Fabin
Nathy
MPI

Mercredi 4 novembre 2026

DM

Partie 1 Q1

- On est en coordonnées cylindriques (r, θ, z)
- On suppose un cable de longueur infini et rectiligne
- On a une invariance par translation sur l'axe Oz et une invariance par rotation autour de Oz
- Symétrie cylindrique : les plans contenant l'axe du cable sont des plans de symétrie de la distribution de courant. Le champ magnétique est perpendiculaire au plan. On a

$$\vec{B}(r) = B(r)\,\vec{u_\theta}$$

Le champ ne dépend que de r

Q2

Th d'Ampère :

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{enlacé}$$

$$\oint B.\vec{dl} = B(r) \oint 2\pi r$$

$$\Leftrightarrow \mu_0 I_{enlacé} = B(r)\, 2\pi r$$

$$\Leftrightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I_{enlacé}}{2\pi r}$$

car : $0 \leq r < R_1$:

on a le courant qui est uniformément répartie

$$j_1 = \frac{I}{\pi R_1^2}$$

$$I_{enlacé} = j_1 \pi r^2$$

$$= \frac{I}{\pi R_1^2} \pi r^2$$

$$= I \frac{r^2}{R_1^2}$$

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r} i \frac{r^2}{R_1^2} \Bigg\} = \boxed{\frac{\mu_0 i}{2\pi R_1^2} r}$$

Donc le champ croit

Cas $R_1 \leq r < R_2$

le contour entourre tout sauf la gaine

donc I enlacé $= i$

$B(r)\, 2\pi r = \mu_0 i$

$$\Leftrightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

Le champ décroit

Cas $R_2 \leq r < R_3$:

le contour entourre l'âme et une partie de la gaine.

$$j_2 = \frac{-i}{\pi (R_3^2 - R_2^2)}$$

$$I_{gaine} = \frac{-i}{\pi (R_3^2 - R_1^2)} \pi (r^2 - R_2^2)$$

$$= -i \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$I_{enlacé} = i - i \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$= i \left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$$

$$= i \frac{R_3^2 - R_2^2 - r^2 + R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$= i \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}}$$ le champ diminue

