SORVILLE-
BARLAND
Mickaël
MPI

DM 2 : Physique - Chimie

Note:

Observations:

Ex 1.

Q.1 Coordonnées cylindriques : $(\vec{u_r}, \vec{u_\theta}, \vec{u_z})$

$$\vec{B}(M) = B_r(r,\theta,z)\vec{u_r} + B_\theta(r,\theta,z)\vec{u_\theta} + B_z(r,\theta,z)\vec{u_z}$$

- Symétries : le plan $(M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ est un plan de symétrie de la distribution de courants où le champ est orthoradiale donc $\vec{B} \perp (M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ donc :

$$\vec{B}(M) = B_\theta(r,\theta,z)\vec{u_\theta}$$

- Invariances : La distribution de courants est invariante pour toute translation selon $\vec{e_z}$ et pour toute rotation autour de l'axe O_z selon $\vec{e_\theta}$

Ainsi $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u_\theta}$

$$\boxed{\vec{B}(M) = B(r)\vec{v}} \text{ où } \boxed{\vec{v} = \vec{u_\theta}}$$

Q.2 Déterminons $B(r)$ pour $r \in [0, +\infty[$

Cas 1 : $0 \leq r < R_1$

On choisit un contour d'Ampère entre 0 et R_1. Par le Th d'Ampère on a $\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{enlacé}$

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \int_0^{2\pi} B(r)\vec{u_\theta}.r\vec{\theta}\,d\theta = rB(r)\int_0^{2\pi} \theta\, d\theta$$

