

Exercice 1:

1) Les plans $\Pi_1 = (M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ et $\Pi_2 = (M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ sont des plans de symétrie pour la distribution de charges et donc le champ $\vec{E}$ appartient au 2 plan donc.

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z) \vec{e}_r$$

De plus, on remarque que la distribution de charge ne varie pas selon θ et z donc

$$\vec{E}(M) = E_r(r) \vec{e}_r$$

$$\vec{E}(M) = E(r) \vec{e}_r$$

2) On calcule le flux avec pour surface de Gauss un cylindre de rayon a et de hauteur H

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \oint E(r) \vec{e}_r \cdot d\vec{S}_{\text{lat}} + \oint E(r) \vec{e}_r \cdot d\vec{S}_{\text{sup}} + \oint E(r) \vec{e}_r \cdot d\vec{S}_{\text{inf}} \\ &= E(r) \int d\theta dz + 0 + 0 \quad \text{car } \vec{e}_r \cdot \vec{e}_z = 0 \\ &= 2\pi a H E(r) \end{aligned}$$

On calcule la charge intérieure dans le cas $a_1 < a < a_2$
 $Q_{\text{int}} = \rho \pi a_1^2 H$

donc d'après le théorème de Gauss :

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \\ 2\pi a H E(r) &= \frac{\rho \pi a_1^2 H}{\epsilon_0} \\ E(r) &= \frac{\rho a_1^2}{2\epsilon_0} \end{aligned}$$

$$E(r) = \frac{\rho a_1^2}{2\epsilon_0}$$

3) On sait que $Q = CU$

donc :

$$C_0 = \frac{Q}{U}$$

$$C_0 = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

4) On sait que :

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}}(V)$$

$$-\frac{dV}{dr} = E(r)$$

$$-\int_{r_1}^{r_2} dr = \int_{a_1}^{a_2} \frac{Q}{2\pi r H \epsilon_0} dr$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} (\ln(a_2) - \ln(a_1))$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi H \epsilon_0} \ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)$$

b) On a :

$$C_{eau} = \frac{2\pi h \epsilon}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$$

$$= \frac{2\pi H \epsilon_0}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} \frac{\epsilon}{H \epsilon_0} h$$

$$C_{eau} = C_0 \frac{\epsilon}{H \epsilon_0} h$$

$$C_{air} = \frac{2\pi(H-h)\epsilon_0}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)}$$

$$= \frac{2\pi H \epsilon_0}{\ln\left(\frac{a_2}{a_1}\right)} \frac{(H-h)}{H}$$

$$C_{air} = C_0 \left(1 - \frac{h}{H}\right)$$

donc d'après la question 5 :

$$C(h) =$$

$$C = C_{eau} + C_{air}$$

$$= C_0 \frac{\epsilon}{H \epsilon_0} h + C_0 \left(1 - \frac{h}{H}\right)$$

$$= C_0 \left(\left(\frac{\epsilon}{H \epsilon_0} - \frac{1}{H} \right) h + 1 \right)$$

$$= C_0 \left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{H \epsilon_0} h + 1 \right)$$

$$C(h) = C_0 (Ah + B) \text{ avec } A = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{H \epsilon_0} \text{ et } B = 1$$

Exercice 1 :

7) D'après le résultat de la première expérience on en déduit que la porte est une NAND ou une NOR car si on lui envoie une seule entrée elle agit comme une porte NOT.

D'après l'expérience 2 déduit que la porte est obligatoirement une NAND car entre NAND et NOR, NAND est la seule porte qui si elle a au moins un 0 en entrée renverra toujours 1.

8) Porte NOT:



a	$\overline{a \cdot a}$
0	1
1	0

donc une porte NOT

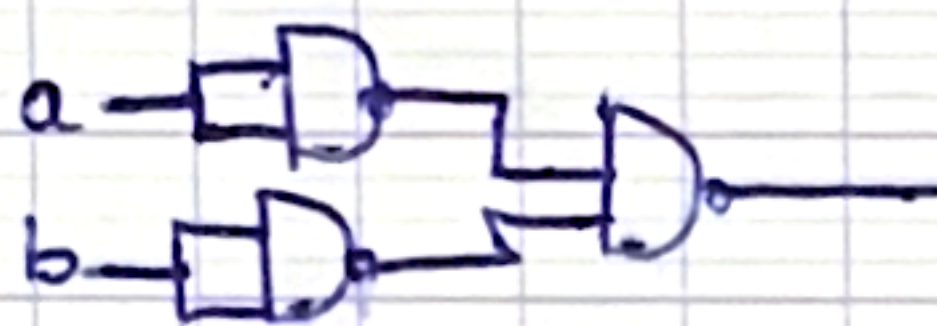
a	$\bar{a}$
0	1
1	0

Porte And:



a	b	$\overline{a \cdot b}$	$\overline{a \cdot b \cdot ab}$	$a \cdot b$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

Porte OR:



a	b	$\overline{a \cdot b}$	$\overline{b \cdot b}$	$\overline{a \cdot a \cdot b \cdot b}$	$a + b$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1

Il comporte 4 porte NAND au maximum.

En Effet, 1 pin pour l'entrée, 1 pour la sortie il reste 12 pins sachant qu'il faut 3 pins pour une portes NAND, il faut $\frac{12}{3} = 4$ il y a $\frac{12}{3} = 4$ portes au maximum.