M1 - Frottements solides

Table des matières

Introduction **1**

I. Observations **2**
1. Dispositif . . . 2
2. Expérience 1 . . . 2
3. Expérience 2 . . . 2

II. Lois de Coulomb **2**
1. Action de contact . . . 2
2. Condition de contact . . . 3
3. Loi de Coulomb pour le non-glissement . . . 5
4. Loi de Coulomb pour le glissement . . . 5
5. Coefficients de frottement . . . 5
6. Aspects microscopiques . . . 6

III. Interprétation des expériences **6**
1. Première expérience . . . 6
2. Deuxième expérience . . . 8

IV. Aspects énergétiques **9**
1. Puissance de la force de contact sur un solide . . . 9

Introduction

Pourquoi est-il plus difficile de commencer à faire bouger un réfrigérateur que de le faire glisser une fois lancé ?

Ce constat peut s'interpréter à l'aide de la notion de **frottements solides**.



I. Observations

1. Dispositif

On considère un plan incliné dont on peut faire varier l'angle α par rapport à l'horizontale. Le système étudié est un solide parallélépipédique de masse m. On suppose qu'il peut glisser sans basculer.

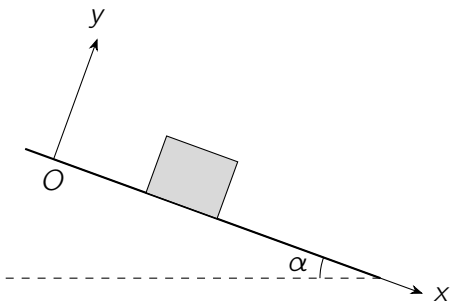


Figure 1 – Solide sur un plan incliné.

2. Expérience 1

On dépose le solide sur le plan incliné sans vitesse initiale. Pour un solide et un plan donnés, deux comportements sont possibles :

— soit le solide reste en équilibre là où on l'a posé ;

— soit il se met à glisser vers le bas, le long de la direction de plus grande pente.

Le comportement dépend de la valeur de l'angle α : le solide reste en équilibre en dessous d'un **angle limite** α_ℓ et glisse vers le bas au-dessus de cet angle. L'égalité correspond au seuil de glissement.

Si on recommence l'expérience avec un autre solide, par exemple une gomme, on constate encore l'existence des deux comportements. Cependant, l'angle limite α_ℓ n'est plus nécessairement le même. **Faites l'expérience vous-même !**

3. Expérience 2

On lance le solide vers le haut du plan incliné, le long de la direction de plus grande pente. Dans tous les cas, il commence par glisser vers le haut. Sa vitesse diminue progressivement jusqu'à s'annuler. Ensuite, soit le solide reste immobile, soit il redescend le long du plan.

II. Lois de Coulomb

1. Action de contact ⋆

. Représentation de l'action de contact

Dans les situations étudiées, l'action de contact d'un solide $\mathscr{S}_1$ sur un solide $\mathscr{S}_2$ est modélisée par une force $\overrightarrow{R}_{1\to2}$ appliquée en un point I de la surface de contact. On la décompose en :

— une **composante normale** $\overrightarrow{N}$, perpendiculaire au plan tangent au contact ;

— une **composante tangentielle** $\overrightarrow{T}$, appartenant à ce plan, appelée **force de frottement**.

$$\overrightarrow{R}_{1\to2} = \overrightarrow{N} + \overrightarrow{T}.$$

Dans la suite, on note $N = \|\overrightarrow{N}\|$ et $T = \|\overrightarrow{T}\|$ les normes de ces deux composantes.

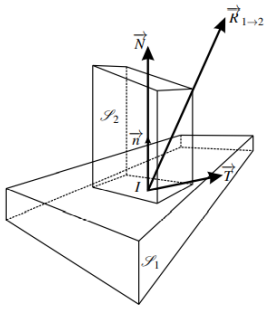


Figure 2 – Contact entre deux solides, d'après Physique Tout-en-un MP/MP*, Dunod, 2014.

. Vitesse de glissement

On se limite ici à des mouvements de **translation des solides**. La vitesse de glissement de $\mathscr{S}_2$ par rapport à $\mathscr{S}_1$ est alors :

$$\vec{v}_g = \vec{v}_2 - \vec{v}_1,$$

où $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont les vitesses des deux solides dans un même référentiel d'étude. Tant que le contact est maintenu, $\vec{v}_g$ appartient au plan tangent commun aux deux solides.

