TRAVAUX DIRIGÉS

Théorème d'Ampère

Les différents exercices de ce recueil sont agencés selon la progression des différents paragraphes du cours. Le niveau de difficulté approximatif est mentionné pour chacun d'eux à travers un nombre d'étoiles (★), sauf pour les exercices type résolution de problème (♧♥♤♦). La résolution d'un exercice nécessite un temps de lecture, un temps de recherche et un temps de rédaction. Aucun de ces trois ne doit être négligé. Pour favoriser votre apprentissage, il est vivement recommandé de réaliser les phases de lecture et de recherche en amont de la séance, le minimum exigé étant un schéma de situation et les lois à mettre en œuvre qui devront apparaître en regard des énoncés.

Linéaments

Sources de champs magnétiques

Exercice n°1 - Spire de courant

★ ☆ ☆

Dans le vide, un circuit filiforme C traversé par un courant électrique d'intensité I génère en tout point $M(\overrightarrow{r})$ de l'espace un champ magnétique qui s'exprime :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_C \frac{I\,\mathrm{d}\vec{l} \wedge (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

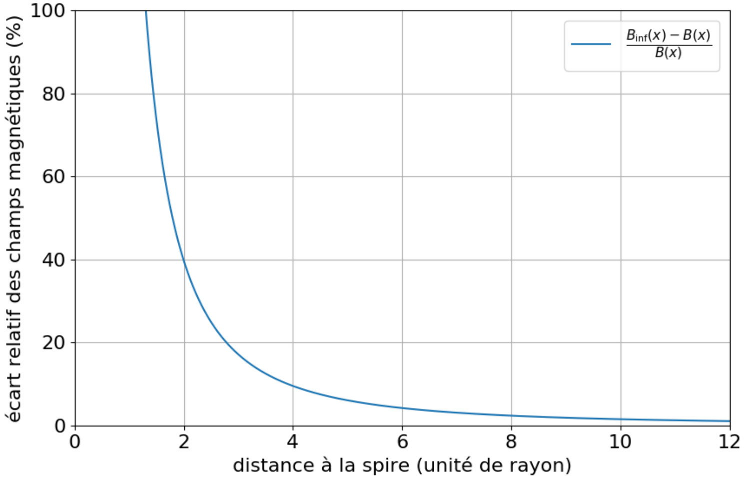
où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, $\overrightarrow{dl}$ le vecteur déplacement élémentaire tangent à la courbe C au point $N(\overrightarrow{r'})$.

On considère une spire circulaire de centre O et de rayon R parcourue par un courant électrique d'intensité I.

1. Exprimer le champ $\overrightarrow{B}$ généré par la spire en un point M situé sur l'axe perpendiculaire à la spire et passant par son centre.

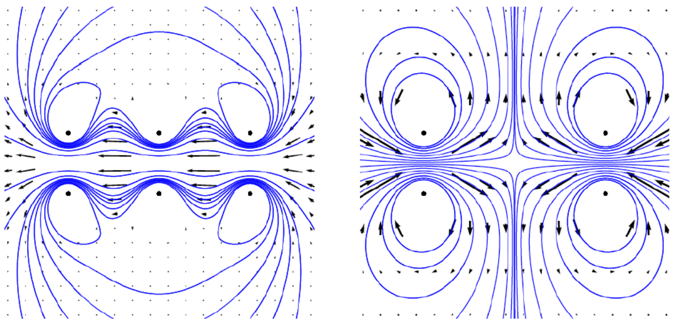
2. En déduire l'expression du champ $\overrightarrow{B_\infty}$ en un point de l'axe situé à une distance x de la spire telle que $x >> R$.

3. Vérifier que les expressions obtenues sont conformes à la représentation graphique ci-après, et déterminer une valeur de x à partir de laquelle l'approximation $\overrightarrow{B_\infty}$ devient valide à 10% près.



Exercice n°2 - Cartographie de champs magnétiques ★ ★ ☆

On considère les deux cartes de champs magnétiques ci-contre produites à l'aide de plusieurs spires.



Pour chaque carte, préciser où sont placées les sources de courant ainsi que le sens dans lequel circule les courant qui les parcourent.

Exercice n°3 - Calculs de circulations ★☆☆

On souhaite calculer la circulation d'un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_x}$ le long d'un contour.

1. Exprimer la circulation $\mathcal{C}$ recherchée.

2. Calculer $\mathcal{C}$ le long d'un contour rectangulaire orienté construit par les vecteurs $3L\overrightarrow{e_x}$ et $2L\overrightarrow{e_y}$.

