Lisons
Poursuivre

DM n°2 : Poursuivre

Exercice 1 :

1) On se place en coordonnées cylindriques

- Symétries : le plan (M, u_r, u_z) est un Π^+ de $\vec{B} \perp \Pi^+$ donc $\vec{B} = B \vec{u}_\theta$

Invariance : on a une invariance de rotation et de translation selon z donc $\vec{B}(M) = B(r) \vec{u}_\theta$

2) On applique le théorème d'Ampère $\oint \vec{B} d\ell = \mu_0 I_{enl}$.

$\oint \vec{B} d\ell = 2\pi r B(r)$; $I_{enl} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S}$ avec $j_1 = \frac{i}{\pi R_1^2}$

$$j_2 = \frac{i}{\pi (R_3^2 - R_2^2)}$$

Pour $r < R_1$: $I_{enl} = j_1 \pi r^2$

$$I_{enl} = i \frac{r^2}{R_1^2}$$

d'où $B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}$

Pour $R_1 < r < R_2$: $I_{enl} = i$

donc $B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

Pour $R_2 < r < R_3$: $I_{enl} = i - j_2 \pi (r^2 - R_2^2) = i - i \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}$

$$I_{enl} = i \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

donc $B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \times \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$

Scanned with TapScanner

Pour $r > R_3$ $i_{enl} = i - i = 0$

on obtient $B(r) = 0$

3) Avec des conducteurs cylindriques, le champ devient :

- $B = 0$ pour $r < R_1$ et $r > R_2$
- $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ entre R_1 et R_2

B présente donc des discontinuités en R_1 et en R_2 chacune de hauteur $\frac{\mu_0 i}{2\pi R}$ qui sont des ordres de.

4) On intègre entre R_1 et R_2 :

On choisit une portion de longueur l du câble avec une épaisseur de dr on a $dT = 2\pi r l \, dr$.

$$U_m = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2\mu_0} \frac{\mu_0^2 i^2}{4\pi^2 r^2} 2\pi r l \, dr$$

$$= \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} [\ln r]_{R_1}^{R_2}$$

$$U_m = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

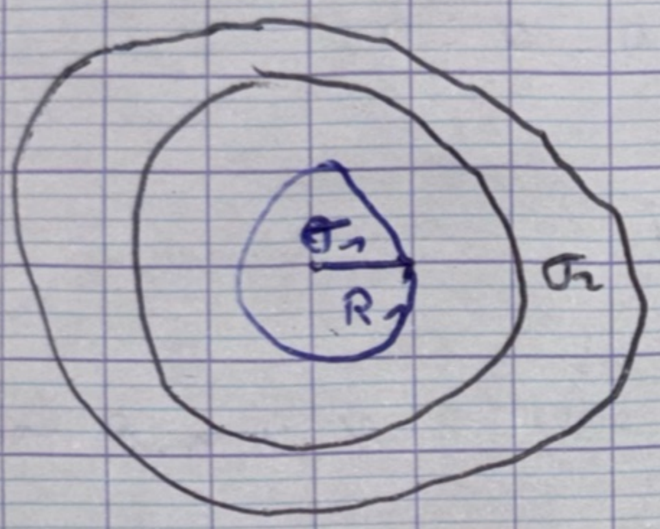
5) Par identification :

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \qquad l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1} \text{ en H/m}$$

Scanned with TapScanner

6) AN : $L = 2 \times 10^{-7} \times \ln 2 \times 1,0$: [redacted] L

$L = 0,14$ µH

7) 

$\sigma = \frac{Q}{S}$ Pour un cylindre $S = 2\pi r \ell$

donc $Q = \sigma_1 S_1$

$Q = \sigma_1 2\pi R_1 \ell$

Par neutralité électrique du cable :

$Q + (-Q) = 0$

or $-Q = 2\pi R_2 \ell \sigma_2$

donc $2\pi R_1 \ell \sigma_1 + 2\pi \ell \sigma_2 = 0$

$\sigma_2 = -\frac{R_1}{R_2} \sigma_1$

8)

. Symétrie : les plans $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ et $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ sont des π^+ et comme $\vec{E}$ appartient aux deux il est donc selon $\vec{u}_r$.