— Si $\vec{v}_g \neq \vec{0}$, il y a **glissement**.

— Si $\vec{v}_g = \vec{0}$, il y a **non-glissement** : dans le cadre des translations étudiées, les deux solides sont immobiles l'un par rapport à l'autre.

2. Condition de contact ⋆

Pour un **contact non adhésif**, le support peut pousser le solide, mais ne peut pas le tirer. La composante normale est dirigée de $\mathscr{S}_1$ vers $\mathscr{S}_2$:

$$\vec{N} = N\vec{n}_{1\to2}, \qquad N = \vec{R}_{1\to2} \cdot \vec{n}_{1\to2} \geq 0,$$

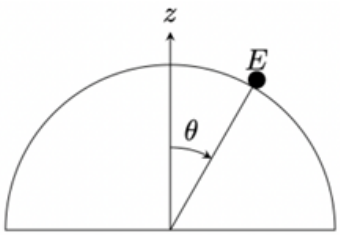
où $\vec{n}_{1\to2}$ est le vecteur unitaire normal au plan tangent, orienté de $\mathscr{S}_1$ vers $\mathscr{S}_2$.

Le seuil de décollage correspond à $N = 0$.

Application n°1 : Décollage d'un enfant glissant sur un igloo

Énoncé :

Un enfant de masse m, assimilé à un point matériel, glisse sans frottement sur le toit d'un igloo supposé sphérique, de rayon R. Sa position est repérée par l'angle θ mesuré depuis la verticale ascendante.



Il part sans vitesse initiale d'une position $\theta_0 > 0$ très proche du sommet. On prendra ensuite la limite $\theta_0 \to 0^+$.

1. Appliquer la deuxième loi de Newton à l'enfant pour obtenir deux équations dans la base polaire. Identifier l'équation du mouvement. Quelle information contient l'autre équation ?

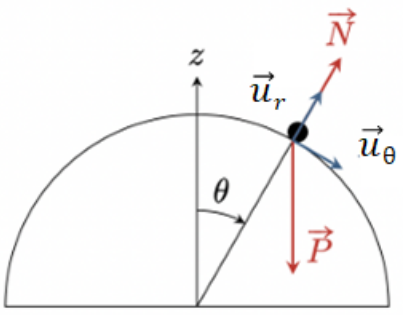
2. Multiplier l'équation du mouvement par $\dot{\theta}$ et l'intégrer. Montrer que, dans la limite $\theta_0 \to 0^+$:

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{R}(1 - \cos\theta).$$

3. En déduire l'expression de la réaction normale de l'igloo dans cette limite.

4. L'enfant décolle-t-il avant d'atteindre le sol situé au niveau de l'équateur de la sphère ? Si oui, pour quel angle ?

Correction :



1. On étudie l'enfant dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. Il est soumis à son poids et à la réaction normale :

$$\overrightarrow{N} = N\overrightarrow{u}_r, \qquad \overrightarrow{P} = -mg\cos\theta\,\overrightarrow{u}_r + mg\sin\theta\,\overrightarrow{u}_\theta.$$

Tant que le contact est maintenu, $r = R$ est constant, donc :

$$\overrightarrow{v} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{u}_\theta, \qquad \overrightarrow{a} = -R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{u}_r + R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u}_\theta.$$

Les projections du PFD donnent :

$$\boxed{-mR\dot{\theta}^2 = N - mg\cos\theta}, \qquad \boxed{mR\ddot{\theta} = mg\sin\theta}.$$

La projection tangentielle fournit l'équation du mouvement. La projection radiale permet ensuite de déterminer N.

2. En multipliant l'équation du mouvement par $\dot{\theta}$:

$$\dot{\theta}\ddot{\theta} - \frac{g}{R}\sin\theta\,\dot{\theta} = 0.$$

Une intégration par rapport au temps conduit à :

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} + \frac{g}{R}\cos\theta = C.$$

Avec $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = 0$:

$$C = \frac{g}{R}\cos\theta_0, \qquad \dot{\theta}^2 = \frac{2g}{R}(\cos\theta_0 - \cos\theta).$$

Dans la limite $\theta_0 \to 0^+$:

$$\boxed{\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{R}(1 - \cos\theta).}$$

Méthode à retenir : multiplier par $\dot{\theta}$ permet de passer d'une équation sur $\ddot{\theta}$ à une relation portant sur $\dot{\theta}^2$. Cette méthode est liée au théorème de l'énergie cinétique.