$$= 2\pi r B(r)$$

Or $I = j_1 \pi R_1^2 \iff j_1 = \frac{I}{\pi R_1^2}$

et $I_{enlacé} = \iint \vec{j_1} \cdot d\vec{S}$

$= \frac{I}{\pi R_1^2} \times \pi r^2 = \frac{I r^2}{R_1^2}$

donc $2\pi r B(r) = \frac{\mu_0 I r^2}{R_1^2}$

$\Rightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}}$

<u>Cas 2 : $R_1 \leq r < R_2$</u> on a $I_{enlacé} = I$

donc on a : $B(r) 2\pi r = \mu_0 I$

$\Rightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$

Cas 3 : $R_2 \leq r < R_3$

$-I = j_2 \pi (R_3^2 - R_2^2) \iff j_2 = \frac{-I}{\pi (R_3^2 - R_2^2)}$

et $I_{enlacé} = I - \iint \vec{j_2} \cdot d\vec{S}$

$= I - I \frac{\pi (r^2 - R_2^2)}{\pi (R_3^2 - R_2^2)}$

$= I \left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$

$= I \left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$

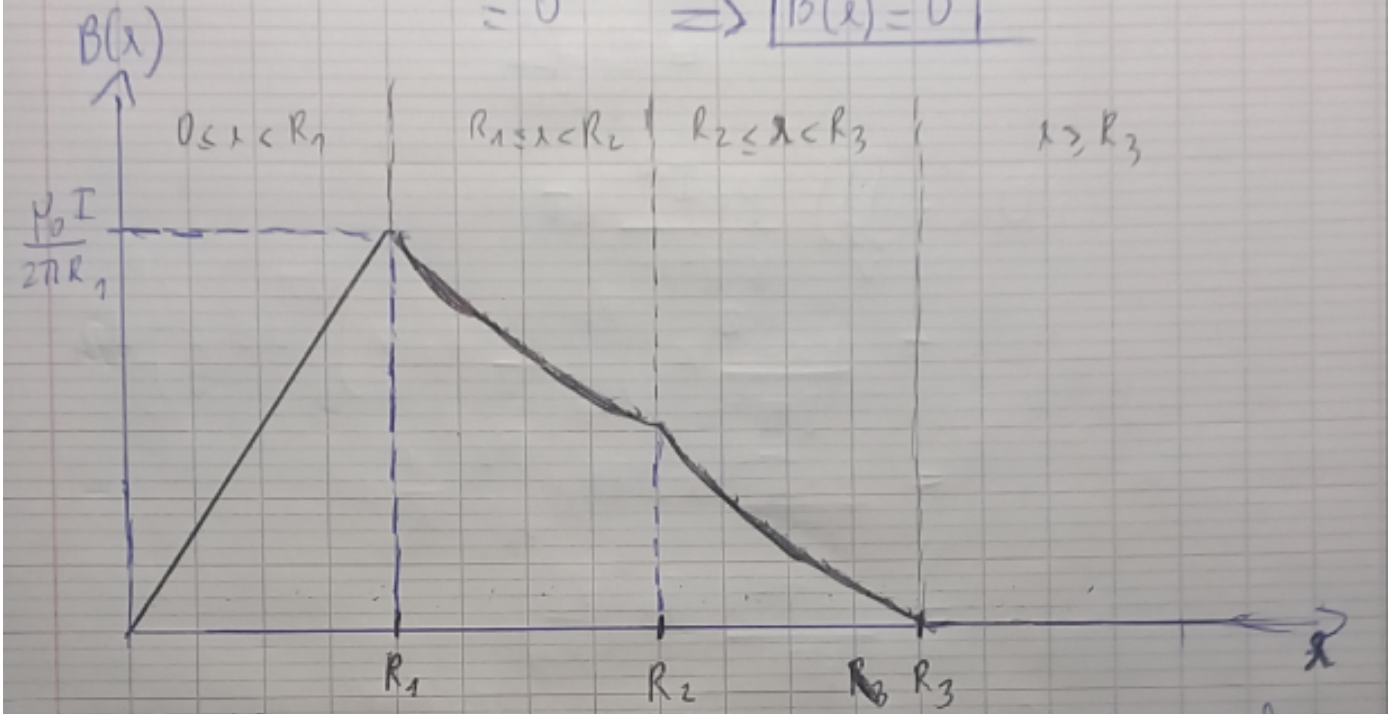
donc $2\pi r B(r) = \mu_0 I \left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$

$$\Rightarrow \boxed{B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)}$$

Cas 4 : $r \geq R_3$

$I_{enlacé} = I - I$

$= 0 \Rightarrow \boxed{B(r) = 0}$



Q.3 Les courants sont concentrés sur des surfaces cylindriques de rayons R_1 et R_2

- Pour $r < R_1$ aucun courant n'est enlacé
  donc $\boxed{B(r) = 0}$

- Pour $R_1 < r < R_2$: $\boxed{B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$

- Pour $r > R_2$, les courants I et $-I$ se compensent
  donc $\boxed{B(r) = 0}$

En R_1, le champ passe de 0 à $\frac{\mu_0 I}{2\pi R_1}$

En R_2, le champ passe de $\frac{\mu_0 I}{2\pi R_2}$ à 0.

Q.4 D'après le point de cours on a :

$$u_m(M) = \frac{\|\vec{B}(M)\|^2}{2\mu_0} \quad \text{et} \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$= \frac{\mu_0^2 I^2}{8\mu_0 \pi^2 r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$$

$$U_m = \iiint_V \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} d\tau$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \times \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} dr \times \int_0^{2\pi} d\theta \times \int_0^{\ell} dz$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2} \times 2\pi\ell \times \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Cl : $\boxed{U_m = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

Q.5 $U_m = \frac{1}{2} L I^2 \Leftrightarrow L = \frac{2U_m}{I^2}$

$$= \frac{2}{I^2} \times \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 L}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \qquad \boxed{\Lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

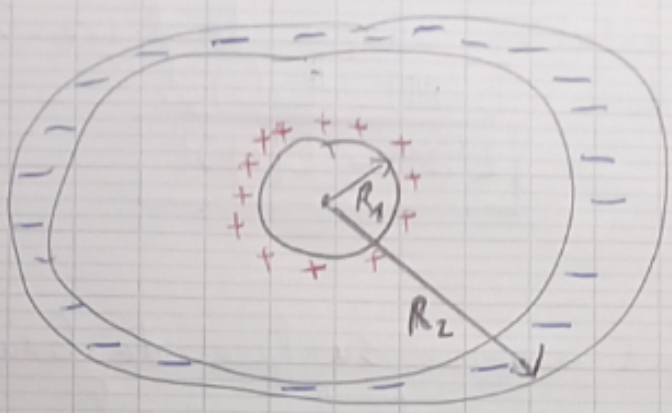
L'unité Λ est exprimée en $\boxed{H.m^{-1}}$