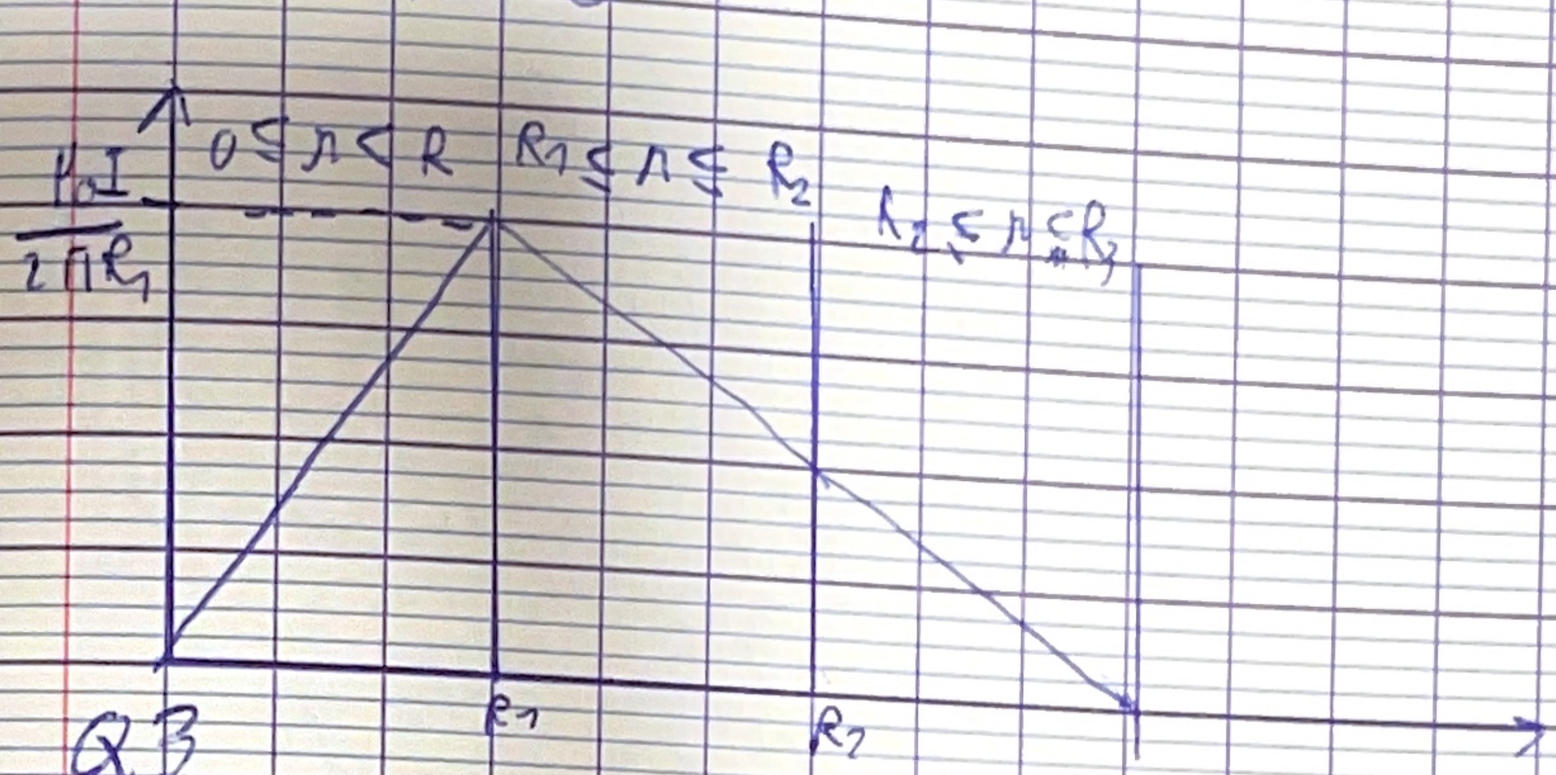
cas $r \geq R_3$

Le contour entoure l'ensemble

$I_{enlacé} = 1 + (-1) = 0$

$B(r) \times 2\pi r = 0$

$B(r) = 0$



Q3

Dans ce modèle, les courant sont concentré dans des couches au niveau de R_1 et R_2. Le courant i circule dans la surface de l'une et -i sur la surface extérieur de la gaine

Pour $r < R_1$: $I_{enlacé} = 0 \iff B(r) = 0$

Pour $R_1 < r < R_2$: i est dans

$B(r) \times 2\pi r = \mu_0 i \iff B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

Pour $r > R_2$

$I_{enlacé} \; i - i = 0 \iff B(r) = 0$

Pour les deux conducteurs, à la surface $r = R_1$ donc le champ passe à 0 : $B(R_1^+) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R_1}$

et à la surface $r = R_2$ de $B(R_2^-)$.

$B(R_2^-) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R_2}$

Un courant surfacique provoque un saut de la composante tangentielle du champ magnétique

Q4

On a $v_{m/l} = \frac{B^2(r)}{2\mu_0}$ et $v_m = \iiint_v v_{m/l}\, d\tau$

$v_m = \iiint_v \frac{B^2(r)}{2\mu_0} d\tau$ avec $d\tau = r\,dr\,d\theta\,dz$ (coordonnées cylindriques)

Or $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Leftrightarrow B^2(r) = \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r^2}$

$\Leftrightarrow \frac{B^2(r)}{2\mu_0} = \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi^2 r^2} \frac{1}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$

donc $v_m = \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} r\,dr\,d\theta\,dz$

$= \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \int_0^l dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}$

$= \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \times l \times 2\pi \times \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$$\boxed{v_m = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Q5 On a :

$v_m = \frac{1}{2} L i^2$ et $v_m = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Leftrightarrow L I^2 = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Or on a l inductance linéique : $\lambda = \frac{L}{l}$.

$\lambda = \frac{1}{l} \frac{\mu_0 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

$$\boxed{= \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Mercredi 4 novembre 2026

Q6

AN : $L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$

AN :

$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^{-2}} = 2$

$L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 1,0}{2\pi} \ln(2)$

$= 2 \times 10^{-7} \ln(2)$ $\quad (\ln(2) = 0,693)$

$= 2 \times 10^{-7} \times 0,693 = 1,386 \times 10^{-7}$ H

$= 14 \cdot 10^{-7}$ H

$\boxed{L = 0,14 \cdot \mu H}$

Partie 2

Q7

$\sigma_1 \cdot a = \frac{Q}{S}$ $(=) Q = \sigma \cdot S$

$S_1 = 2\pi R_1 \ell$

$\boxed{Q = 2\pi R_1 \ell \sigma_1}$

Pour l'âme.