3. La projection radiale donne :

$$N = mg\cos\theta - mR\dot{\theta}^2.$$

Dans la limite considérée :

$$\boxed{N = mg(3\cos\theta - 2).}$$

4. Le décollage se produit lorsque N s'annule :

$$3\cos\theta_\mathrm{d} - 2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\theta_\mathrm{d} = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \simeq 48{,}2^\circ.}$$

Cet angle est inférieur à 90° : l'enfant décolle avant d'atteindre le sol.

Remarque : exactement au sommet et sans vitesse initiale, l'enfant resterait dans une position d'équilibre instable dans le modèle idéal. Le départ légèrement décalé permet de décrire la glissade.

3. Loi de Coulomb pour le non-glissement ⋆

En l'absence de glissement, la force tangentielle s'adapte aux autres actions mécaniques, dans la limite suivante :

$$\begin{cases} \overrightarrow{v}_g = \overrightarrow{0}, \\ T \leq f_s N. \end{cases}$$

Le coefficient f_s est le **coefficient de frottement statique** entre les deux solides.

Remarques :

— L'égalité $T = f_s N$ correspond à la **limite d'adhérence**.

— En général, on ne peut pas écrire $T = f_s N$ pour un solide à l'équilibre : on détermine d'abord T par les lois de la mécanique, puis on vérifie l'inégalité.

4. Loi de Coulomb pour le glissement ⋆

En présence de glissement, la force de frottement est **opposée à la vitesse de glissement** et sa norme vaut $f_d N$:

$$\overrightarrow{v}_g \neq \overrightarrow{0}, \qquad \overrightarrow{T} = -f_d N \frac{\overrightarrow{v}_g}{\|\overrightarrow{v}_g\|}.$$

Le coefficient f_d est le **coefficient de frottement dynamique** entre les deux solides. Ainsi :

$$T = f_d N.$$

La force de frottement s'oppose au mouvement **relatif** des surfaces en contact. Elle n'est pas nécessairement opposée à la vitesse du solide dans le référentiel d'étude.

5. Coefficients de frottement

Les coefficients de frottement statique f_s et dynamique f_d sont **sans dimension**. Ils dépendent du couple de matériaux et de l'état des surfaces : rugosité, humidité, lubrification, etc.

Exemples de valeurs indicatives		
Surfaces en contact	f_s	f_d
Acier sur acier	0,6	0,4
Acier sur bois	0,2 à 0,6	–
Aluminium sur aluminium	1,1	–
Aluminium sur acier	0,61	0,47
Bois sur bois	0,25 à 0,50	–
Caoutchouc sur acier	0,40	0,30
Pneus en bon état sur pavage sec	0,90	0,80
Pneus usés sur pavage humide	0,10 à 0,20	0,05 à 0,12

On observe généralement $f_d < f_s$: il faut souvent un effort plus important pour amorcer le glissement que pour l'entretenir. Les deux valeurs peuvent toutefois être assimilées dans un modèle simplifié.

Dans la suite du cours, on supposera :

$$f_s = f_d = f.$$

Les valeurs usuelles sont souvent de l'ordre de 0,1 à 1, sans que cet intervalle constitue une limite générale.

6. Aspects microscopiques

Le frottement solide résulte notamment des interactions entre les aspérités microscopiques des surfaces, de leur déformation et de la formation de jonctions adhésives.

La mise en mouvement nécessite de rompre certaines de ces jonctions. Pendant le glissement, elles se forment et se rompent continuellement. Cela contribue à expliquer pourquoi le coefficient statique est souvent supérieur au coefficient dynamique.

Même des surfaces apparemment lisses peuvent présenter du frottement, notamment en raison des interactions entre les matériaux.

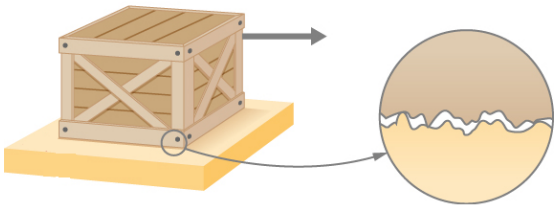


Figure 3 – Zoom sur un contact entre deux solides.

