\frac{1}{x^2} = 1 - \frac{1}{2Q^2}.$$

Une solution positive finie existe lorsque $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. La fréquence réduite de résonance est alors :

$$x_r = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} \quad \text{pour } Q > \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

(0,5 pt)

L'étude du signe de f' confirme qu'il s'agit d'un minimum de f , donc d'un maximum de Z_M .

Q20. (2 pts)

On repart de la fonction de transfert :

$$\underline{H}(x) = \frac{x^2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

En basses fréquences :

$$|\underline{H}(x)| \sim x^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z_M(x) \sim Z_O x^2}.$$

(0,5 pt)

En hautes fréquences :

$$|\underline{H}(x)| \rightarrow 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Z_M(x) \rightarrow Z_O}.$$

(0,5 pt)

On distingue deux comportements :

- si $Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, l'amplitude augmente vers Z_O sans présenter de pic de résonance ;
- si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, l'amplitude présente un maximum à $x = x_r$, puis tend vers Z_O .

(0,5 pt)

Le tracé doit faire apparaître les deux courbes, leur départ à l'origine, la limite Z_O et, pour le second cas, le pic de résonance.

(0,5 pt)

Q21. (2 pts)

On donne $Z_O = 2 \text{ mm}$ et $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10$.

La fréquence réduite vaut :

$$x = \frac{\omega}{\omega_0} = \pi \times 10^{-2} \ll 1.$$

(0,5 pt)

On se situe donc dans le domaine des basses fréquences :

$$\boxed{Z_M(x) \simeq Z_O x^2}.$$

(0,5 pt)

Application numérique :

$$Z_M \simeq 2 (\pi \times 10^{-2})^2 \text{ mm} \simeq \boxed{2 \times 10^{-3} \text{ mm}}.$$

(0,5 pt)

L'ordre de grandeur du déplacement du point M semble cohérent avec la situation étudiée.

(0,5 pt)

2.2 Capacité du capteur**Q22. (2 pts)**

On considère un plan infini uniformément chargé, perpendiculaire à l'axe (Oz) .

- La distribution de charges est invariante par translation selon les directions (Ox) et (Oy) . Le champ électrique ne dépend donc que de z . (0,5 pt)
- Tout plan contenant l'axe (Oz) est un plan de symétrie de la distribution de charges. Le champ électrique appartient donc à chacun de ces plans. (1 pt)

On en déduit que le champ électrique est nécessairement dirigé selon l'axe (Oz) :

$$\boxed{\vec{E}(M) = E(z) \vec{e}_z}$$

(0,5 pt)

Q23. (3 pts)

On considère un plan infini situé en $z = 0$, portant une densité surfacique de charge uniforme $\sigma > 0$.
 On choisit comme surface de Gauss un cylindre de section S_G , d'axe (Oz) , traversant le plan chargé.
 Le flux du champ électrique à travers la surface latérale est nul car le champ est perpendiculaire au vecteur surface.
 Par symétrie par rapport au plan chargé, le champ possède la même norme de part et d'autre du plan, mais des sens opposés.
 Le flux total s'écrit donc :

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2ES_G$$

(1 pt)

La charge intérieure à la surface de Gauss est :

$$Q_{\text{int}} = \sigma S_G$$

(0,5 pt)

D'après le théorème de Gauss :

$$2ES_G = \frac{\sigma S_G}{\epsilon_0}$$

D'où :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

(0,5 pt)

Le champ est dirigé vers l'extérieur du plan chargé positivement. Ainsi :

$$\vec{E}(M) = \begin{cases} -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z & \text{si } z < 0 \\ +\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z & \text{si } z > 0 \end{cases}$$

(1 pt)

Q24. (2 pts)

On considère deux armatures planes infinies, situées respectivement en $z = 0$ et $z = e$.
 La première porte une densité surfacique de charge $+\sigma$, tandis que la seconde porte une densité $-\sigma$.
 Entre les armatures, le champ créé par le plan positif est :

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z$$

Le champ créé par le plan négatif est dirigé vers ce dernier :

$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z$$

(1 pt : 0,5 pt par champ)

D'après le principe de superposition :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

(0,5 pt)

On obtient finalement :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z$$

(0,5 pt)

Le champ électrique est uniforme entre les armatures et dirigé de l'armature positive vers l'armature négative.

Q25. (3 pts)

On rappelle la relation entre le champ électrique et le potentiel électrostatique :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$$

(1 pt)

Le potentiel ne dépendant que de z , cette relation devient :

$$E_z = -\frac{dV}{dz}$$

En utilisant l'expression du champ électrique obtenue précédemment :

$$\frac{dV}{dz} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

(0,5 pt)

En intégrant par rapport à z :

$$V(z) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}z + K$$

La condition aux limites $V(0) = U$ permet d'obtenir $K = U$.

Ainsi :

$$V(z) = U - \frac{\sigma}{\epsilon_0}z$$

(1 pt)

En utilisant la seconde condition aux limites $V(e) = 0$:

$$0 = U - \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$$

On en déduit :

$$U = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$$

(0,5 pt)**Q26. (2 pts)**

Par définition, la capacité du condensateur est donnée par :

$$C = \frac{Q}{U}$$

(0,5 pt)

La densité surfacique de charge étant uniforme sur chaque armature :

$$Q = \sigma S$$

(0,5 pt)

D'après la question précédente :

$$U = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$$

En remplaçant dans l'expression de la capacité :

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma e}{\epsilon_0}}$$

(0,5 pt)

On obtient finalement :

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

(0,5 pt)

La capacité est proportionnelle à la surface des armatures et inversement proportionnelle à leur distance de séparation.

