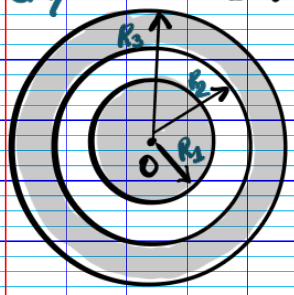
devoir maison 2

EXERCICE 1

Q1/



- Le système de coordonnées est en cylindriques :

$$\vec{B}(M) = B_r(r,\theta,z)\vec{e_r} + B_\theta(r,\theta,z)\vec{e_\theta} + B_z(r,\theta,z)\vec{e_z}$$

- Symetrie

Soit M quelconque

$\pi_1 = (M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ est un π^-, $\vec{B} \subset \pi^-$

$\pi_2 = (M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ est un π^+, $\vec{B} \perp \pi^+$

$$\vec{B}(M) = B_\theta(r,\theta,z)\vec{u_\theta}$$

- invariance

par translation selon z

par rotation selon θ

$$\vec{B}(M) = B_\theta(r)\,\vec{u_\theta}$$

Q2/

- Théorème d'Ampère

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{enlacé} = B_\theta(r)\,2\pi r$$

Le courant est uniforme :

- Âme, disque de R_1 : $j_1 = \dfrac{i}{\pi R_1^2}$

- Gaine, couronne entre R_2 et R_3 : $j_2 = \dfrac{i}{\pi(R_3^2 - R_2^2)}$

$r < R_1$

$I_{enlacé} = \int_1 2\pi r^2$ avec $j_1 = \frac{i}{\pi R_1^2}$

$I_{enlacé} = i \frac{r^2}{R_1^2}$

$B(r) 2\pi r = \mu_0 i \frac{r^2}{R_1^2}$ $\Leftrightarrow$ $B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R_1^2} r$

$R_1 \leq r < R_2$

$I_{enlacé} = i$

donc

$B(r) 2\pi r = \mu_0 i$ $\Leftrightarrow$ $B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

$R_2 < r < R_3$

$I_{enlacé} = i - j_2 \pi (r^2 - R_2^2)$

$= i - i \frac{(r^2 - R_2^2)}{(R_3^2 - R_2^2)}$

$= i \left(1 - \frac{(r^2 - R_2^2)}{(R_3^2 - R_2^2)}\right)$

$= i \frac{(R_3^2 - R_2^2) - (r^2 - R_2^2)}{R_3^2 - R_2^2}$

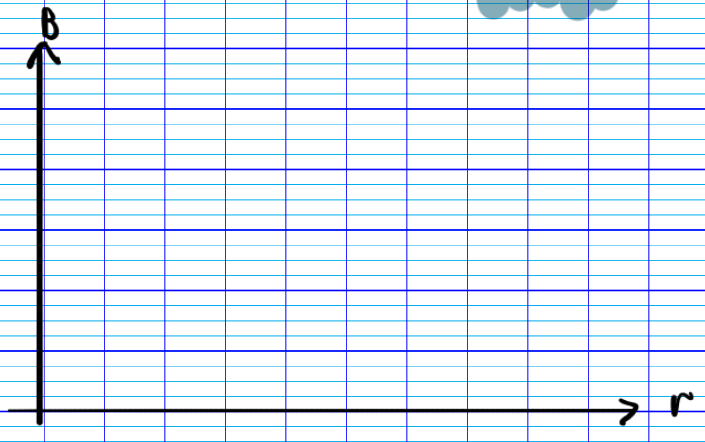
$= i \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$

donc $B(r) 2\pi r = \mu_0 i \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$

$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$

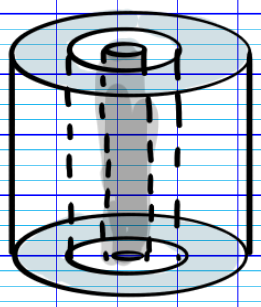
$r > R_3$

$I_{enlacé} = i - i = 0$ donc $B(r) = 0$



Partie n°2 : Etude électrostatique

Q7/



$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

$$\sigma_1 = \frac{Q}{S_1} \qquad S_1 = 2\pi R_1 \ell$$

donc $\sigma_1 = \frac{Q}{2\pi R_1 \ell}$ soit $Q = \sigma_1 2\pi R_1 \ell$

$Q_2 = -Q$ donc $S_2 = 2\pi R_2 \ell$

donc la densité surfacique :