Le gaine a une charge $-Q$ et elle est répartie sur une surface ~~est~~ de rayon R_2 donc :

$S_2 = 2\pi R_2 \ell$

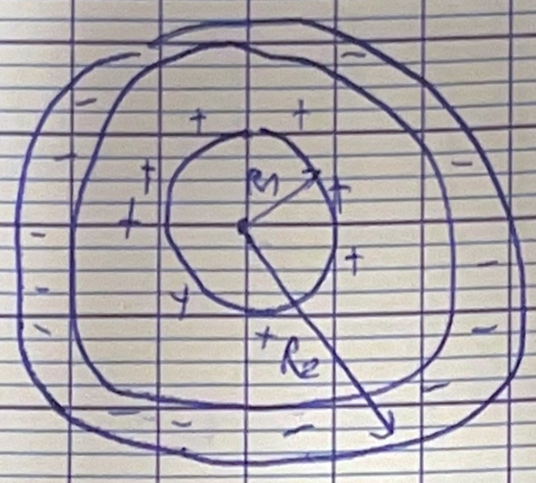
$-Q = \sigma_2 \, S_2$

$-Q = 2\pi R_2 \, l \sigma_2$

$\Leftrightarrow -2\pi R_1 l \sigma_2 = 2\pi R_2 \, l \sigma_2$

$\Leftrightarrow -R_1 \sigma_1 = R_2 \sigma_2$

$\Leftrightarrow \boxed{\sigma_2 = -\frac{R_1}{R_2} \sigma_1}$



Q8

$\vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\vec{u_r} + E_\theta(r,\theta,z)\vec{u_\theta} + E_z(r,\theta,z)\vec{u_z}$

Symétries: le plan $(M, \vec{u_r}, \vec{u_\theta})$ est un Π^+. comme le plan $(M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$

donc $\vec{E}(r) = E_r(r,\theta,z)\vec{u_r}$

Invariances: La distribution de charges est invariante pour la rotation autour de l'axe Oz selon $\vec{e_\theta}$ donc $\vec{E}(r) = E_r(r)\vec{u_r}$

$\vec{E}(r) = E(r)\vec{u_r}$

Q9

Th de Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Pour $R_1 < r < R_2$ on a $Q_{int} = Q$

et $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r l E(r)$

donc $2\pi r l E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow E(r) \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 l r}$

$$E(r) \quad \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\vec{u_r}$$

Pour $R_1 < R$ dans les conducteur ; on a $\vec{E} = 0$

Pour $R_2 < r < R_3$ dans la gaine on a l'équilibre électrostatique $\vec{E} = 0$

Pour $R_1 < r < R_2$ à l'extérieur du cable on a $Q + (-Q) = 0$

donc $E = \vec{0}$

Q10

$$U_c(r) = \frac{\varepsilon_0}{2} \| \vec{E}(r) \|^2$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r} \right)^2$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2 r^2}$$

$$U_c = \iiint_v \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2 r^2} dv$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2} \times \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} \times \int_0^{2\pi} d\theta \times \int_0^{l} dz$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2} \times 2\pi l \times \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr$$

$$= \boxed{\frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2} \ln\left[\frac{R_2}{R_1}\right]}$$ avec $U = U_1 - U_2$

Q11

$$\boxed{Q = CU}$$

$Q = CU \Leftrightarrow C = \frac{Q}{U}$ Unité

$\frac{1}{2} U_c = \frac{1}{2} C U^2$ or $Q^2 = C^2 U^2 \Rightarrow U^2 = \frac{Q^2}{C^2}$

donc $U_c = \frac{1}{2} C \times \frac{Q^2}{C^2}$

$U_c = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow C = \frac{Q^2}{2U_c}$

$\Rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \ell}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

$\frac{C}{\ell} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$ donc $\boxed{\Gamma = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$

$\boxed{[\Gamma] = F.m^{-1}}$

Q12 AN

$\boxed{C = 8,02 \cdot 10^{-11} F}$

EX2

Q1 On sait que $n_1(Hb) = \frac{m}{M_{Hb}}$

or $C_1 = [Hb]_i = \frac{n_1(Hb)}{V} = \frac{m}{M_{Hb} V}$

A.N $C_1 = [Hb]_i = \frac{15\,g}{1,6 \cdot 10^4\ g.mol^{-1} \times 100 \times 10^{-3} L}$

