EL ECISA
Dri Driss
HP MPI

DM 2 Physique

Ex 1

Q1. Coordonnées cylindriques :

$$\vec{B}(r,\theta,z) = B_r(r,\theta,z)\vec{u_r} + B_\theta(r,\theta,z)\vec{u_\theta} + B_z(r,\theta,z)\vec{u_z}$$

- Symétries : Soit M un point quelconque
$\Pi_1 = (M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ est un $\Pi+$
$\vec{B}$ est $\perp$ au $\Pi+$ donc $\vec{B}(M) = B_\theta(r,\theta,z)\vec{u_\theta}$
- Invariances :
~~Translation~~ rotative θ
Translation z
donc $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u_\theta}$ $\quad \vec{u_i} = \vec{u_\theta}$

Q2. Th d'Ampère :

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé}$$
$$= \oint B(r) \times r\, d\theta = B(r) \times 2\pi r$$

- Pour $r < R_1$ (dans l'âme) :
$I_{enlacé} = i\frac{r^2}{R_1^2}$

donc $\boxed{B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}}$

- Pour $R_1 < r < R_2$
$I_{enlacé} = i$ donc $\boxed{B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$

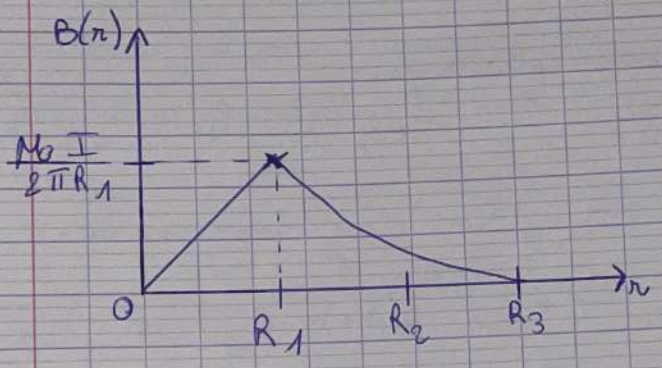
• Pour $R_2 < r < R_3$:

Dans R_3, I est négatif donc

$I_{enlacé} = i - i \times \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} = \boxed{B(r) = \mu_0 - \frac{\mu_0}{2\pi r} \times \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_1^2}}$

• Pour $R_3 < r$ (extérieur du câble) :

$I_{enlacé} = i - i = 0$ donc $\boxed{B(r) = 0}$



Q4 - D'après le point de cours on a :

$u_m = \frac{\| \vec{B}(M) \|^2}{2\mu_0}$

et $U_m = \iiint u_m(M) \, d\tau$

donc $U_m = \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{R_2} \frac{B(r)^2}{2\mu_0} r \, dr$

$= l 2\pi \int_0^{R_2} \frac{B(r)^2}{2\mu_0} r \, dr$

On sait que $B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}$ pour $r < R_1$ et pour $r = R_1$ on a : $B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R_1}$ et entre R_1 et R_2 $B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

ainsi : $U_m \approx \frac{2\pi l}{2\mu_0} \int_{R_1}^{R_2} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) r \, dr$

$= \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

Q4.

$$U_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

et $\boxed{\Lambda = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

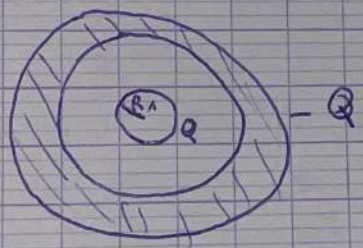
Unité de Λ : $\frac{[L]}{[l]} = H.m^{-1}$

Q6. $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} \times \ln\left(\frac{2}{1}\right)$

$\boxed{\simeq 1{,}39\ nH}$

Partie 2

Q7.



Q8.

Symétries :

$\Pi_1 = (M, \vec{U_r}, \vec{U_z})$ Π^+

$\Pi_2 = (M, \vec{U_r}, \vec{U_\theta})$ Π^+

$E \subset \Pi_1, \Pi_2$ d'où $\boxed{\vec{E}(r,\theta,\theta) = E(r,\theta,\theta)\vec{U_r}}$

Invariances :

translation z

rotation θ

donc $\boxed{\vec{E}(\vec{M}) = E(r)\vec{U_r}}$.

Q9.

On choisit une surface de Gauss cylindrique de rayon r tq $R_1 < r < R_2$ et de longueur l.