Q27. (2 pts)

D'après l'énoncé :

$$C(t) = \frac{\epsilon_0 S}{h} \left(1 + \frac{Z(t)}{h} \right).$$

Les valeurs extrêmes du déplacement sont :

$$Z_{\min} = -Z_M, \quad Z_{\max} = +Z_M.$$

(0,5 pt)

Les positions extrêmes correspondantes sont :

$$z_1 = z_{\text{eq}} - Z_M, \quad z_2 = z_{\text{eq}} + Z_M.$$

(0,5 pt)

On en déduit les capacités extrêmes :

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{h} \left(1 + \frac{z_{\text{eq}} - Z_M}{h} \right)$$

et

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{h} \left(1 + \frac{z_{\text{eq}} + Z_M}{h} \right).$$

(0,5 pt)

Application numérique :

$$C_1 = 6 \times 10^{-14} \text{ F}, \quad C_2 = 4,6 \times 10^{-14} \text{ F}.$$

(0,5 pt)

2.3 Mesure de capacité

Q28. (2 pts)

La loi des mailles orientée dans le circuit LC donne :

$$u_C + u_L = 0.$$

(0,5 pt)

En convention récepteur :

$$i = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{et} \quad u_L = L \frac{di}{dt}.$$

(0,5 pt)

En substituant :

$$u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} = 0.$$

(0,5 pt)

Sous forme canonique :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0.$$

(0,5 pt)

On reconnaît l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique.

Q29. (1 pt)

Par identification avec l'équation de l'oscillateur harmonique :

$$\ddot{u}_C + \omega_0^2 u_C = 0,$$

on obtient :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

(0,5 pt)

La fréquence propre vaut donc :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

(0,5 pt)

Q30. (1 pt)

Avec $C = C_0 + \Delta C$, la fréquence s'écrit :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_0 + \Delta C)}}.$$

On factorise par C_0 :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}} \left(1 + \frac{\Delta C}{C_0}\right)^{-1/2}.$$

(0,5 pt)

Comme $\Delta C \ll C_0$, on utilise le développement limité :

$$(1 + x)^{-1/2} \simeq 1 - \frac{x}{2}.$$

On obtient :

$$f \simeq f_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_0}\right), \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}.$$

(0,5 pt)

Q31. (1 pt)

D'après le critère de Shannon, la fréquence d'échantillonnage doit vérifier :

$$f_e \geq 2f_{\max}.$$

(0,5 pt)

Or, dans la situation étudiée :

$$f_{\max} = f_0 \left(1 + \frac{Z_M}{2Z_{\text{eq}}}\right).$$

Il faut donc choisir :

$$f_e \geq 2f_0 \left(1 + \frac{Z_M}{2Z_{\text{eq}}}\right).$$

(0,5 pt)

Q32. (1,5 pt)

Par définition de la fréquence instantanée :

$$f_{\text{ins}} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}.$$

(0,5 pt)

Pour une phase de la forme $\phi(t) = 2\pi f(t)t$, la dérivation d'un produit donne :

$$f_{\text{ins}} = \frac{1}{2\pi} \left(2\pi f(t) + 2\pi t \frac{df(t)}{dt}\right).$$

(0,5 pt)

En utilisant l'expression de $f(t)$ donnée dans l'énoncé, on obtient :

$$f_{\text{ins}} = f_0 \left(1 - \frac{Z_M}{2Z_{\text{eq}}} \cos(\omega t + \varphi)\right) + f_0 \frac{Z_M}{2Z_{\text{eq}}} \omega t \sin(\omega t + \varphi).$$

(0,5 pt)**Q33. (1 pt)**

D'après l'énoncé :

$$NT_m = T_{\text{ins}}.$$

Comme $T_m = \frac{1}{f_m}$:

$$T_{\text{vib}} = T_{\text{ins}} = \frac{N}{f_m}.$$

(0,5 pt)

On en déduit :

$$N = \frac{f_m}{f_{\text{ins}}}.$$

Application numérique :

$$N = 20.$$

(0,5 pt)

Cet ordre de grandeur est cohérent : le nombre d'impulsions est mesurable.

Q34. (1 pt)

D'après la formule de propagation des incertitudes pour un quotient :

$$\frac{\Delta f_{\text{ins}}}{f_{\text{ins}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_m}{f_m}\right)^2}.$$

(0,5 pt)

Application numérique :

$$\frac{\Delta f_{\text{ins}}}{f_{\text{ins}}} = 0,05.$$

L'incertitude relative est donc de 5 %.

Pour la diminuer, il faudrait compter davantage d'impulsions, donc diminuer f_m sans augmenter son incertitude.**(0,5 pt)**

Bonus de présentation (6 points)

L'attribution du bonus de présentation tient compte de la qualité globale de la copie : lisibilité de l'écriture, orthographe et syntaxe, encadrement des résultats, absence de ratures au milieu d'un calcul, etc.

Ce bonus traduit votre impression globale à l'issue de la correction.

Attribution du bonus :

6 points : La correction de la copie n'a occasionné aucune difficulté de lecture ou de compréhension. La présentation n'a pas gêné le correcteur au cours de son travail.

3 points : La correction de la copie a nécessité un effort supplémentaire en raison de sa présentation. Le correcteur a été gêné à plusieurs reprises par des défauts de présentation.

0 point : La copie est difficilement déchiffrable ou extrêmement mal présentée. Le candidat n'a manifestement fait aucun effort pour faciliter sa lecture.

Règles particulières :

Si le candidat obtient **4 points ou moins** sur l'ensemble de la copie, attribuer systématiquement **0 point** au bonus.

Si le candidat obtient **8 points ou moins** sur l'ensemble de la copie, attribuer uniquement **0 ou 3 points** de bonus.