$= 9,375 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

Cas 2 : n'existe pas d'

	$Hb_{(aq)}$	+ $O_{2(aq)}$	= $HbO_{2(aq)}$
In	C_1	C_2	C
Int	$C_1 - x$	$C_2 - x$	x
finale	$C_1 - x_f$	$C_2 - x_f$	x_f

$C_2 = [O_2]_i$

Robin Nathan

$K_1 = \frac{[HbO_2]_{eq}}{[Hb]_{eq} \times [O_2]_{eq}} = \frac{x_\beta}{(c_1 - x_\beta)(c_2 - x_\beta)}$

$\Leftrightarrow x_\beta = K_1 (c_1 - x_\beta)(c_2 - x_\beta)$

$= K_1 (c_1 c_2 - c_1 x_\beta - c_2 x_\beta + x_\beta^2)$

$= K_1 c_1 c_2 - K_1 c_1 x_\beta - K_1 c_2 x_\beta + K_1 x_\beta^2$

$\Leftrightarrow K_1 x_\beta^2 - (K_1 c_1 + K_1 c_2 + 1) x_\beta + K_1 c_1 c_2 = 0$

c'est un polynome

$\Delta = (K_1 c_1 + K_1 c_2 + 1)^2 - 4 K_1^2 c_1 c_2 > 0$

donc 2 racines des fonctions

$x_1 = \frac{K_1 c_1 + K_1 c_2 + 1 - \sqrt{\Delta}}{2 K_1}$

$x_2 = \frac{K_1 c_1 + K_1 c_2 + 1 \sqrt{\Delta}}{2 K_1}$

AN : $x_1 = 9,09 . 10^{-3} mol.L^{-1}$

$x_2 = 9,46 . 10^{-3} mol.L^{-1}$

la concentration de dioxygène initiale est $9,2 . 10^{-3} mol.L^{-1}$

donc x_2 n'est pas possible l'avancement volumique ne peut dépasser cette valeur

donc $[HbO_2]_{eq} = 9,09 . 10^{-3} mol.L^{-1}$

Q2

On a : $Hb_{(aq)} + O_{2\,(aq)} = HbO_{2\,(aq)}$ comme réaction

$Q_r = \frac{[HbO_2]}{[Hb] \times [O_2]}$

On connait $[O_2]$ et $[HbO_2]$ et d'après la Q1

$[Hb]_{eq} = [Hb]_0 - x_\beta$

donc $[Hb]_{eq} = 9,375 . 10^{-3} mol.L^{-1} - 9,09 . 10^{-3} mol.L^{-1}$

$= 2,85 . 10^{-4} mol.L^{-1}$

donc $Q_{r,i}(O_2) = \frac{1,09 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}}{(2,85 \times 10^{-1})(3,6 \times 10^{-5}\ mol.L^{-1})}$

$= 8,66 \times 10^{5}$

et on sait que $K_1 = 3 \times 10^{5}$

Or $K_1 < Q_{r,i}(O_2)$

donc le système évolue dans le sens direct

$HbO_2(aq) \rightarrow Hb(aq) + O_2(aq)$

Q3

$CO_2(aq) + 2H_2O(l) = ACO_3^-(aq) + H_3O^+(aq)$

Cette réaction produit des ions oxonium H_3O^+ et quand leur concentration augmente le pH diminue car $pH = -\log\left(\frac{[H_3O^+]}{c^\circ}\right)$

donc si la dissolution du CO_2 fait augmenter $[H_3O^+]$ et le pH risque de diminuer

Q4

$HbO_2(aq) + H_3O^+(aq) = O_2(aq) + HbH^+(aq) + H_2O(l)$

Cette réaction consomme les ions oxonium H_3O^+ produit durant la dissolution du CO_2. Donc $[H_3O^+]$ augmente moins ~~le pH va moins diminuer~~ le pH va diminuer de façon limité et du dioxygène est libéré pour les muscle pendant l'effort.

Donc l'oxyhémoglobine contribue à regulé le pH sanguin fort en consommant des ions oxonium en libérant du O_2 nécessaire à l'effort.