III. Interprétation des expériences

1. Première expérience

. Notations

On étudie le solide dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. L'axe (Ox) est orienté **vers le bas du plan incliné** et l'axe (Oy) est normal au plan, dirigé vers le solide. On prend $0 \leq \alpha < \pi/2$.

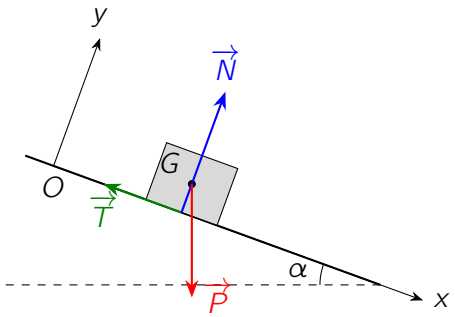


Figure 4 – Repère et forces à l'équilibre ou lors d'un glissement vers le bas. Les normes ne sont pas représentées à l'échelle.

. Hypothèse de non-glissement

Application n°2 : Équilibre d'un solide sur un plan incliné

Énoncé :

On cherche la condition sur α permettant l'équilibre. **On suppose d'abord que le solide est immobile.**

1. Appliquer le PFD au solide et le projeter suivant (Ox) et (Oy).

2. En déduire N et T en fonction de α, m et g.

3. Rappeler la loi de Coulomb pour le non-glissement. En déduire l'existence d'un angle limite α_ℓ.

Correction :

1. et 2. À l'équilibre :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = \vec{0}.$$

La force tangentielle est dirigée vers le haut du plan. Les projections donnent :

$$\text{Suivant } (Oy) : \quad N - mg\cos\alpha = 0,$$
$$\text{Suivant } (Ox) : \quad mg\sin\alpha - T = 0.$$

Ainsi :

$$\boxed{N = mg\cos\alpha}, \qquad \boxed{T = mg\sin\alpha}.$$

3. L'hypothèse de non-glissement est compatible avec la loi de Coulomb si :

$$T \leq fN \iff mg\sin\alpha \leq f\,mg\cos\alpha.$$

Comme $\cos\alpha > 0$:

$$\boxed{\tan\alpha \leq f} \iff \boxed{\alpha \leq \alpha_\ell, \qquad \alpha_\ell = \arctan f.}$$

L'égalité correspond à la limite d'adhérence.

.Hypothèse de glissement vers le bas

Application n°3 : Mise en mouvement vers le bas du plan

Énoncé :

Le solide est lâché sans vitesse initiale à $t = 0$. **On suppose qu'il se met à glisser vers le bas pour $t > 0$.**

1. Exprimer les lois de Coulomb dans ce cas.

2. Appliquer le PFD et le projeter suivant (Ox) et (Oy).

3. En déduire $\ddot{x}$ en fonction de α, f et g.

4. Déterminer la vitesse de glissement.

5. Déterminer la condition sur α qui valide l'hypothèse de mise en mouvement vers le bas.

Correction :

1. Pour $t > 0$, le glissement supposé vers le bas impose :

$$\vec{v}_g = \dot{x}\,\vec{u}_x, \qquad \dot{x} > 0, \qquad \vec{T} = -T\,\vec{u}_x, \qquad T = fN.$$

2. et 3. Le PFD s'écrit $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = m\vec{a}$. Ses projections donnent :

$$N - mg\cos\alpha = 0, \qquad mg\sin\alpha - T = m\ddot{x}.$$

En utilisant $T = fN$:

$$\boxed{N = mg\cos\alpha}, \qquad \boxed{\ddot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha).}$$

4. L'accélération est constante et $\dot{x}(0) = 0$. Par intégration :

$$\boxed{\vec{v}_g = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t\,\vec{u}_x.}$$

5. La vitesse est dirigée vers le bas pour $t > 0$ si :

$$\sin\alpha - f\cos\alpha > 0 \iff \boxed{\alpha > \arctan f = \alpha_\ell.}$$

On retrouve la condition de mise en mouvement à partir du repos, dans le modèle $f_s = f_d = f$.

