Exercices d'entrainement :

Exercice 9.1. Distance d'arrêt ★ (Dynamique en coordonnées cartésiennes)

Un jeton de masse m est lancé sur un plan horizontal avec une vitesse initiale de norme v_0. **Quelle distance parcourt-il avant de s'arrêter ?** On introduira un coefficient de frottement dynamique noté f.

Exercice 9.2. Descente à ski ★★ (Projections, frottements statique et dynamique)

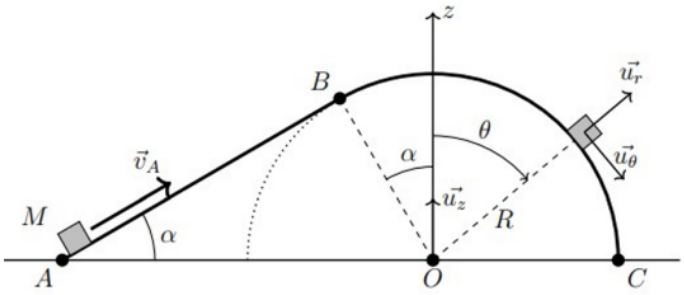


Madame Michu descend une piste à ski, selon la ligne de plus grande pente faisant l'angle α avec l'horizontale. L'air exerce une force de frottement supposée de la forme $\overrightarrow{F} = -\lambda\overrightarrow{v}$, où λ est un coefficient positif et $\overrightarrow{v}$ la vitesse de la skieuse. On note $\overrightarrow{T}$ et $\overrightarrow{N}$ les composantes tangentielle et normale de la réaction exercée par la neige, et f le frottement solide tel que $T = fN$.
On choisit comme origine de l'axe (Ox) de la ligne de plus grande pente la position initiale de la skieuse, supposée partir à l'instant initial avec une vitesse négligeable. On note (Oy) la normale à la piste dirigée vers le haut.

1. Calculer les normes T et N.
2. Calculer la vitesse et la position de la skieuse à chaque instant.
3. Montrer qu'elle atteint une vitesse limite v_l. Application numérique : calculer v_l avec $\lambda = 8,8$ kg/s, $m = 80$ kg, $\alpha = 45°$, et $f = 0,055$.
4. Calculer littéralement et numériquement la date t_1 où la skieuse a une vitesse égale à $v_l/2$.
5. À la date t_1, Madame Michu tombe. On néglige alors la résistance de l'air, et on considère que le coefficient de frottement sur le sol est multiplié par 20. Calculer la distance parcourue par Madame Michu avant de s'arrêter.

Exercice 9.3. Etude d'un palet sur une piste ★★ (Coordonnées polaires, énergétique)

Un palet M de masse $m = 5,0\,\text{kg}$, assimilé à un point matériel, est lancé sur une piste composée d'une partie rectiligne AB inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale et d'une partie circulaire BC de rayon $R = 2\,\text{m}$ d'angle $\widehat{BOC} = \frac{\pi}{2} + \alpha$:

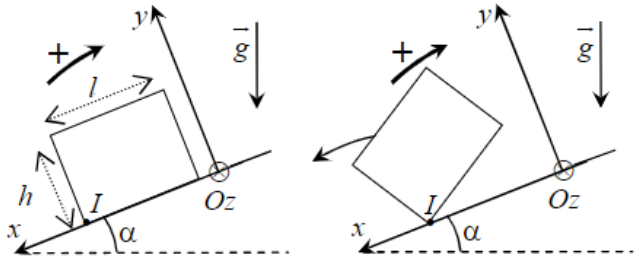


Le palet est initialement lancé avec une vitesse v_A et glisse sans frottements sur la piste. On désigne par $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ l'intensité du champ de pesanteur. Toute l'étude s'effectue dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

1. Déterminer la vitesse v_B au point B en fonction de v_A et des constantes du problème.
2. Pour que le palet arrive jusqu'au point B , il faut donc que $v_A > v_{\text{min}}$. Faire l'application numérique de v_{min} . Dans la suite, on suppose la condition $v_A > v_{\text{min}}$ vérifiée.
3. Exprimer la durée τ de parcours de la portion AB . **Astuce** : Commencer par trouver l'expression de la vitesse sur la partie AB en fonction du temps, de v_A et des constantes.
4. Déterminer l'expression de la norme de la réaction normale $\overrightarrow{R_N} = R_N\vec{u}_r$ du support sur M lors de la phase du mouvement sur l'arc BC.
5. Trouver la condition sur v_A pour que le palet ne décolle pas de la piste en B (c'est-à-dire pour que le palet reste sur la piste après B).
   Astuce : À quelle condition le palet décolle-t-il ?
6. Dans ces conditions, déterminer la valeur $\theta_d > 0$ de θ lorsque le palet quitte la piste.
   Astuce : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, commencer par trouver l'expression de la vitesse sur la partie BC.

