Correction Sujet Physique – Parc d'attraction

I Toboggan aquatique

I.1 Étude d'un toboggan rectiligne (15 pt)

1 - E_m conservée donc $mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$, d'où $\boxed{v_B = \sqrt{2gh}.}$

(Énoncé théorème + expression v_B : **1 pt**+**1 pt**.)

(rq : ils peuvent aussi utiliser le TEC, à condition de calculer le travail du poids)

2 - Ce résultat ne dépend pas de la forme du toboggan. (**1 pt**)

(sauf si le toboggan remonte au-dessus du point de départ !)

3 - PFD : $m\ddot{x}\vec{e}_x = N\vec{e}_z - T\vec{e}_x + m\vec{g}$.

Projeté sur $\vec{e}_z$: $0 = N - mg\cos\alpha$, d'où $\boxed{N = mg\cos\alpha.}$

(Énoncé PFD + projection poids : **1 pt**+**1 pt**.)

4 - $\star$ On a $T = \mu N = \mu mg\cos\alpha$, donc T et N sont des constantes.

$\boxed{W_{AB}(\vec{R}) = \overrightarrow{AB}\cdot(-T\vec{e}_x + N\vec{e}_z) = -AB\times T.}$ (Définition W + calculs : **1 pt**+**1 pt**)

$\star$ Enfin, $AB = \dfrac{h}{\sin\alpha}$, donc $\boxed{W_{AB}(\vec{R}) = -\dfrac{h\,\mu mg\cos\alpha}{\sin\alpha} = -\dfrac{\mu mgh}{\tan\alpha}.}$ (**1 pt**)

5 - TEM entre A et B : $\Delta E_m = W_{AB}(\vec{R})$, soit donc $\dfrac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -\dfrac{\mu mgh}{\tan\alpha}$.

D'où $\boxed{v_B = \sqrt{2gh\left(1 - \dfrac{\mu}{\tan\alpha}\right)}.}$ (Théorème énoncé **1 pt** + calculs et expression finale **2 pt**)

(rq : ils peuvent aussi utiliser le TEC, à condition de calculer le travail du poids)

6 - On lit que $\boxed{\mu \simeq 0{,}2.}$ (**1 pt**)

7 - ΔE_c = travail frottement $= \mu\times mg\times L$, donc $L = \dfrac{\frac{1}{2}mv_0^2}{\mu mg}$,

soit donc $\boxed{L = \dfrac{v_0^2}{2\mu g} \simeq 125\,\text{m}.}$ (Théorème **1 pt** + expression L **1 pt** + AN **1 pt**)

I.2 Étude d'un virage (19 pt)

I.2.1 Préliminaire : étude des oscillations dans une cuvette

8 - $\vec{v} = a\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et donc $\vec{\sigma}_O = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v} = a\vec{e}_r \wedge ma\dot{\theta}\vec{e}_\theta = ma^2\dot{\theta}\vec{e}_z$, d'où $\boxed{\sigma_{Oz} = ma^2\dot{\theta}.}$

(Définition σ **1 pt** + expression finale **1 pt**.)

9 - $\boxed{\Gamma_{Oz}(\vec{P}) = -mga\sin\theta}$ avec la méthode de son choix. (**2 pt**)

$\boxed{\Gamma_{Oz}(\vec{R}) = 0.}$ (**1 pt**)

10 - TMC axe Oz : $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_{Oz}}{\mathrm{d}t} = \Gamma_{Oz}(\vec{P}) + \Gamma_{Oz}(\vec{R})$.

D'où $ma^2\ddot{\theta} = -mga\sin\theta$, soit $\boxed{\ddot{\theta} + \dfrac{g}{a}\sin\theta = 0.}$ (Énoncé théorème **1 pt** + équation finale **1 pt**.)

11 - Approximation $\boxed{\theta_0 \ll 1\,\text{rad.}}$ (**1 pt**)

Solutions générale : $\theta(t) = A\cos\sqrt{\dfrac{g}{a}}t + B\sin\sqrt{\dfrac{g}{a}}t + 0.$ (**1 pt**)

Avec $\theta(0) = \theta_0$ on a $A = \theta_0$, avec l'autre on a $B = 0$. (**1 pt**)

D'où $\boxed{\theta(t) = \theta_0\cos\sqrt{\dfrac{g}{a}}t.}$

12 - Allure d'un cosinus (et pas d'un sinus), max et min en $\pm\theta_0$. (**1 pt**)