Q.6 AeN

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7} H.m^{-1}}{} \ln\left(\frac{2 \times 10^{-2} m}{}\right) = \boxed{1{,}4 \times 10^{-7} H}$$

RVILLE-
ARLAND
Mickaël
MPI

Q.7



Par définition on sait que $Q = \sigma S$

Pour une charge $Q > 0$

$$\delta Q = \sigma_1 \, dS$$

$$Q = \iint \sigma_1 \, dS$$

$$\boxed{Q = 2\pi \sigma_1 \ell R_1}$$

Pour une charge $Q < 0$ on a $-Q = 2\pi \sigma_2 \ell R_2$

donc $2\pi \sigma_1 \ell R_1 = -2\pi \sigma_2 \ell R_2$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_2 = -\sigma_1 \frac{R_1}{R_2}}$$

Q.8

$$\vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\,\vec{u}_r + E_\theta(r,\theta,z)\,\vec{u}_\theta + E_z(r,\theta,z)\,\vec{u}_z$$

- Symétries :

Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie de la distribution de charges.

De plus, le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de charges donc

$$\vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\,\vec{u}_r$$

- Invariances :

La distribution de charges est invariante pour toute

translation selon le long du câble selon $\vec{e}_z$ et pour toute rotation autour de l'axe O_z selon $\vec{e}_\theta$

donc $\vec{E}(M) = E_r(r)\vec{u}_r$

$$\boxed{\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r}$$

Q.9

On prend comme surface de Gauss un cylindre de rayon r et de longueur l.

Théorème de Gauss : $\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

Pour $R_1 < r < R_2$ on a $Q_{int} = Q$ et

$$\iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = 2\pi r l E(r)$$

donc $2\pi r l E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}$$

Ainsi $\boxed{\vec{E}(M) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\vec{u}_r \text{ pour } R_1 < r < R_2}$

pour $R_1 < r$, dans les conducteurs et pour $R_2 < r < R_3$ dans la gaine conductrice à l'équilibre électrostatique $\boxed{\vec{E} = \vec{0}}$

pour $r > R_3$ A l'extérieur du câble on a $+Q + (-Q) = 0$

donc $\boxed{\vec{E} = \vec{0}}$

Q.10 $v_e(M) = \frac{\varepsilon_0}{2}\|\vec{E}(M)\|^2$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\right)^2$$

$$u_e(M) = \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2 r^2}$$

$$U_e = \iiint_V \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2 r^2}\, d\tau$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r^2} \times \int_0^{2\pi} d\theta \times \int_0^{l} dz$$

$$= \frac{Q^2}{8\pi^2\varepsilon_0 l^2} \times 2\pi l \times \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r}\, dr$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Cl $\boxed{U_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$ avec $U = V_1 - V_2$

Q.11 $\boxed{Q = CU}$

$$Q = CU \iff C = \frac{Q}{U}$$

et $U_e = \frac{1}{2} C U^2$ or $Q^2 = C^2 U^2 \iff U^2 = \frac{Q^2}{C^2}$

donc $U_e = \frac{1}{2} C \times \frac{Q^2}{C^2}$

$$U_e = \frac{Q^2}{2C} \iff C = \frac{Q^2}{2U_e}$$

Ainsi $\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$

$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$ donc $\boxed{\Gamma = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$ avec $\Gamma = \frac{C}{l}$