2. Deuxième expérience

. Phase ascendante

Application n°4 : Freinage d'un solide lancé vers le haut

Énoncé :

À $t = 0$, on lance le solide vers le haut du plan avec $\overrightarrow{v}_0 = -v_0\overrightarrow{u}_x$, où $v_0 > 0$. L'axe (Ox) reste orienté vers le bas.

1. Exprimer les lois de Coulomb pendant la montée.

2. Appliquer le PFD et le projeter suivant (Ox) et (Oy). En déduire $\ddot{x}$.

3. Déterminer la vitesse du solide pendant la phase ascendante.

4. Déterminer la date t_1 à laquelle il s'arrête et préciser l'intervalle de validité de la solution.

Correction :

1. Pendant la montée, $\dot{x} < 0$. La force de frottement est donc dirigée vers le bas :

$$\overrightarrow{v}_g = -\|\overrightarrow{v}_g\|\overrightarrow{u}_x, \qquad \overrightarrow{T} = T\overrightarrow{u}_x, \qquad T = fN.$$

2. Les projections du PFD donnent :

$$N - mg\cos\alpha = 0, \qquad mg\sin\alpha + T = m\ddot{x}.$$

Ainsi :

$$\boxed{N = mg\cos\alpha}, \qquad \boxed{\ddot{x} = g(\sin\alpha + f\cos\alpha).}$$

L'accélération est dirigée vers le bas : le solide ralentit pendant sa montée.

3. En intégrant avec $\dot{x}(0) = -v_0$:

$$\boxed{\dot{x}(t) = g(\sin\alpha + f\cos\alpha)t - v_0,} \qquad \overrightarrow{v}_g = \dot{x}(t)\overrightarrow{u}_x.$$

4. Le glissement vers le haut est vérifié tant que $\dot{x} < 0$, soit :

$$\boxed{0 \leq t < t_1, \qquad t_1 = \frac{v_0}{g(\sin\alpha + f\cos\alpha)}.}$$

À $t = t_1$, la vitesse s'annule. Il faut alors examiner à nouveau la possibilité d'un équilibre avant de poursuivre l'étude. On suppose ici $\sin\alpha + f\cos\alpha > 0$.

. Phase suivante

À la date t_1, on retrouve la situation d'un solide au repos :

— si $\alpha \leq \alpha_\ell$, le solide peut rester immobile ;

— si $\alpha > \alpha_\ell$, le solide repart vers le bas.

Dans ce dernier cas, la force de frottement change de sens et, pour $t > t_1$:

$$\boxed{\overrightarrow{v}_g = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)(t - t_1)\overrightarrow{u}_x.}$$

IV. Aspects énergétiques

1. Puissance de la force de contact sur un solide

. Rôle de la force de contact

Une force de frottement n'est pas nécessairement une force de freinage pour le solide étudié. Par exemple, la composante tangentielle de l'action du sol sur les roues motrices peut propulser une voiture.

Pour un solide en translation de vitesse $\overrightarrow{v}$ dans le référentiel d'étude, la puissance de l'action de contact est :

$$\boxed{\mathcal{P}(\overrightarrow{R}) = \overrightarrow{R} \cdot \overrightarrow{v}.}$$

Elle peut être **motrice**, **résistante** ou **nulle**.

. Retour sur la première expérience

Application n°5 : Puissance résistante sur le plan incliné

Énoncé :

On reprend le solide lâché sans vitesse initiale sur le plan incliné, avec $\alpha > \alpha_\ell$.

1. Rappeler l'expression de sa vitesse pendant la descente.

2. Exprimer la puissance de la force de contact dans le référentiel terrestre. Conclure.

Correction :

1. D'après l'application n°3 :

$$\boxed{\dot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t}, \qquad \overrightarrow{v} = \dot{x}\,\overrightarrow{u}_x.$$

2. La réaction normale est orthogonale à la vitesse :

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{R}_{1\to 2}) = (\overrightarrow{N} + \overrightarrow{T}) \cdot \overrightarrow{v} = -T\dot{x}.$$

Avec $T = f\,mg\cos\alpha$:

$$\boxed{\mathcal{P}(\overrightarrow{R}_{1\to 2}) = -f\,mg^2\cos\alpha\,(\sin\alpha - f\cos\alpha)t.}$$

Pour $f > 0$ et $t > 0$, cette puissance est négative : l'action de contact est **résistante**.