



Objectif

Calculer numériquement la transformée de Fourier discrète d'un signal.
Simuler un filtrage numérique et visualiser son action sur un signal périodique.



Les tables de mixage sont utilisées par les Disc-jockeys (DJ) pour réaliser des transitions douces et des effets sur une succession d'enregistrements musicaux. Certains effets requièrent l'action d'un filtre, qui est réalisé par coupure dans le domaine fréquentiel (analyse de Fourier) dans les tables de mixage numériques (il existe aussi des tables analogiques).

Le filtrage consiste en la suppression d'un certain nombre de termes dans la décomposition en série de Fourier d'un signal. S'il peut être réalisé grâce à des montages de dipôles électroniques (filtrage analogique), il peut aussi être réalisé par action d'un algorithme mathématique sur un signal numérisé (filtrage numérique).

Comment réaliser une opération de filtrage sur un signal déjà numérisé ?

----- **Position du problème :**

On considère un signal numérique $e_N(t)$ correspondant à la superposition d'un signal sinusoïdal de fréquence $f=100$ Hz avec un bruit sinusoïdal de fréquence $f_B=400$ Hz dont l'amplitude vaut la moitié du signal.

Donner l'expression de $e_N(t)$ en notant A l'amplitude du signal.

On souhaite réduire le bruit contaminant le signal $e_N(t)$ en appliquant un filtrage passe-bas caractérisé par la fonction de transfert \underline{H} suivante :

$$\underline{H} = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

On note $s_N(t)$ le signal numérique obtenu en sortie du filtre.

Déterminer l'expression de $s_N(t)$ en fonction de $e_N(t)$ et de la période d'échantillonnage T_e utilisée pour numériser le signal. On rappelle la fonction de transfert correspond à une écriture alternative de l'équation électrique d'un circuit.

----- **Structure du programme :**

Compléter la déclaration des variables du bloc implémentant le signal d'entrée et exécuter le programme. Vérifier que les résultats obtenus correspondent au signal souhaité en exécutant le programme. *Appeler le professeur.*

Expliquer le rôle de la boucle `for` et son lien avec la méthode d'intégration numérique dite d'Euler.

Expliquer comment mettre en œuvre le module `fftpack` de la bibliothèque `scipy` qui permet de réaliser la transformation de Fourier rapide (FFT = Fast Fourier Transform) d'un jeu de données. Préciser notamment :

- ☞ les arguments d'entrée nécessaires ;
- ☞ la syntaxe pour utiliser le module `fftpack` ;
- ☞ la syntaxe permettant de réaliser l'affichage graphique du spectre de sortie.

Exécuter à nouveau le programme après avoir supprimé la portion de code `[:N//2]` présente en deux endroits.

Comparer les spectres avec ceux obtenus précédemment et expliquer le rôle de la portion de code `[:N//2]`.

----- **Exploitation du programme :**

Compléter le programme de telle manière que la seconde fenêtre d'affichage permette de visualiser le signal après action du filtre ainsi que le spectre qui lui est associé. *Appeler le professeur.* Exécuter le programme.

Décrire les résultats obtenus en précisant la valeur de la fréquence de coupure du filtre et la raison de ce choix.

En expliquant votre démarche, utiliser le programme pour montrer que si le critère de Shannon-Nyquist n'est pas vérifié, alors le filtrage ne permettra pas de nettoyer correctement le signal bruité.