$\boxed{[\Gamma] = F.m^{-1}}$

Q.12 A.N

$$C = 8{,}02 \times 10^{-11}\ F$$

Ex 2

Q.1 On sait que $n_i(Hb) = \frac{m}{M_{Hb}}$

or $C_1 = [Hb]_i = \frac{n_i(Hb)}{V} = \frac{m}{M_{Hb} V}$

A.N $C_1 = [Hb]_i = \frac{15\ g}{1{,}6 \times 10^4\ g.mol^{-1} \times 100 \times 10^{-3}\ L}$

$= 9{,}375 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

On sait qu'il n'y a initialement pas d'oxyhémoglobine $\Rightarrow [HbO_2]_i = 0$

Etat	$Hb_{(aq)}$	+ $O_{2(aq)}$	= $HbO_{2(aq)}$
Initial	C_1	C_2	0
Intermédiaire	$C_1 - x$	$C_2 - x$	x
Etat final	$C_1 - x_f$	$C_2 - x_f$	x_f

$C_2 = [O_2]_i$

L'expression de la constante est

$$K_1 = \frac{[HbO_2]_{éq}}{[Hb]_{éq} \times [O_2]_{éq}} = \frac{x_f}{(C_1 - x_f)(C_2 - x_f)}$$

$$\Leftrightarrow x_f = K_1 (C_1 - x_f)(C_2 - x_f)$$

$$= K_1 (C_1 C_2 - C_1 x_f - C_2 x_f + x_f^2)$$

$$= K C_1 C_2 - K_1 C_1 x_f - K_1 C_2 x_f + K_1 x_f^2$$

$$\Leftrightarrow K_1 x_f^2 - (K_1 C_1 + K_1 C_2 + 1) x_f + K_1 C_1 C_2 = 0$$

C'est un polynôme du second degré.

SURVILLE-
BARLAND
Mickaël
MPI

$\Delta = (K_1 C_1 + K_1 C_2 + 1)^2 - 4K_1^2 C_1 C_2 > 0$
donc elle admet 2 racines distinctes

$$x_1 = \frac{K_1 C_1 + K_1 C_2 + 1 - \sqrt{(K_1 C_1 + K_1 C_2 + 1)^2 - 4K_1^2 C_1 C_2}}{2K_1}$$

$$x_2 = \frac{K_1 C_1 + K_1 C_2 + 1 + \sqrt{(K_1 C_1 + K_1 C_2 + 1)^2 - 4K_1^2 C_1 C_2}}{2K_1}$$

et $x_1 = 9,09 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1} et $x_2 = 9,48 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}

La concentration de dioxygène initiale est : $9,2 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}
L'avancement volumique ne peut pas dépasser cette valeur.
Ainsi x_2 est impossible on retient x_1

Cl : $\boxed{[HbO_2]_{éq} = 9,09 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}}$

Q.2 Pour la réaction :

$$Hb_{(aq)} + O_{2(aq)} = HbO_{2(aq)}$$

On a $Q_r = \dfrac{[HbO_2]}{[Hb] \times [O_2]}$

A cet état on connaît $[O_2] = 3,6 \times 10^{-5}$ mol.L^{-1}
D'après Q.1 on a : $[HbO_2] = 9,09 \times 10^{-3}$ mol.L
et on a d'après le tableau d'avancement

$$[Hb]_{éq} = [Hb]_i - x_f$$

donc $[Hb] = 9,375 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1} $- 9,09 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}
$= 2,85 \times 10^{-4}$ mol.L^{-1}

Q.2 donc $Q_r(0) = \frac{9,09 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}}{(2,85 \times 10^{-4})(3,6 \times 10^{-5}\ mol.L^{-1})}$

$Q_r(0) = 8,86 \times 10^5$

On sait que $K_1 = 3 \times 10^5$

Or $Q_r(0) > K_1$

donc le système évolue dans le sens indirect,

$HbO_{2(aq)} \rightarrow Hb_{(aq)} + O_{2(aq)}$.

