DM - PC

Marcus Licafram

Q1 - On se place en repère cylindrique :
$\vec{B}'(M) = B_r(r,\theta,z)\vec{u}_r + B_\theta(r,\theta,z)\vec{u}_\theta + B_z(r,\theta,z)\vec{u}_z$.

Symétrie : On place un point M quelconque :
$(M,\vec{u}_r,\vec{u}_z)$ est un $\mathcal{P}^\theta$
$\vec{B}$ est $\perp$ au $\mathcal{P}^\theta$ d'où $B_\theta(\theta)\vec{u}_\theta$
Invariance : Invariance par translation et par rotation :
$\vec{B}'(M) = B(r)\vec{u}_\theta$

Q2 - Th d'Ampère : $\oint \vec{B}'\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé}$.
$\oint \vec{B}'\cdot d\vec{l} = B_r \oint dl = B_r \cdot 2\pi r$.
1er cas : $(r < R_1)$: $I_{enlacé} = i\frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} = i\frac{r^2}{R_1^2}$
$B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R_1^2}$

2ème cas : $R_1 \leq r < R_2$: $I_{enlacé} = i$.
$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$.

3ème cas : $(R_2 \leq r < R_3)$: $I_{enlacé} = i - i\frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} = i\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$
$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$

4e cas : $r \geq R_3$ $I_{enlacé} = 0$ $B(r) = 0$.

Q3 - $B(r)$ $\begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \frac{\mu_0 i}{2\pi r} & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r > R_2 \end{cases}$

on retrouve 2 discontinuités.

Q4 - On sait $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$ pour la densité volumique mécanique.

L'énergie mécanique U_m : $U_m = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} dt$

Le champ est nul entre R_1 et R_2 et $dT = 2\pi r l dr$:

$$U_m = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)^2 \cdot 2\pi r l dr.$$

$$U_m = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right).$$

Q5 - $U_L = \frac{1}{2} L i^2 = U_m$

$$\frac{1}{2} L i^2 = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \qquad L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Q6 - $$L = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \ln\left(\frac{2{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}0 \times 10^{-2}}\right)}{2\pi}$$

$L = 1{,}39 \times 10^{-7}$ H.

Q7 - $Q = \sigma_1 S_1$ et $S_1 = 2\pi R_1 l$ ainsi :

$Q 2\pi R l \sigma_1$.

En - Q, on a : $2\pi R_1 l \sigma_1 - 2\pi R_2 l \sigma_2 = 0$

$2\pi R_2 l \sigma_2 = -2\pi R_1 \sigma_1 l$. $\sigma_2 = -\frac{R_1}{R_2} \sigma_1$.

Q8 - En coordonnées cylindrique :

$\vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\vec{u}_r + E_\theta(r,\theta,z)\vec{u}_\theta + E_z(r,\theta,z)\vec{u}_z$

symétrie. On place un point M quelconque.

Le plan (M, u_r, u_z) et (M, u_r, u_θ) sont plans des plans de symétrie donc E $\in$ aux plans.

$\vec{E}(M) = E_r(r,\theta,z)\vec{u}_r$.

Invariance par translation selon Oy et par rotation selon Oz.
$\vec{E}(M) = E(r)\vec{u_r}$.

Q 9 - Surface de Gauss : un cylindre.
Th de Gauss $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$
pour $R_1 < r < R_2$; $Q_{int} = Q$
Alors : $E(r) \times 2\pi r l = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ Donc $\vec{E}(r) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\vec{u_r}$
dans les conducteurs :
à l'équilibre électrostatique, le champ électrique est nul à l'intérieur et à l'extérieur, $Q_{tot} = 0$

$$\vec{E}(M) = \begin{cases} \vec{0} & r < R_1 \\ \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l r}\vec{u_r} & R_1 < r < R_2 \\ \vec{0} & r > R_2 \end{cases}$$

Q 10 - $v_e = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ et U_e se note : $\iiint_V v_e \, d\tau$
le champ est pas nul entre R_1 et R_2 :

$$U_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} 2\pi r l \, dr.$$

$$U_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\right)^2 2\pi r l \, dr. \qquad U_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}\,dr$$

$$U_e = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right).$$

Q 11 - $C = \frac{Q^2}{U}$ aussi : $U = V_1 - V_2$ et $\vec{E} = -\text{grad}(V)$

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr. \qquad U = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

$$T = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \; F\cdot m^{-1}.$$

Q12- AN : $C = \frac{2 \times 8,85 \times 10^{-12} \times 10}{\ln(2)}$.

$C \approx 8,02 \times 10^{-11}$ F.

Exo (2)

Q1- On utilise : $n = \frac{m}{M}$

$n_{H_2} = \frac{m}{M_{H_2}} = \frac{1,5}{1,6 \times 10^4} \rightarrow 9,375 \times 10^{-4}$ mol.

$[H_2]_i = \frac{n_{H_2}}{V} = \frac{9,375 \times 10^{-4}}{0,1} = 9,375 \times 10^{-3}$ mol.L

	$H_{2(aq)}$	+ $O_{2(aq)}$ =	$H_2O_{2(aq)}$
E.I	$[H_2]$	$[O_2]$	0
E.F	$[H_2]-x_f$	$[O_2]-x_f$	x_f

$K_1 = \frac{[H_2O_2]}{[H_2][O_2]} \rightarrow 3,0 \times 10^5 = \frac{x}{(9,375 \times 10^{-2} - x)(9,2 \times 10^{-2} - x)}$

$x = 9,0927 \times 10^{-3}$ $[H_2O_2] \approx 9,0227 \times 10^{-3}$ mol.L^{-1}.

Q2 - $H_2 + O_2 = H_2O_2$.

$Q = \frac{[H_2O_2]}{C^\circ} \times \frac{C^\circ}{[H_2] \times [O_2]}$ $Q = \frac{9,09 \times 10^{-3}}{C^\circ} \times \frac{C^\circ}{(2,85 \times 10^{-4}) \times (7,0 \times 10^{-5})} = 8,86 \times 10^5$

$Q > K$ sens indirecte.

Q3 - $CO_2 + H_2O = HCO^- + H_3O^+$

rajout ions H_3O^+, la formule du PH : $PH = \log([H_3O^+])$ fait le PH diminuer.