3. Calculer $\mathcal{C}$ le long d'un contour circulaire de centre O, de rayon R et orienté par le vecteur $\overrightarrow{e_\theta}$.

Exercice n°4 - Cylindre infini ★★☆

On considère un cylindre infini de rayon R parcouru par une densité surfacique de courant uniforme $\overrightarrow{j_S}$.

1. Déterminer le champ magnétostatique généré par la distribution de courant à l'extérieur du cylindre.

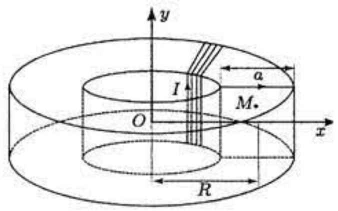
2. Déterminer le champ magnétostatique généré par la distribution de courant à l'intérieur du cylindre.

3. Représenter graphiquement la valeur du champ magnétique en fonction de la distance à l'axe du cylindre.

4. Déterminer la valeur de l'intensité I disposée le long de l'axe du cylindre qui générerait un champ magnétostatique équivalent au champ extérieur.

Exercice n°5 - Bobinage torique (objectif concours) ★★☆

On considère un tore d'axe (Oy) dont la section par un plan méridien est un carré. On réalise une bobine en enroulant un fil sur le tore en N spires très serrées et régulièrement réparties. On note R le rayon externe du tore et a la différence entre les rayons externe et interne, conformément à la figure ci-contre.



1. Déterminer le champ magnétostatique généré par la distribution de courant à l'extérieur du tore.

2. Déterminer le champ magnétostatique généré par la distribution de courant à l'intérieur du tore.

3. Représenter graphiquement la valeur du champ magnétique en fonction de la distance au centre du tore.

4. Discuter qualitativement ce que deviendrait le champ magnétique généré si la section du tore était un disque.

Modèle du solénoïde

Exercice n°6 - Solénoïde infini ★★☆

On considère un solénoïde de rayon R et de longueur infinie comportant n spires planes jointives par unité de longueur, l'ensemble étant parcouru par un courant électrique continu d'intensité I.

1. Justifier que les hypothèses de longueur infinie et de spires planes jointives soient simplificatrices.

2. Exprimer le champ magnétostatique généré par la distribution de courant à l'intérieur du solénoïde, en considérant que le champ généré à l'extérieur est nul.

On admet qu'un solénoïde réel de longueur ℓ génère le même champ que le modèle idéal précédent.

3. Exprimer le flux du champ magnétique Φ à travers une spire. En l'expression de l'inductance L du solénoïde.

Exercice n°7 - Solénoïde fini (objectif concours) ★★★

On considère un solénoïde de rayon R et de longueur L comportant n spires planes jointives par unité de longueur, l'ensemble étant parcouru par un courant électrique continu d'intensité I. On montre que le champ magnétique crée en un point M de l'axe d'une spire circulaire s'exprime :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \, \overrightarrow{e_z}$$

avec α la demi-ouverture du cône issu de M ayant pour base le disque délimité par la spire.

1. Vérifier que le champ généré par une spire circulaire est conforme à l'analyse des symétries de la distribution de courant et aux invariances du problème.

2. Justifier que le champ magnétostatique généré par le solénoïde est orienté le long de l'axe du solénoïde.

3. Exprimer $\overrightarrow{\mathrm{d}B(M)}$ le champ magnétique généré par une tranche circulaire du solénoïde d'épaisseur $\mathrm{d}z$.

4. Développer l'expression pour obtenir une dépendance angulaire $\mathrm{d}\alpha$ où α correspond à la demi-ouverture du cône issu de M ayant pour base la tranche de solénoïde.

5. Intégrer l'expression précédente pour obtenir l'expression du champ magnétique en un point de l'axe, puis vérifier que l'expression obtenue est cohérente avec celle du champ magnétostatique généré par un solénoïde infini.

Problème - L’effet Hall

♧♥♤♦

En 1879, le physicien américain Edwin Hall décrit un phénomène qui porte aujourd’hui le nom d’effet Hall classique. Il écrit qu’un courant électrique d’intensité traversant un matériau baignant dans un champ magnétique constant d’intensité, engendre une tension perpendiculaire à ce dernier.

On s’intéresse à un barreau métallique de section carré de côté $a = 2$ cm traversé par un courant d’intensité $I = 2$ A plongé dans un champ magnétostatique de valeur $B = 1$ T orienté selon l’un des côtés de la section. Ce barreau est en cuivre, donc contient une densité d’électrons $n = 10^{23}$ m^{-3}.

- *Calculer la tension U_{Hall} classique à partir d’une modélisation du comportement des électrons.*