04-11-26

LUISSINT
Thomas MPI

Devoir Maison n°2 Physique - Chimie

Note :	Observation :

Exercice 1 :

Q1. On choisit le système de coordonnées cylindriques :

$$\vec{B}(M) = B_r(r,\theta,z)\vec{U_r} + B_\theta(r,\theta,z)\vec{U_\theta} + B_z(r,\theta,z)\vec{U_z}$$

Tout plan contenant l'axe (O_z) et le point M est un plan de symétrie du courant. Le champ magnétique est donc orthogonal à ce plan. Il est ainsi dirigé selon $\vec{U_\theta}$:

$$\vec{B}(M) = B_\theta(r,\theta,z)\vec{U_\theta}$$

Il y a invariance rotative en θ et de translation en z pour la distribution de courant :

$$\boxed{\vec{B}(M) = B_\theta(r)\vec{U_\theta}}$$

Q2. Théorème d'Ampère : $\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{enlacé}$

On choisit un cercle d'axe (O_z), de rayon r passant par M comme contour d'Ampère.

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint_C B_\theta(r) \vec{U_\theta} \cdot (r d\theta \vec{U_\theta})$$

or r est constant donc $B_\theta(r)$ aussi :

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = B_\theta(r) r \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi r B_\theta(r) = \mu_0 I_{enlacé}$$

Si $0 < r < R_1$:

$$I_{enlacé} = i \frac{r^2}{R_1^2} \quad \text{et} \quad B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}$$

Si $R_1 < r < R_2$:

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Si $R_2 < r < R_3$:

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

Si $r > R_3$: $I_{enlacé} = I - I = 0 \quad B(r) = 0$

Q4.

Avec la densité volumique d'énergie $u_m(M) = \frac{\|\vec{B}(M)\|^2}{2\mu_0}$

et d'un volume élémentaire $d\tau = r\,dr\,d\theta\,dz$:

$$U_m = \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_{R_1}^{R_2} \frac{B(r)^2}{2\mu_0} r\,dr$$

$$= 2\pi l \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2 r\,dr$$

$$U_m = \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Q5. $U_m = \frac{1}{2} L I^2$, par identification :

$$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Longrightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$\Lambda = \frac{L}{l}$, l'inductance linéique vaut :

$$\boxed{\Lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$[\Lambda] = H \cdot m^{-1}$$

Q6. On a $R_1 = 1{,}0\ cm = 0{,}01\ m$, $R_2 = 2{,}0\ cm = 0{,}02\ m$, $l = 1{,}0\ m$ et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H \cdot m^{-1}$

AN : $L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1{,}0}{2\pi} \ln\left(\frac{0{,}02}{0{,}01}\right)$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln(2)$$

$$\boxed{L \simeq 1{,}39 \times 10^{-7}\ H}$$

Q7. $\left.\begin{aligned} Q &= \sigma_1 \times (2\pi R_1 l) \\ -Q &= \sigma_2 \times (2\pi R_2 l) \end{aligned}\right\} \sigma_2 R_2 = -\sigma_1 R_1$

Q8. Il y a symétrie radiale, le champ est orthogonal à l'axe et dirigé selon $\vec{u}_r$.
Il y a invariance par rotation et par translation le long et autour de l'axe $(O, \vec{u}_z)$: le champ dépend de r.
Alors :

$$\boxed{\vec{E}(r) = E(r)\,\vec{u}_r}$$

Q9. Surface de Gauss : Cylindre de rayon r et de longueur l :

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} &= E(r) \times (2\pi r l) \\ &= \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \\ &= \frac{\sigma_1 (2\pi R_1 l)}{\varepsilon_0} \\ &= \frac{Q}{\varepsilon_0} \end{aligned}$$

$$\boxed{E(r) = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 l r}}$$

Le champ est nul car le métal est à l'équilibre électrostatique et le câble est neutre lorsque : $R_2 < r < R_1$.

Exercice 2 :

Q1. Concentration molaire initiale d'hémoglobine dans $V = 100\,mL = 0{,}1\,L$ de sang avec une masse $m = 15\,g$:

$$n_{Hb} = \frac{m}{M_{Hb}} = \frac{15}{1{,}6 \times 10^{4}} \approx 9{,}4 \times 10^{-4}\ mol$$

$$[Hb]_{init} = \frac{n_{Hb}}{V} = \frac{9{,}4 \times 10^{-4}}{0{,}1} = 9{,}4 \cdot 10^{-3}\ mol \cdot L^{-1}$$

$K_1 = 3{,}0 \times 10^{5}$

	$Hb_{(aq)}$	+ $O_{2(aq)}$ =	$HbO_{2(aq)}$
Etat initial	$9{,}4 \times 10^{-3}\ mol/L$	$9{,}2 \cdot 10^{-3}\ mol/L$	0
Etat Final	$9{,}4 \times 10^{-4} - x_{max} = 2 \times 10^{-5}\ mol$	≈ 0	$x_{max} = 9{,}2 \times 10^{-4}\ mol$

K_1 s'exprime : $K_1 = \dfrac{[HbO_2]_{eq}}{[Hb]_{eq} \times [O_2]_{eq}} = \dfrac{x_{eq}}{(9{,}4 \times 10^{-3} - x_{eq})(9{,}2 \times 10^{-3} - x_{eq})}$

$K_1 \gg 1$ donc la réaction est quasitotale dans le sens direct

$$[HbO_2]_f = \frac{x_{max}}{V} = 9{,}2 \times 10^{-4} \times 10 = 9{,}2 \times 10^{-3}\ mol/L$$

Q2. $\begin{cases} [Hb] \approx 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \\ [O_2] \approx 3,6 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \end{cases}$

$$Q_r = \frac{[HbO_2]}{[Hb][O_2]}$$

AN: $Q_r = \frac{9,2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-4} \times 3,6 \times 10^{-5}}$

$$\boxed{Q_r \simeq 1 \times 10^6}$$

$Q_r < K_1$ donc le système évolue dans le sens indirect.

Q3. $CO_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} = HCO_{3(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$

or $pH = \log([H_3O^+])$, donc l'augmentation de $[H_3O^+]$ génère une baisse du pH.