□ Exercice 9.4. Basculement sur un plan incliné ★★ (Rotation)

Un bloc de masse **M**, de longueur **l** (égale à sa largeur) et de hauteur **h** repose, comme représenté ci-après, sur un plan initialement horizontal. On note **μ** le coefficient de frottement entre le bloc et le plan, la nature du contact se caractérisant par $\boldsymbol{\mu} \in [\mathbf{0}, \mathbf{1}]$. Un opérateur augmente progressivement la valeur de l'angle $\boldsymbol{\alpha}$ que fait le plan avec l'horizontale. On modélise le basculement éventuel du bloc par un pivotement sans glissement autour de la génératrice de contact passant par I. On note alors $\boldsymbol{J_{lz}}$ le moment d'inertie du bloc par rapport à cet axe et $\vec{\omega} = -\omega\,\vec{e_z}$, son vecteur rotation instantanée autour de cet axe où $\boldsymbol{\omega} > \mathbf{0}$ est sa vitesse angulaire.



1. On ignore la possibilité de basculement. À quelle condition sur **α** y a-t-il glissement ?

2. À quelle condition sur **α** y a-t-il basculement sans glissement ?

3. En déduire la condition sur les dimensions du bloc telle que celui-ci glisse sans avoir préalablement basculé, quelle que soit la nature du contact envisagé. A.N. : $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0,5}$.

□ Exercice 9.5. Oscillateur armorti par frottement solide ★★ (Ressort, oscillations)

On considère un oscillateur « harmonique » masse + ressort horizontal, amorti par une force de frottement solide. On note $\boldsymbol{m}$ la masse, $\boldsymbol{k}$ la constante de raideur, $\boldsymbol{g}$ l'accélération de la pesanteur et $\boldsymbol{\mu}$ le coefficient de frottement solide. On repère par la coordonnée $\boldsymbol{x}$ la position de la masse, et on prend l'origine au niveau de la position d'équilibre.

1. Donner, en fonction de $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{m}$ et $\boldsymbol{\mu}$, l'expression de l'intensité de la force de frottement solide (lorsqu'il y a glissement).

2. Donner l'équation différentielle du mouvement de la masse. Distinguer deux cas, selon que la masse se déplace vers la gauche ou vers la droite.

3. Montrer qu'il existe une zone $[-\boldsymbol{a}, +\boldsymbol{a}]$ où, si l'oscillateur atteint une vitesse nulle, il ne repart pas. Exprimer $\boldsymbol{a}$ en fonction de $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{k}$ et $\boldsymbol{\mu}$.

4. Initialement, $\boldsymbol{x = X_0}$ (supérieur à $\boldsymbol{a}$) et $\boldsymbol{v_x = 0}$. Déterminer $\boldsymbol{x(T/2)}$, où $\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\omega_0}}$ avec $\boldsymbol{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}$.

5. Déterminer $\boldsymbol{x(T)}$ et $\boldsymbol{x(3T/2)}$, en supposant qu'ils sont (en valeur absolue) supérieurs à $\boldsymbol{a}$.

6. Expliquer qualitativement quelle sera l'évolution ultérieure de l'oscillateur.

7. Si $\boldsymbol{X_0 = 8,5a}$, combien l'oscillateur effectue-t-il d'allers-retours avant de s'immobiliser ?

□ Exercice 9.6. Résolution de problème - Un téléphone qui glisse par rapport à une feuille ★★

On connait tous l'expérience impressionnante consistant à retirer une nappe d'une table sans faire tomber la vaisselle posée de dessus. De façon plus modeste, on peut songer à enlever une serviette sans faire tomber l'assiette posée dessus (à gauche) ou encore une feuille de papier sans faire tomber le téléphone portable de la figure de droite.





Si on tire « suffisamment doucement » sur la feuille de papier, le téléphone portable restera solidaire de la feuille et sera entraîné par lui. **Quelle force minimale faut-il exercer sur la feuille pour que le téléphone glisse par rapport à la feuille ?**