Q.3

$$CO_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} = HCO_3^-{}_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

Cette réaction produit des ions oxonium H_3O^+, or lorsque la concentration en ions oxoniums augmente, le pH diminue car $pH = -\log\left(\frac{[H_3O^+]}{C^\circ}\right)$

donc la dissolution du CO_2 entraîne une augmentation de $[H_3O^+]$, donc une diminution du pH sanguin

Q.4 $HbO_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)} = O_{2(aq)} + HbH^+_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

Cette réaction consomme les ions oxonium H_3O^+ produits lors de la dissolution du CO_2

Par conséquent, $[H_3O^+]$ augmente moins, la diminution du pH est limitée et du dioxygène est libéré pour les muscles pendant l'effort.

Ainsi l'oxyhémoglobine contribue à réguler le pH sanguin en consommant des ions oxonium, tout en libérant le O_2 nécessaire à l'effort musculaire.

Q.5 La réaction est

$$Hb_{(aq)} + CO_{(aq)} \rightleftharpoons HbCO_{(aq)}$$

La constante d'équilibre K_4 est

$$K_4 = \frac{[HbCO]_{éq}}{[Hb]_{éq} \times [CO]_{éq}}$$

On cherche le rapport :

$$\frac{[HbCO]_{éq}}{[Hb]_{éq}}$$

donc on a $\frac{[HbCO]_{éq}}{[Hb]_{éq}} = K_4 [CO]_{éq}$

A.N

$$\frac{[HbCO]_{éq}}{[Hb]_{éq}} = 7,5 \times 10^{7} \times 2,0 \times 10^{-4}$$

$$= 1,5 \times 10^{4}$$

D'après le tableau, ce rapport est compris entre $1,1 \times 10^{4}$ et $2,6 \times 10^{4}$

Ainsi la personne ressent des maux de tête.

Q.6 (1) $Hb_{(aq)} + O_{2(aq)} \rightleftharpoons HbO_{2(aq)}$

et $K_1 = \frac{[HbO_2]_{éq}}{[Hb]_{éq} \times [O_2]_{éq}}$

(4) $Hb_{(aq)} + CO_{(aq)} \rightleftharpoons HbCO_{(aq)}$ et

$K_4 = \frac{[HbCO]_{éq}}{}$

(5) $HbO_{2(aq)} + CO_{(aq)} = HbCO_{(aq)} + O_{2(aq)}$

et $\boxed{K_5 = \dfrac{[HbCO]_{éq} \times [O_2]_{éq}}{[HbO_2]_{éq} \times [CO]_{éq}}}$

On multiplie par $[Hb]_{éq}$ et je divise par $[Hb]_{éq}$ donc

$K_5 = \dfrac{[HbCO]_{éq} \times [O_2]_{éq} \times [Hb]_{éq}}{[HbO_2]_{éq} \times [CO]_{éq} \times [Hb]_{éq}}$

On reconnaît que $\dfrac{1}{K_1} = \dfrac{[Hb]_{éq} \times [O_2]_{éq}}{[HbO_2]_{éq}}$

et $K_4 = \dfrac{[HbCO]_{éq}}{[Hb]_{éq} \times [CO]_{éq}}$

donc $\boxed{K_5 = \dfrac{K_4}{K_1}}$

A.N $\boxed{K_5 = \dfrac{7,5 \times 10^7}{3,0 \times 10^5} = 2,5 \times 10^2 = 250}$

Q.7

Dans un caisson hyperbare, la pression partielle en dioxygène augmente, ce qui augmente la concentration en dioxygène dissous dans le sang.

La réaction étudiée est : $HbO_{2(aq)} + CO_{(aq)} = HbCO_{(aq)} + O_{2(aq)}$

L'augmentation de la concentration en O_2, qui est un produit de la réaction, déplace l'équilibre vers la gauche.

Ainsi, l'oxyhémoglobine HbO_2 se reforme, le monoxyde de carbone se détache du $HbCO$ et le transport du dioxygène par l'hémoglobine est favorisé. Donc la caisson hyperbare favorise la libération du monoxyde de carbone fixé à l'hémoglobine et aide à rétablir le transport du dioxygène.