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2} = \frac{-Q}{2\pi R_2 \ell}$$

et d'après la première formule :

$$\sigma_2 = \frac{-\sigma_1 2\pi R_1 \ell}{2\pi R_2 \ell}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sigma_2 = -\sigma_1 \frac{R_1}{R_2}$$

Q8/

la symétrie :

$\pi_1 = (M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$

$\pi_2 = (M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ sont des π^+

$$\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z)\vec{u_r}$$

invariances

par translation selon z

par rotation selon θ

$$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u_r}$$

Q9/

surface de Gauss d'un cylindre de rayon r et de longueur l.

Calcul du flux :

$$\iint \vec{E}(M)\,dS = \iint_{lat} \vec{E}(M)\,d\vec{S}_1 + \iint_{sup} \vec{E}(M)\,d\vec{S}_2 + \iint_{inf} \vec{E}(M)\,d\vec{S}_3$$

$$= E(r)\,2\pi r l$$

Th de Gauss

$$\iint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$E(r)\,2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0}$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{E}(M) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\vec{u_r}$$

à l'équilibre, le champ électrostatique, le champ électrique à l'intérieur est nul.

$$\vec{E}(M) = \vec{0}$$

À l'extérieur du câble :

$$Q_{int} = 0$$

donc d'après le th de Gauss :

$$\iint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = 0$$

$$E(r)2\pi r l = 0$$

donc $\vec{E}(M) = \vec{0}$

Q10/ $U_e = \iiint u_e(M)\, d\tau$ avec $u_e(M) = \frac{\varepsilon_0}{2} E(M)^2$

$\Leftrightarrow \quad U_e = \iiint \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2\, d\tau$ $\qquad d\tau = 2\pi r \ell\, dr$

$dS = 2\pi r\, dr$

$\Leftrightarrow \quad U_e = \iiint \frac{1}{2}\varepsilon_0 E(r)^2 \times 2\pi r \ell\, dr$

$\Leftrightarrow \quad U_e = \iiint \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 \ell r}\right)^2 2\pi r \ell\, dr$

$$U_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2\varepsilon_0} \frac{Q^2}{4\pi \ell r}\, dr$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell}\int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r}\, dr$$

$$U_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Q11/

$$U_e = \frac{Q^2}{2C}$$

$U_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$ donc $\frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \ell}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \ell}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$\Gamma = \frac{C}{\ell} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$\Gamma = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}$$

Q12/

$$C = \frac{2\pi \times 8{,}85\times 10^{-12}}{0{,}693} = 8{,}02 \times 10^{-11}\ \text{F}$$

$$C \simeq 80{,}2\ \text{pF}$$

Exercice 2

Q1/ $m = 15\ g$

$M_{Hb} = 1,6 \times 10^4\ g.mol^{-1}$

$V = 100\ mL = 0,100\ L$

On calcule d'abord la quantité de matière d'hémoglobine :

$$n_{Hb,i} = \frac{m}{M_{Hb}}$$

A.N : $n_{Hb,i} = \frac{15}{1,6 \times 10^4} = 9,4 \times 10^{-4}$

ensuite la concentration :

$$[Hb]_i = \frac{n_{Hb,i}}{V}$$

A.N : $[Hb]_i = \frac{9,4 \times 10^{-4}}{0,100} = 9,4 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

et $[O_2]_i = 9,2 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

	Hb + O_2 =	HbO_2
EI	[Hb] [O_2]	0
EF	[Hb] - x_f [O_2] - x_f	x_f

l'avancement maximal est

$x_{max} = 9,2 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

et le dioxygène est le réactif limitant

la constante d'equilibre :

$$K_1 = \frac{[HbO_2]_{eq}}{[Hb]_{eq}\,[O_2]_{eq}}$$

et $K_1 = 3{,}0 \times 10^5$ $\quad K_1 = \dfrac{x_f}{([Hb]-x_f)([O_2]-x_f)}$

$K_1 \gg 10^4$ donc la réaction est très avancée.