. Invariance : par rotation et translation selon z

$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_r$.

9) On applique le théorème de Gauss $\oint\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$

sur un cylindre.

On a $\oint\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r) \times 2\pi r \ell$.

Pour $r < R_1$: $Q_{int} = 0$ donc $\vec{E} = 0$

Scanned with TapScanner

Pour $R_1 < r < R_2$: $Q_{int} = Q$

donc $E(r) = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}$

Pour $r > R_2$: $Q_{int} = Q - Q = 0$

donc $\vec{E} = \vec{0}$

10) On intègre entre R_1 et R_2 et comme on a $dS = 2\pi r l\, dr$:

$$W_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{E^2}{2} \times \frac{Q^2}{4\pi^2\varepsilon_0^2 l^2 r^2} 2\pi r l\, dr$$

$$W_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

11) On montre $Q = CU$

On a donc : $W_e = \frac{1}{2} C U^2$

$$W_e = \frac{Q^2}{2C}$$

Par identification :

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)} \qquad \Gamma = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)} \text{ en F/m}$$

12)

AN : $C = \dfrac{2\pi \times 8{,}85 \times 10^{-12}}{\ln 2}$

$C = 8 \times 10^{-11}$ F

Scanned with TapScanner

Exercice 2 :

1) $n_{H_2O_2} = \frac{m_{H_2O_2}}{M_{H_2O_2}}$ AN : $n_{H_2O_2} = \frac{15}{1,6 \times 10^4} = 9,4 \times 10^{-4}$

donc $[H_2O_2]_i = 9,4 \times 10^{-3}$ mol/L

Comme $K > 10^4$ la réaction est considérée comme totale donc θ_2 est le réactif limitant

donc $[H_2O_2]_f = [O_2]_i = 9,2$ mol/L

2) $Q = \frac{[H_2O_2]}{[H_2O_2][O_2]} = \frac{9,2 \times 10^{-3}}{(0,2 \times 10^{-3} \times 3,6 \times 10^{-5})}$

$Q = 1,3 \times 10^6$ $Q > K$ donc l'équilibre évolue dans le sens indirect.

3) La réaction n°2 produit des ions H_3O^+, donc $[H_3O^+]$ augmente. Comme $pH = -\log([H_3O^+]/C^0)$ le pH diminue.

4) $Q_3 = \frac{[H_2O_2][H^+][O_2]}{[H_2O_2][H_3O^+]}$

Les ions H_3O^+ produit par (2) font diminuer Q_3 qui devient inférieur à K_3 donc (3) évolue dans le sens direct donnant lieu à deux effets :

- Libération de O_2, disponibles pour les muscles.
- Consommation de H_3O^+, ce qui limite la baisse du pH

Scanned with TapScanner

5)

$$K_4 = \frac{[HCO]_{eq}}{[H_2]_{eq}[CO]_{eq}} \quad \text{donc} \quad \frac{[HCO]_{eq}}{[H_2]_{eq}} = K_4[CO]_{eq}$$

AN : $\frac{[HCO]_{eq}}{[H_2]_{eq}} = 7{,}5 \times 10^{7} \times 2 \times 10^{-4}$

$[HCO]_{eq} = 1{,}5 \times 10^{4}$

Cette valeur correspond à des traces de tête

6)

$$K_5 = \frac{[HCO]_{eq}[CO_2]_{eq}}{[HCO_2]_{eq}[CO]_{eq}} \times \frac{[H_2]_{eq}}{[H_2]_{eq}}$$

On reconnait $K_5 = \frac{K_4}{K_1}$

AN : $K_5 = \frac{7{,}5 \times 10^{7}}{3{,}0 \times 10^{5}}$

$K_5 = 2{,}5 \times 10^{2}$

7) Si on augmente $[CO_2]$ donc Q5 augmente et devient supérieur à K_5 l'équilibre évolue dans le sens indirect le CO a tendance à être éliminé par la respiration