

## DEVOIR DE RÉDACTION N°3

### Le train

*Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.*

*Travailler avec le cours et les exercices de travaux dirigés ouverts sous les yeux est chaudement recommandé : un devoir de rédaction est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, n'hésitez pas à me contacter ou à venir me poser des questions à la fin d'une séance.*



**Ce devoir de rédaction est à rendre le lundi 4 novembre.**

Une ligne ferroviaire électrifiée comporte des pylônes espacés régulièrement entre lesquels sont tendus plusieurs câbles. Les locomotives électriques, appelées motrices, sont alimentées par le câble inférieur, appelé caténaire. Un système mécanique situé sur leur toit, le pantographe, assure un contact glissant avec la caténaire. Tous les moteurs d'une motrice sont montés en parallèle entre le pantographe et les rails. Au dessus de la caténaire est tendu un second câble, le *feeder*, connecté à la caténaire par l'intermédiaire de fixateurs.



Photographie d'un TGV.

L'alimentation électrique se fait grâce à des stations placées le long de la ligne. On peut modéliser une station par un générateur idéal de tension de force électromotrice positive  $E = 25 \text{ kV}$  connectée entre la caténaire et les rails de la ligne (pris comme potentiel de référence et en contact avec la Terre).

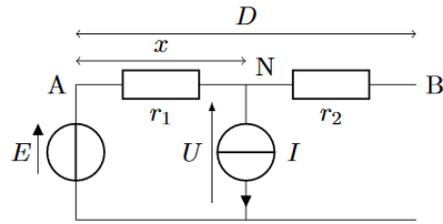
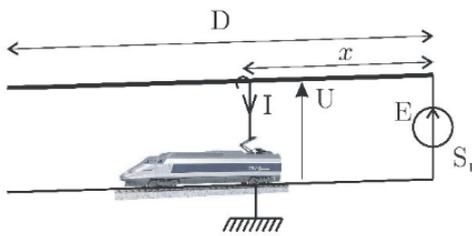
On considère une motrice  $M$  branchée entre les rails et la caténaire. Son bloc moteur est alimenté par un courant constant  $I = 600 \text{ A}$ . On peut donc modéliser une motrice par un générateur idéal de courant de courant électromoteur  $I$ .

La caténaire a une résistance linéique <sup>1</sup>  $\lambda = 5 \times 10^{-5} \Omega.m^{-1}$ , c'est-à-dire qu'une portion de caténaire de longueur  $L$  a une résistance de valeur  $R = \lambda \times L$ . On néglige la résistance des rails.

Afin d'assurer le bon fonctionnement de la locomotive, il est nécessaire que la chute de tension  $\Delta U$  entre la tension  $E$  de la station et la tension  $U$  aux bornes de la motrice soit toujours inférieure à  $\Delta U_{\text{lim}} = 675,0 \text{ V}$ .

**1.** Donner l'expression de la résistance  $R$  d'un matériau en fonction de sa résistivité  $\rho$ , sa surface de section  $S$  et sa longueur  $l$ . Identifier l'expression de la résistance linéique  $\lambda$  introduite dans l'énoncé en vérifiant votre résultat par analyse dimensionnelle. En déduire les propriétés que l'on peut attendre d'une caténaire afin d'alimenter efficacement une motrice.

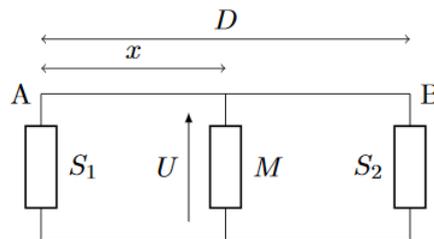
On considère une section de ligne de longueur totale  $D$  alimentée par une seule station  $S_1$  situé en début de ligne et on note  $x$  la distance séparant la motrice de la station. Les schémas ci-après représentent la situation étudiée, à gauche sous forme descriptive (schéma de principe) et à droite sous forme modélisée (schéma



électrique analogue).

2. Exprimer la résistance  $r_1$  de la caténaire en fonction de  $\lambda$  et de  $x$ .
3. Exprimer la tension  $U$  aux bornes de la motrice en fonction de la tension  $E$ , de la résistance linéique  $\lambda$ , de la distance  $x$  et de l'intensité électrique  $I$ . Représenter graphiquement le comportement de  $U(x)$ .
4. Exprimer la longueur  $D_{max}$  de caténaire pour laquelle la chute de tension  $\Delta U = E - U$  vaut  $\Delta U_{lim}$ . Réaliser l'application numérique. Commenter le résultat obtenu.

