Devoir maison n°2

DE PERCIN
Sinaï

Exercice n°1
- Partie 1 -

Q1) Le cable admet un plan de symetrie de la distribution de courant selon $(\Pi, \vec{e_r}, \vec{e_z})$
et il admet des invariances selon z et θ donc
$\vec{B(\Pi)} = B_r(r,\theta,z)\vec{e_r} + B_\theta(r,\theta,z)\vec{e_\theta} + B_z(r,\theta,z)\vec{e_z}$ se réécrit

$$\vec{B(\Pi)} = B_\theta(r)\vec{e_\theta}.$$

Q2) On utilise le theoreme d'Ampère
$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé}$$

Surface Contour d'Ampère : Cercle de rayon r
On prend le contour compris entre : $0 < r < R_1$
La surface de l'âme $S_{âme} = \pi R_1^2$
La surface du contour $S_{cont} = \pi r^2$

$$S_{tot} = \frac{S_r}{S_{âme}} = \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2}$$

$$I_{enlacé} = I\frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} = I\frac{r^2}{R_1^2}$$

Th d'Ampère on a : $B(r)\,2\pi r = \mu_0 i \frac{r^2}{R_1^2}$

$$B(r) = \mu_0 \frac{i\,r}{2\pi R_1^2}$$

Pour r compris entre R_1 et R_2

$$R_1 < r < R_2$$

$I_{enlacé} = i$

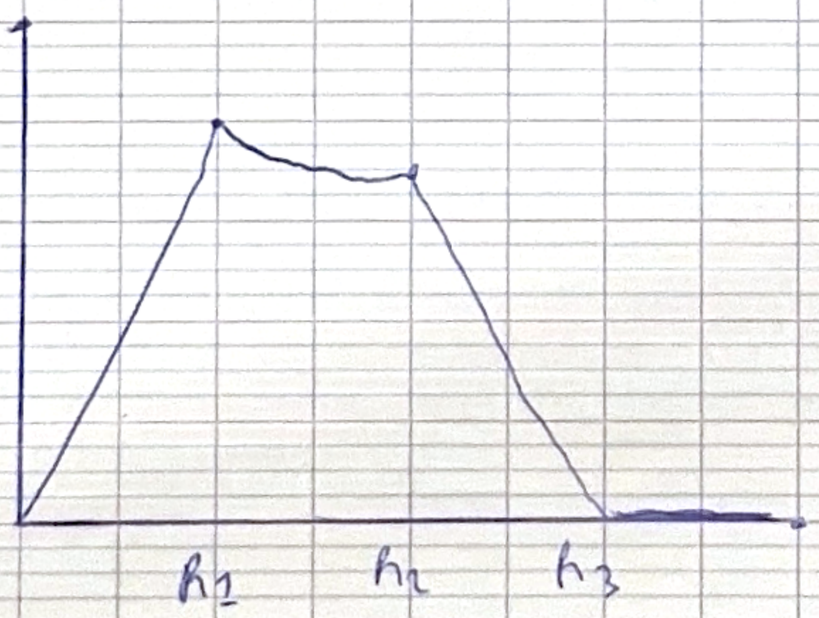
$B(r)\ 2\pi r = \mu_0 i$

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Pour $R_2 < r < R_3$

Pour $R_3 < r$

$B(r) = 0$



Q37 Etant donnée que les courants sont uniquement sur les surface R_1 et R_2

Pour $r < R_1$ $\quad B(r) = 0$

Pour $R_1 < r < R_2$ $\quad B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

Pour $R_2 < r$ $\quad B(r) = 0$

Q4)

On a $u_m = \frac{1}{2\mu_0} \|\underline{B}^2\|$

$U_m = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$ or $d\tau = r\,dr\,d\theta\,dz$

$U_m = \frac{\mu_0^2 i^2}{2\mu_0 (2\pi)^2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{r}{r^2} dr\, 2\pi l$

$U_m = \frac{i^2 \mu_0 l}{4\pi \mu_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

Q5) On a U_m d'après Q4) et $U_m = \frac{1}{2} L i^2$

$\frac{1}{2} L i^2 = \frac{i^2 \mu_0 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2^2}{R_2}\right)$

$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_2}\right)$

De plus l'inductance linéique :

$\Lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

μ_0 est en $H.m^{-1}$ $\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$ et 2π n'ont pas d'unité
donc Λ est en $H.m^{-1}$