13 - Période $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{a}{g}}.}$ (**1 pt**)

I.2.2 Retour au cas du virage dans le toboggan

14 - $\vec{P} + \vec{F} + \vec{N} = \underbrace{mg\vec{e}_x + \dfrac{mv_0^2}{R_0}\vec{e}_y}_{=m\vec{g}_{\text{eff}}} + \vec{N}$. On a donc $\boxed{\|\vec{g}_{\text{eff}}\| = \sqrt{g^2 + \dfrac{v_0^4}{R_0^2}}.}$ (**2 pt**)

15 - $\tan\alpha = \dfrac{\text{composante sur } y}{\text{composante sur } x}$, d'où $\boxed{\alpha = \arctan\dfrac{v_0^2}{R_0 g}.}$ (**2 pt**)

Remarque : acceptable aussi avec $\alpha = \arcsin\dfrac{v_0^2}{\sqrt{(R_0 g)^2 + v_0^4}}$ ou $\alpha = \arccos\dfrac{Rg}{\sqrt{(R_0 g)^2 + v_0^4}}$.

16 - Il s'agit de la même situation qu'en I.2.1, sauf que la pesanteur est inclinée. On peut faire tourner la figure pour ramener cette pesanteur verticale. Le mouvement se déroule alors entre des angles $-\alpha$ et $+\alpha$ de part et d'autre du vecteur $\vec{g}_{\text{eff}}$.

$\Rightarrow$ θ varie entre 0 et 2α. Donc ici entre 0 et 102°. (**2 pt**)

La gouttière doit donc monter au moins jusqu'à 102°. (**1 pt**)

II Détecteur de wagons

II.1 Conséquence du passage d'un objet métallique (4 pt)

17 - Flux total à travers le circuit 2 :$\Phi = L_2 i_2 + M i_1$, et la loi de Faraday donne une fem (en convention générateur) $e = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$.

Loi des mailles : $0 = e$ donc $0 = L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$, donc $\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{M}{L_2}\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$, donc $\boxed{i_2 = -\dfrac{M}{L_2} i_1 + C.}$ (**2 pt**)

18 - Circuit 1 (même démarche) : $u = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$. On remplace i_2 : $u = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - \dfrac{M^2}{L_2}\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$.

D'où $u = \left(L_1 - \dfrac{M^2}{L_2}\right)\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = L \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$ avec $\boxed{L = L_1 - \dfrac{M^2}{L_2}.}$ (**2 pt**)

II.2 Étude d'un circuit RLC (14 pt)

19 - Loi des mailles : $u_L + u_R + u_c = 0$. Lois de comportements et $\times 1/LC$: $\boxed{\ddot{u}_c + \dfrac{R}{L}\dot{u}_c + \dfrac{u_c}{LC} = 0.}$

On identifie $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\dfrac{R}{L} = \dfrac{\omega_0}{Q}$ d'où $\boxed{Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}.}$ (**2 pt** démo équation + **1 pt** pour ω_0 et Q.)

20 - Oscillations donc régime pseudo-périodique et $\boxed{Q > 1/2.}$

En comptant le nombre d'oscillations on a <u>approximativement</u> $\boxed{Q = 7 \text{ ou } 8 \text{ ou } 9.}$

(**1 pt**+**1 pt**)

21 - $\boxed{u_c(t) = u_{c,\text{hom}} + u_{c,\text{part}} = (A\cos\Omega t + B\sin\Omega t)\,\mathrm{e}^{-\mu t} + 0.}$

Racines de $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$: $r_\pm = -\dfrac{\omega_0}{2Q} \pm \dfrac{\mathrm{i}}{2}\sqrt{4\omega_0^2 - \dfrac{\omega_0^2}{Q^2}} = -\mu \pm \mathrm{i}\Omega$,

d'où $\boxed{\mu = \dfrac{\omega_0}{2Q}}$ et $\boxed{\Omega = \dfrac{1}{2}\sqrt{4\omega_0^2 - \dfrac{\omega_0^2}{Q^2}} = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}.}$

(**1 pt** solution générale + **1 pt** pour μ + **1 pt** pour Ω.)