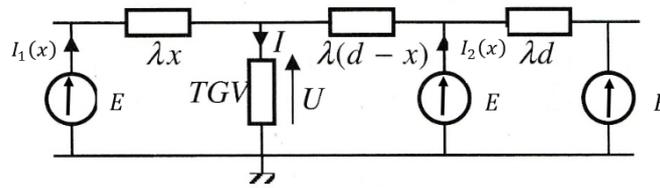
Comme précédemment, la caténaire est montée sur une seule voie, mais elle est maintenant alimentée par deux stations  $S_1$  et  $S_2$  distantes d'une longueur  $D$ . Les deux stations possèdent la même valeur de force électromotrice  $E$  que précédemment. On note toujours  $x$  la distance séparant la motrice de la sous-station  $S_1$ . La situation est représentée par le schéma de principe ci-dessous, qui n'est pas le schéma du modèle électrique.



5. Représenter le schéma électrique modélisant la situation étudiée.
6. Exprimer les résistances  $r_1$  (entre  $S_1$  et  $M$ ) et  $r_2$  (entre  $S_2$  et  $M$ ) en fonction de la résistance linéique  $\lambda$  et des distances  $x$  et  $D$ .
7. Exprimer les courants  $I_1$  traversant la résistance  $r_1$  en fonction de  $I$ ,  $r_1$  et  $r_2$  en reconnaissant un pont diviseur de courant. En déduire une expression de  $I_1$  en fonction de l'intensité électrique  $I$  et des distances  $x$  et  $D$ .
8. Exprimer la tension  $U$  aux bornes de la motrice en fonction de la tension  $E$ , de la résistance linéique  $\lambda$ , de l'intensité électrique  $I$  et des distances  $x$  et  $D$ . Représenter graphiquement  $U(x)$  en explicitant votre démarche.
9. Exprimer la distance  $D_{max}$  entre deux stations pour laquelle la chute de tension  $\Delta U = E - U$  restera en dessous du seuil  $\Delta U_{lim}$ . Réaliser l'application numérique. Comparer au résultat obtenu dans le cas d'une alimentation par une seule station.

1. L'adjectif *linéique* signifie "par unité de longueur", structure que l'on retrouve dans les adjectifs *surfaique* et *volumique*.

Dans la pratique, les stations d'alimentation définissent des tronçons de longueur  $d = 60$  km. On peut alors modéliser la situation par le schéma de principe suivant :



10. Montrer que l'ajout d'autres stations d'alimentation ne modifie pas les expressions des courants  $I_1$  et  $I_2$  par rapport au cas d'alimentation à deux stations. Donner les expressions de  $I_1(x)$  et  $I_2(x)$ .

11. Exprimer la puissance  $P_J$  dissipée par effet Joule dans la caténaire en fonction de  $x$ . Dresser le tableau de variation de la fonction et en déduire que la puissance maximale  $P_{J,max}$  dissipée s'exprime :

$$P_{J,max} = \frac{\lambda d I^2}{4}$$

12. Montrer que la puissance minimale  $p_{min}$  consommée par la motrice entre deux stations s'exprime :

$$p_{min} = \left( E - \frac{\lambda d I}{4} \right) \cdot I$$

13. Exprimer le rendement minimal d'une motrice à partir des expressions  $P_{J,max}$  et  $p_{min}$  déterminées précédemment. Réaliser les applications numériques. Commenter le choix d'une distance  $d = 60$  km entre les stations d'alimentation.

Le second câble appelé *feeder* tendu au dessus de la caténaire fait en réalité partie intégrante du dispositif d'alimentation. Il est connecté à la caténaire exactement à mi-parcours entre deux stations consécutives. Pour  $0 \leq x \leq d/2$ , la tension d'alimentation des moteurs d'une motrice vérifie :

$$U_f(x) = E - \frac{\lambda x(2d - 3x)I}{2d} \quad (1)$$

14. Exprimer  $U_f(d/2)$  ainsi que sa valeur minimale  $U_{f,min}$ . Représenter sur un même graphe les fonctions  $U(x)$  et  $U_f(x)$ . Commenter le rôle du *feeder*.

**Bonus.** Démontrer l'équation (1) en utilisant le théorème de Kennely de transformation triangle-étoile.

- Fin de l'énoncé -



### Le saviez-vous ?

La traction électrique ferroviaire est apparue dès 1880, notamment grâce à l'industriel et entrepreneur allemand Werner von Siemens. D'abord en courant continu, les sources d'alimentation passèrent à l'alternatif une dizaine d'année plus tard lorsque les technologies développées à partir des lois de l'induction s'améliorèrent. Au-delà de son entreprise, le nom de Siemens perdure en tant qu'unité de la conductance.

Portrait de Werner von Siemens

Source : repro-tableaux.com / Tableau réalisé d'après une photographie