donc $x_f \simeq x_{max} = 9{,}2 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}

d'où $[HbO_2] = 9{,}2 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}

Q2/ le sens d'evolution

$$Hb + O_2 = HbO_2$$

$$[Hb]_f = [Hb]_i - x_f = 9{,}4 \times 10^{-3} - 9{,}2 \times 10^{-3}$$

$$[Hb]_f = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$Qr_1 = \frac{[HbO_2]}{[Hb][O_2]} = \frac{9{,}2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4} \times 3{,}6 \times 10^{-5}} = 1{,}46 \times 10^6$$

$$\boxed{Qr_1 > K_1}$$

Q3/ $CO_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} = HCO_3^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

d'augmentation de la concentration en ions oxonium entraine une diminution du pH, donc la dissolution du dioxyde de carbone acidifie le sang.

Q4/ $HbO_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = O_{2(aq)} + HbH^+_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

$$Q_{r,3} = \frac{[O_2][HbH^+]}{[HbO_2][H_3O^+]}$$

dans d'un effort musculaire, le dioxyde de carbone produit se dissout dans le sang et reagit avec l'eau.

$$CO_2 + 2H_2O = HCO_3^- + H_3O^+$$

Cette reaction produit des ions H_3O^+, ce qui augmente leur concentration.

donc $Q_{r3} < K_3$

le système evolue dans le sens direct.

Q5/ $Hb_{(aq)} + CO_{(aq)} = HbCO_{(aq)}$

la constante d'equilibre : $K_4 = 7{,}5 \times 10^7$

et $[CO]_{éq} = 2{,}0 \times 10^{-4}$ mol.L^{-1}

le quotient de reaction est : $Q_{r,4} = \frac{[HbCO]}{[Hb][CO]}$

a l'equilibre, on a $Q_{r,4} = K_4$ donc :

$$K_4 = \frac{[HbCO]_{eq}}{[Hb]_{eq}[CO]_{eq}} \iff \frac{[HbCO]_{eq}}{[Hb]_{eq}} = K_4 \times [CO]_{eq}$$

A.N : $\frac{[HbCO]_{eq}}{[Hb]_{eq}} = 2{,}0 \times 10^{-4} \times 7{,}5 \times 10^7 = 1{,}5 \times 10^4$

la personne presente des maux de tête

Q6/ $HbO_{2(aq)} + CO_{(aq)} = HbCO_{(aq)} + O_{2(aq)}$

la constante d'équilibre : $K_5 = \dfrac{[HbCO]_{eq}\,[O_2]_{eq}}{[HbO_2]_{eq}\,[CO]_{eq}}$

et $K_1 = \dfrac{[HbO_2]_{eq}}{[Hb]_{eq}\,[O_2]_{eq}}$, $K_4 = \dfrac{[HbCO]_{eq}}{[Hb]_{eq}\,[CO]_{eq}}$

$$\frac{K_4}{K_1} = \frac{[HbCO]_{eq}}{\cancel{[Hb]_{eq}}\,[CO]_{eq}} \times \frac{\cancel{[Hb]_{eq}}\,[O_2]_{eq}}{[HbO_2]_{eq}} = K_5$$

donc

$$\boxed{K_5 = \frac{K_4}{K_1}}$$

A.N : $K_4 = 7{,}5 \times 10^7$

$K_1 = 3{,}0 \times 10^5$

$$K_5 = \frac{7{,}5 \times 10^7}{3{,}0 \times 10^5} = 250$$

Q7/ $HbO_{2(aq)} + CO_{(aq)} = HbCO_{(aq)} + O_{2(aq)}$

$$Q_{r,5} = \frac{[HbCO]\,[O_2]}{[HbO_2]\,[CO]}$$

Dans un caisson hyperbare la pression partielle en dioxygène augmente et entraine une augmentation de concentration en dioxygene dissous dans le sang. donc comme $Q_{r,5}$, son augmentation entraine donc une augmentation du quotient de reaction :

Ainsi $\boxed{Q_{r,5} > K_5}$

donc evolue vers la gauche : $HbCO + O_2 \rightarrow HbO_2 + CO$ sens inverse