22 - $u_c(0^+) = u_c(0^-)$ car tension condensateur continue, $u_c(0^-) = U_0$ d'après l'énoncé. (**1 pt**)
$i(0^+) = i(0^-)$ car courant bobine continu, et $i(0^-) = 0$ car circuit ouvert pour $t < 0$. (**1 pt**)

23 - $u_c(0^+) = A$ donc $\boxed{A = U_0.}$ (**1 pt**)

$\dot{u}_c(0^+) = i(0^+)/C = 0$ et d'après la solution $\dot{u}_c(0^+) = \Omega B - \mu A$, d'où $\boxed{B = \dfrac{\mu U_0}{\Omega}.}$ (**1 pt**)

24 - Pseudo-période $T = \dfrac{2\pi}{\Omega} = \dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}} \simeq \dfrac{2\pi}{\omega_0}$. (**2 pt**)

II.3 Étude d'un multiplieur (4 pt)

25 - $v(t) = KU_0U_0' \cos(2\pi(f_0+\Delta f)t)\cos(2\pi f_0 t+\varphi_0) = \dfrac{KU_0U_0'}{2}\left[\cos(2\pi(2f_0+\Delta f)t+\varphi_0)+\cos(2\pi\Delta f t-\varphi_0)\right]$

Les fréquences sont donc $\boxed{f_1 = 2f_0+\Delta f \text{ et } f_2 = \Delta f}$ (ou l'inverse). (**1 pt** développement + **1 pt** fréquences.)

26 - Même amplitude $\boxed{\dfrac{KU_0U_0'}{2}.}$ (**1 pt**)

27 - $\boxed{\Delta f = f_2 = 100\,\text{Hz}}$ et $\boxed{f_0 = (f_1-\Delta f)/2 = 2660\,\text{Hz}.}$ (**1 pt**)

II.4 Filtre passe-bas (11 pt)

28 - BF : condensateur = int. ouvert, donc $s(t) = v(t)$. HF : condensateur = fil donc $s(t) = 0$. (**1 pt**).

29 - $\underline{s} = \underline{v} \times \dfrac{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}{R+\frac{1}{\mathrm{j}C\omega}}$ soit $\boxed{\underline{H} = \dfrac{1}{1+\mathrm{j}RC\omega}.}$ (**2 pt**)

30 - $\boxed{|\underline{H}| = \dfrac{1}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}}}$ et $\boxed{\Delta\varphi = \arg(\underline{H}) = -\arctan RC\omega.}$ (**1 pt**+**1 pt**)

31 - HF : $\underline{H} \simeq \dfrac{1}{\mathrm{j}RC\omega}$ et donc $G_{\text{dB}} = 20\log|\underline{H}| = -20\log\omega + \text{cst}$ soit une pente de $-20\,\text{dB/décade}$. (**1 pt**)

32 - Fréquence à -3 dB : $\boxed{f_c = 300\,\text{Hz}.}$ (**1 pt**)

33 - En sortie, $\boxed{s(t) = S_0\cos(2\pi f t+\varphi_s),}$ avec :

amplitude $\boxed{S_0 = E_0\times 10^{G_{\text{dB}}/20} \simeq E_0 \times 10^{0/20} \simeq 1\,\text{V}}$ et phase à l'origine $\boxed{\varphi_s = -0{,}3\,\text{rad}.}$

(**1 pt** pour la forme générale du signal + **1 pt** pour valeurs S_0 et φ_s)

34 - Idem mais $\boxed{S_0 = E_0\times 10^{G_{\text{dB}}/20} \simeq E_0 \times 10^{-25/20} \simeq 0{,}056\,\text{V}}$ et phase à l'origine $\boxed{\varphi_s = -\pi/2\,\text{rad}.}$

(**1 pt** pour la forme générale du signal + **1 pt** pour valeurs S_0 et φ_s)

II.5 Chaine complète (6 pt)

35 - $f_0+\Delta f = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_1\left(1-\frac{M^2}{L_1L_2}\right)C}} \simeq \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_1C}}\left(1+\dfrac{M^2}{2L_1L_2}\right)$, d'où $\boxed{\Delta f = f_0\times\dfrac{M^2}{2L_1L_2}.}$.

(**2 pt** si bien justifié, avec dév. limité)

36 - On ne garde que $\boxed{s(t) = S_0\cos 2\pi\Delta f t}$ (la composante de fréquence $2f_0+\Delta f$ est coupée). (**2 pt**)

37 - $V_{\text{conv}} = \alpha\Delta f = \alpha f_0 \times \dfrac{M^2}{2L_1L_2}$. (**1 pt**)

38 - M part de 0, augmente, puis tend à nouveau vers 0. $V_{\text{conv}}(t)$ fait donc de même (forme en cloche ou en trapèze ou autre acceptée). (**1 pt**)