Calcul du flux:

$$\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \underbrace{\iint_{S_{sup}} \vec{E}\cdot\vec{dS}_{sup}}_{=0} + \underbrace{\iint_{S_{inf}} \vec{E}\cdot\vec{dS}_{inf}}_{=0} + \iint \vec{E}\cdot\vec{dS}_{lat}$$

donc $$\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \iint_{S_{lat}} \vec{E}\cdot dS_{lat} = \iint_{S_{lat}} E(r)\vec{U_r}\cdot dS_{lat}\vec{U_r}$$

$$\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \iint E(r)\,dS_{lat} = E(r)\times(2\pi r l)$$

$$Q_{int} = \iiint \rho_0\, d\tau$$
$$= \sigma_1 \times (2\pi R_1 l) = Q \quad \text{(charge totale de l'âme)}$$

On sait que $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

donc $\vec{E}(r)\times 2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

ainsi $\vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0}$ donc $\boxed{\vec{E}(M) = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0}\vec{U_r}}$

le champ est nul car les conducteurs sont à l'équilibre électrostatique.

Q10.

$$u_e(M) = \frac{\varepsilon_0}{2}\|\vec{E}(M)\|^2$$

avec $U_e = \iiint u_e(M)\, d\tau$

ELISA
Driss
MPI

$$U_e = \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\right)^2 r\, dr$$
$$= 2\pi l \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\right)^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r}\, dr$$
$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Q11

$$U_e = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$
$$\Leftrightarrow \cancel{\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Par identification : $\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$

$\Gamma = \frac{C}{l}$ donc $\boxed{\Gamma = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$

Q12

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{2\pi \times 8{,}82\times10^{-12}\times 1{,}0}{\ln(2)} \approx 8{,}02\times10^{-11}\ \text{F}$$

Ex2

Q1. L'équation d'oxyhémoglobine a pour équation

$$Hb_{(aq)} + O_{2(aq)} = HbO_{2(aq)}$$

$M_{Hb} = 1{,}6\times10^{4}\ \text{g.mol}^{-1}$

$[O_2]_i = 9{,}2\times10^{-3}\ \text{mol.L}^{-1}$

donc $M_{Hb} = \frac{m_{Hb}}{15} \Leftrightarrow n_{Hb} = \frac{15}{1{,}6\times10^{-4}} = 9{,}375\times10^{-4}\ \text{mol}$

$$[Hb] = \frac{n_{Hb}}{V} = \frac{9{,}375\times10^{-4}}{0{,}1} = 9{,}375\times10^{-3}\ \text{mol.L}^{-1}$$
$$\approx 9{,}38\times10^{-3}\ \text{mol.L}^{-1}$$

de plus $K_1 \gg 10^4$ et
$3,2 \times 10^{-3} > 3,38 \times 10^{-3}$ donc Hb est le réactif limitant.
$[HbO_2] \approx [Hb] \approx 3,38 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}

Q2. $Q = \dfrac{[HbO_2]}{[O_2][Hb]} = \dfrac{1}{3,6 \times 10^{-5}} < K_1$

On est donc au sens direct.

Q3. La dissolution du CO_2 produit des ions $H_3O^+_{(aq)}$. En l'absence d'autres régulations l'apparition de H_3O^+ provoquerait une augmentat° de leur concentration donc une chute brutale du pH sanguin.

Q4. Cette transformat° consomme des ions H_3O^+ et cela provoque la libérat° d'O_2 fournissant le dioxygène dont le corps a besoin.

Q5. $K_4 > K_1$

$$\frac{[HbCO]_{eq}}{[Hb]_{eq}} = K_4[CO]_{eq} = 7,5 \times 10^7 \times 2,0 \times 10^{-4} = 1,5 \times 10^4$$

$1,1 < 1,5 < 2,6$ donc cela correspond à des maux de tête.

Q6.

$$K_5 = \frac{[HbCO]_{aq}[O_2]_{aq}}{[HbO_2]_{eq}[CO]_{eq}}$$

or $\dfrac{K_4}{K_1} = \dfrac{[HbCO]/[Hb][CO]}{[HbO_2]/[Hb][O_2]} = \dfrac{[HbCO][O_2]}{[HbO_2][CO]}$

AN: $K_5 = \dfrac{K_4}{K_1} = \dfrac{7,5 \times 10^7}{3,0 \times 10^5} = 250 = K_3$