□ Exercice 10.1. Impesanteur ★ (Référentiel en translation accélérée)

Pour entraîner les astronautes à l'impesanteur, il existe des vols que l'on appelle « zéro G » réalisés en avion. L'avion décrit la trajectoire ABCD ci-dessous :



1. Quelle doit être la trajectoire BC pour obtenir l'effet d'impesanteur durant cette phase de vol ?
2. Déterminer alors les équations horaires décrivant la position de l'avion le long de BC.
3. Les possibilités de l'avion limitent la hauteur du vol à $h = 9\,\text{km}$. Quelle est la durée maximale T de la phase d'impesanteur ? On supposera que g est constant.
4. Dans ces conditions d'impesanteur, un objet lâché dans l'avion possède dans le référentiel $(\mathscr{R}')$ de l'avion un mouvement rectiligne et uniforme (ou reste immobile). Pourtant, ce référentiel $(\mathscr{R}')$ n'est pas galiléen ! Cette expérience met-elle en défaut le principe d'inertie ?

□ Exercice 10.2. Manège en rotation ★ (Force d'inertie d'entraînement, frottements solides)

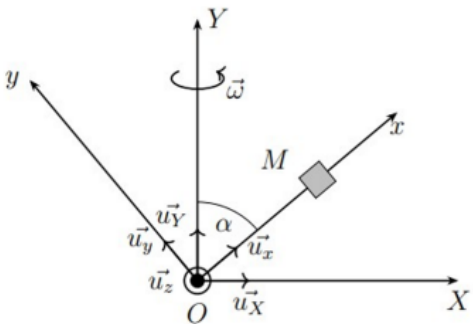
On étudie un manège constitué d'un énorme cylindre vertical qui tourne autour de son axe. Les passagers pénètrent à l'intérieur et se placent contre la paroi du cylindre. Le manège est mis en rotation de plus en plus vite et lorsque la vitesse de rotation est suffisamment grande, le plancher est retiré : les passagers restent collés contre la paroi et ne tombent pas.

1. Expliquer pourquoi les passagers ne tombent pas.
2. On note μ le coefficient de frottement statique des passagers sur la paroi. Déterminer l'expression ω_m de la vitesse de rotation minimale du manège en fonction de son rayon R, de g et de μ à partir de laquelle le plancher peut-être retiré.
3. Faire l'application numérique avec $R = 4\,\text{m}$ et $\mu = 0{,}4$ et exprimer le résultat en tours par minute.

□ Exercice 10.3. Tige en rotation ★★ (Force d'inertie d'entraînement, position d'équilibre)

Un axe matériel (Ox) faisant un angle α par rapport à la verticale est animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega\vec{u_Y}$ orienté selon la verticale. Une particule M de masse m glisse dans frottements sur la tige. Le référentiel terrestre $\mathscr{R} = (O, X, Y, Z)$ est supposé galiléen, on note $\Omega = \omega \sin\alpha$.

1. Faire un bilan des forces qui s'appliquent au point M dans le référentiel tournant lié à la tige.
2. Déterminer la position d'équilibre x_0 de la particule sur la tige.
3. On lâche la particule M sans vitesse initiale relativement à (Ox) à une distance a de x_0. Donner l'expression de x en fonction du temps.
4. Quelle est la nature de la position d'équilibre x_0 ?



□ Exercice 10.4. Usure des rails d'un train ★★ (Force d'inertie de Coriolis)

Un train à grande vitesse, de masse m=7,8.10^5 kg, circule d'ouest en est entre Paris et Metz à la vitesse constante v = 320km/h. A l'instant considéré, il se trouve à proximité hauteur de la gare Meuse TGV à la latitude $\lambda = 49°$ Nord. Au point P où se situe le train, on définit une base orthonormale $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$ avec $\vec{e_x}$ vers l'est, $\vec{e_y}$ vers le nord et $\vec{e_z}$ vers le zénith.