Q6

- Partie II -

Q7) On sait que $Q = \sigma S$

Pour R_1 on a $Q_1 = \sigma_1 S_1$

car âme $\rightarrow$ $\cdot = \sigma_1 2\pi R_1 \ell$

Pour R_2 on a $-Q = \sigma_2 2\pi R_2 \ell$

car gaine $\rightarrow$ $Q = -\sigma_2 2\pi R_2 \ell$

On a donc $Q = Q$

$$\sigma_1 2\pi R_1 \ell = -\sigma_2 2\pi R_2 \ell$$

$$\sigma_1 = -\frac{R_2}{R_1}\sigma_2$$

Q8) On reprend des coordonnées cylindrique

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_r(r,\theta,z)\vec{e_r} + E_\theta(r,\theta,z)\vec{e_\theta} + E_z(r,\theta,z)\vec{e_z}$$

On $\Pi_2^+(M, \vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ $\Pi_2^+(M, \vec{e_r}, \vec{e_z})$

On a de plus des invariances selon z et θ d'où

$$\vec{E}(r) = E_r(r)\vec{e_r}$$

Q9) Le théorème de Gauss $\oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

On choisit un cylindre de rayon r comme surface de Gauss

On a $Q_{int} = Q$

$$\oint \vec{E}.d\vec{S} = E(r)\,2\pi r\ell$$

$$E(r)\,2\pi r\ell = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi r\ell\varepsilon_0}\vec{u_r} \quad \text{entre } R_1 < r < R_2$$

Q10) $w_e(M) = \frac{\varepsilon_0}{2}\|\vec{E}(M)\|^2$

$$U_e = \iiint \frac{\varepsilon_0}{2}\|\vec{E}(M)\|^2$$

$$= \iiint \frac{\varepsilon_0}{2}\frac{Q}{2\pi r\ell\varepsilon_0}$$

DE PERCIN
Sinai

$$U_e = \frac{\varepsilon_0 Q^2}{8\pi^2 \ell^2 \varepsilon_0^2} \iiint \frac{1}{r^2} dr\, r\, d\theta\, dz$$

$$= \frac{\varepsilon_0 Q^2}{8\pi^2 \ell^2 \varepsilon_0^2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr\, 2\pi\ell$$

$$= \frac{\varepsilon_0 Q^2}{8\pi^2 \ell^2 \varepsilon_0^2} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \ell\, 2\pi$$

$$U_e = \frac{\varepsilon_0 Q^2}{4\pi \ell \varepsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right).$$

Q11) $U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\, dr$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi r \ell \varepsilon_0} dr$$

$$= \frac{Q}{2\pi r \ell \varepsilon_0} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Or $C = \frac{Q}{U}$

$$C = \frac{2\pi r \ell \varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}$$

- Exercice 2 -

Q1) On a $[O_2]_i = 9{,}2 \times 10^{-3}\ g.mol^{-1} = c_1$

Calculons m_{Hb} pour avoir $[Hb]_i = \frac{n_{Hb}}{V}$.

$$n_{Hb} = \frac{m}{M_{Hb}}$$

A.N) $n_{Hb} = \frac{15}{1{,}6 \times 10^4}$

$$= 9{,}375 \times 10^{-4}\ mol$$

$$[Hb]_i = \frac{9{,}375 \times 10^{-4}}{0{,}100} = 9{,}375\ mol^{-1} L^{-1}$$

	$Hb_{(aq)}$	+ $O_{2(aq)}$	= $HbO_{2(aq)}$
E_0 I	$[Hb]_i$	$[O_2]_i$	0
E_0 F	$[Hb] - x$	$[O_2] - x$	x

$$Q_{eq} = K_1 = \frac{c^0 [HbO_2]_{eq}}{[Hb]_{eq} [O_2]_{eq}}$$

$$K_1 = \frac{x}{([Hb]_{eq} - x)([O_2]_{eq} - x)}$$

$$K_1 x^2 - (k_1 [Hb]_{eq} + k_1 [O_2]_{eq} + 1) x + k_1 [O_2][Hb] = 0$$

En résolvant cette équation on obtient

$$x \simeq 9,09 \times 10^{-3} \text{ mol } L^{-1}$$

donc $[HbO_2]_{eq} \simeq 9,09 \times 10^{-3} \text{ mol } L^{-1}$

Q2) On a $Q = \frac{[HbO_2] c^0}{[Hb][O_2]}$

A.N $Q_{eq} = \frac{9,05 \times 10^{-3}}{(2,85 * 10^{-4})(3,6 \times 10^{-5})} \simeq 8,9 \times 10^5 > k_1$

donc sens indirect

Q3) Comme la réaction produit les cons H_3O^+ et que $pH = -\log([H_3O^+])$. Plus les H_3O^+ augmentent et plus le pH diminue

Q4)