

DM-1

Partie I:

1. On se place dans un système de coordonnées cylindrique.

$$\vec{E}(r, \theta, z) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r + E_\theta(r, \theta, z) \vec{e}_\theta + E_z(r, \theta, z) \vec{e}_z$$

Symétrie:

$\Pi_1 = (M, \vec{e}_\theta, \vec{e}_r)$ est un Π^+

$\Pi_2 = (M, \vec{e}_z, \vec{e}_r)$ est un Π^+

$\vec{E}$ appartient à l'intersection de Π_1 et Π_2 .

Invariances:

Invariance translation z car $\vec{E}$ ne dépend pas de z .

Invariance rotation θ car $\vec{E}$ ne dépend pas de θ .

donc, $\boxed{\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r}$

2. Calcul de flux:

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{sup}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} + \iint_{S_{\text{inf}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{inf}} + \iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{lat}}$$

$$d\vec{S}_{\text{sup}} = dS_{\text{sup}} \vec{e}_z \perp \vec{e}_r = \iint_{S_{\text{sup}}} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} = 0$$

Idem pour $d\vec{S}_{\text{inf}}$.

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{\text{lat}}} E(r) \cdot dS_{\text{lat}} = E(r) \iint_{S_{\text{lat}}} dS_{\text{lat}} = E(r) \cdot 2\pi r H$$

$$Q_{\text{int}} = \oiint_S Q$$

Th de Gauss:

$$E(r) \cdot 2\pi r H = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \boxed{E(r) = \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0}}$$

3. On sait que $C = \frac{Q}{U}$ or $U = V_1 - V_2$ donc

$$C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

4. Déterminons l'expression de la circulation du champ

$$\vec{E}: \quad C_{a_1, a_2} = \int_{a_1}^{a_2} E(r) dr = \int_{a_1}^{a_2} \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0} dr$$

$$= \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} \left[\ln r \right]_{a_1}^{a_2} = \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} \times \ln(a_2/a_1)$$

* Car $a_2 = V_1 - V_2$ donc

$$C_0 = \frac{Q}{\frac{Q \ln(a_2/a_1)}{2\pi H \epsilon_0}} = \frac{2\pi H \epsilon_0}{\ln(a_2/a_1)}$$

5. Etant donné que la zone du condensateur immergée est délimitée par les mêmes armatures que la zone immergée, les deux zones possèdent la même différence de potentielle

$U = V_1 - V_2$, on a donc :

$$Q_{eau} = C_{eau} \times (V_1 - V_2)$$

$$Q_{air} = C_{air} \times (V_1 - V_2)$$

$$Q = C \times (V_1 - V_2)$$

$$Q = Q_{eau} + Q_{air} \Leftrightarrow C \times (V_1 - V_2) = C_{eau} \times (V_1 - V_2) + C_{air} (V_1 - V_2)$$

$$C = C_{eau} + C_{air}$$

$$6. \quad C_{eau} = \frac{2\pi h \epsilon}{\ln(a_2/a_1)}$$

$$C_{air} = \frac{2\pi (H-h) \epsilon_0}{\ln(a_2/a_1)}$$

$$C(h) = C_{eau} + C_{air} = \frac{2\pi h \epsilon}{\ln(a_2/a_1)} + \frac{2\pi (H-h) \epsilon_0}{\ln(a_2/a_1)}$$

$$= \frac{2\pi H \epsilon_0}{\ln(a_2/a_1)} \left(\frac{h \epsilon}{H \epsilon_0} + 1 - \frac{h}{H} \right)$$

$$= C_0 \left[\left(\frac{\epsilon}{H \epsilon_0} - \frac{1}{H} \right) h + 1 \right]$$

$$C(h) = C_0 \left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{H \epsilon_0} h + 1 \right)$$

on retrouve bien $C(h) = C_0(Ah + B)$ avec

$$A = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{H\epsilon_0} \text{ et } B = 1.$$

Partie II :

7. D'après le schéma de la figure 1, U_e est relié aux deux bornes du dipôle, en entrée on a donc soit $(0,0)$, soit $(1,1)$. Sur le diagramme 1 on observe que quand $U_e = 0$, $U_s = V_{cc}$ et quand $U_e = V_{cc}$, $U_s = 0$, or les portes capables de faire ça sont les portes NAND et NOR.

Sur la fig 2 une seule borne est reliée à U_e et l'autre à une masse, les possibilités sont donc d'entrée sont donc : $(0,0)$, $(1,0)$.

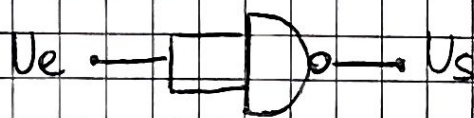
D'après le diag on sait que :

$$(0,0) \Rightarrow V_{cc}$$

$$(V_{cc}, 0) \Rightarrow V_{cc}$$

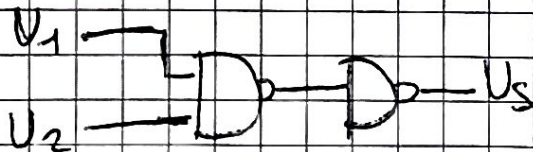
C'est donc une porte NAND.

8. NOT:



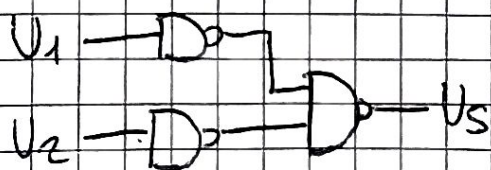
U_e	U_s
0	1
1	0

AND:



U_1	U_2	U_s
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

OR:



U_1	U_2	U_s
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

9. Il en compte 4 ~~ans~~ au maximum.