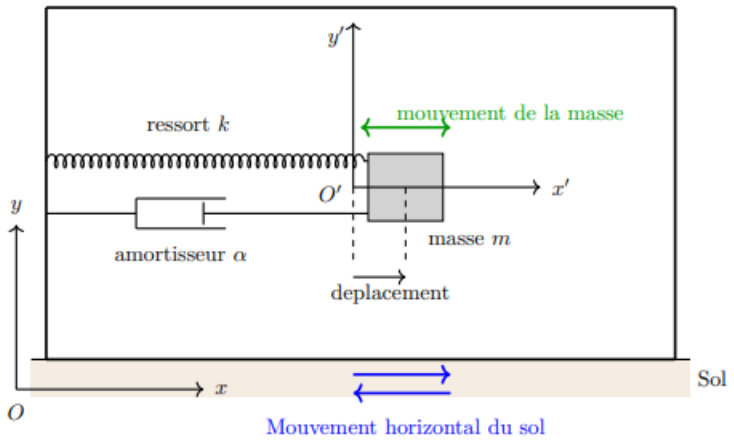
1. Faire un schéma où apparaissent la Terre (en coupe), la base ci-dessus au point P, le vecteur vitesse du train et le vecteur rotation de la Terre $\boldsymbol{\Omega}$.
2. Déterminer la force de Coriolis qui s'exerce sur le train dans le référentiel terrestre, et comparer sa norme à celle du poids du train. On donne : $\Omega = 7{,}3.10^{-5}$rad/s ; g = 9,8 m.s^{-2}.
3. Faire un schéma local du train, vu de l'arrière, et représenter les différentes forces subies. Lequel des deux rails s'use le plus ? Qu'est-ce qui change quand le train va vers l'ouest ?

Exercice 10.5. Sismographe ★★ (Force d'inertie d'entraînement, filtrage)

Les premiers sismographes utilisaient des oscillations mécaniques forcées par les mouvements du sol pour enregistrer les mouvements du sol associés aux phénomènes sismiques (tremblements de terre mais aussi toute sorte d'activité sismique de moindre amplitude).

On ne considérera ici que l'enregistrement sur un axe horizontal (Ox'), et on modélise le sismographe par un oscillateur masse ressort amorti, caractérisé par les paramètres m, k et α. L'extrémité gauche du ressort est accrochée à un boitier dans lequel est contenu le sismographe, et ce boitier est posé sur le sol. La masse m peut glisser sans frottements sur un support horizontal et ce sont ses mouvements qui son enregistrés pour reproduire les vibrations du sol.

Boîtier du sismographe



Le boitier, solidaire du sol, subit les mêmes mouvements que lui, que l'on modélise lorsqu'il y a une activité sismique par un mouvement sinusoidal $x = D + X_0 cos(\omega t)$ par rapport au référentiel terrestre (D représente l'écart entre O et la position moyenne de O'). Le référentiel terrestre $(R) = (Oxyz)$ est galiléen et le référentiel $(R') = (O'x'yz)$ associé au boitier (et donc au sol quand il bouge) est donc non galiléen. L'origine $0'$ de (R') correspond à la position d'équilibre de la masse m en l'absence de vibrations du sol. Sur le schéma, deplacement indique l'écart entre la position de la masse (son centre) et sa position d'équilibre, que l'on notera x'.

1. Donner l'expression de la force d'inertie subie par la masse m dans (R').
2. Etablir l'équation du mouvement (vérifiée par x') de la masse m dans (R') :

$$m\frac{d^2x'}{dt^2} + \alpha\frac{dx'}{dt} + kx' = m\omega^2 X_0\ cos(\omega t)$$

3. Introduire la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de l'oscillateur.
4. En utilisant les notations complexes, montrer que l'amplitude des mouvements de la masse m est :

$$X'_m = \frac{X_0}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q\omega}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2}}$$

5. Tracer X'_m en fonction de ω. Vérifier en particulier qu'il n'y a résonance que si $Q > \frac{1}{\sqrt{(2)}}$.
6. On donne ci-dessous un enregistrement sismique. Comment choisir la pulsation propre du sismographe si l'on veut que l'amplitude de la réponse du sismographe soit égale à celle des mouvements du sol ?

