Composition de Physique

Durée : 4 heures

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

Les calculatrices sont autorisées.

Les différentes parties sont indépendantes.

➤ **Données** :

⇝ **constantes :** R= $8,31$ J·mol^{-1}·K^{-1} $\mathcal{N}_a = 6,022 \times 10^{23}$ mol^{-1} $\mathcal{F} = 96\,500$ C·mol^{-1}
c= $3,00 \times 10^{8}$ m·s^{-1} $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s^{-1} $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m^{3}·kg^{-1}·s^{-2}

⇝ **La planète Terre :** $g = 9,81$ m·s^{-2}

➤ **Formulaire** :

⇝ **Conversion :** 1 eV $= 1,602 \times 10^{-19}$ J $T(\text{K}) = t(°\text{C}) + 273$

$\boxed{\text{Partie I}}$ - Identification d'une porte logique (*Mines-Ponts - 2024*)

On récupère au laboratoire un circuit intégré comportant un certain nombre de portes logiques identiques, dont on est sûr :

- de leur tension d'alimentation $V_{cc} = 15$ V associée à la technologie CMOS employée ;
- de la faible valeur ($i < 0,1\mu$A) des courants d'entrée, qu'on négligera donc dans tout ce qui suit

Les références du circuit intégré n'étant plus lisibles, on n'est plus sûr de la nature des portes en question ; on sait cependant qu'il s'agit nécessairement de portes figurant dans la liste AND, OR, NAND, NOR (ou en français ET, OU, NON ET, NON OU). Pour déterminer la nature de ces portes, on réalise deux séries de mesures de la caractéristique entrée-sortie selon les schémas des figures 1 et 2.

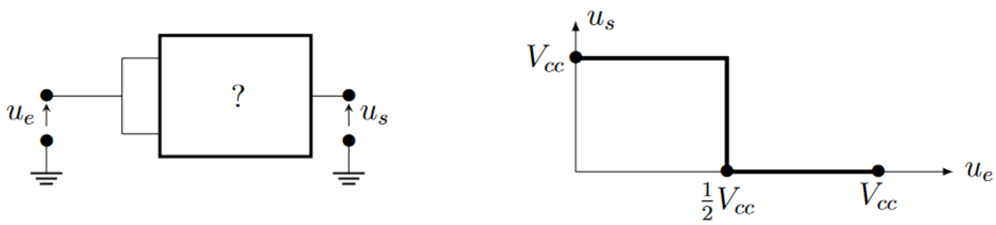

FIGURE 1 – Montage d'une première série de mesures (à gauche) et ses résultats (à droite)

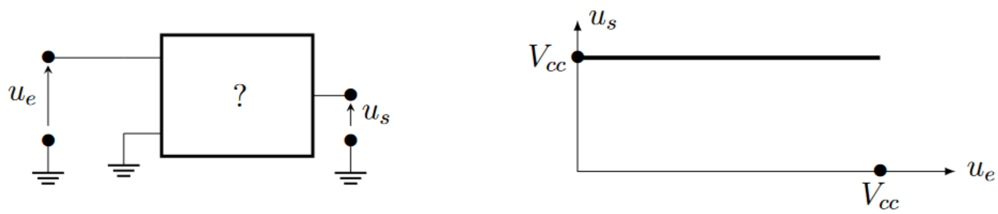

FIGURE 2 – Montage de la seconde série de mesures (à gauche) et ses résultats (à droite)

1. Que peut-on déduire de la première expérience (figure 1) ? Et de la seconde expérience (figure 2) ?

On poursuivra l'étude, indépendamment des conclusions ci-dessus, en n'utilisant que des portes NAND (NON ET) que l'on symbolisera à l'aide du schéma représenté en figure 3.

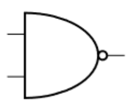

FIGURE 3 – Schéma d'une porte NAND

2. Proposer des montages n'utilisant que des portes NAND réalisant les fonctions NOT, AND et OR. On vérifiera le comportement de chaque montage en donnant sa table de vérité.

3. Le circuit intégré Texas Instruments CD-4011 (photographie de la figure 4) comporte quatorze broches (pins en anglais). Combien de portes NAND comporte-t-il au maximum ? Justifier.

FIGURE 4 – Circuit intégré TI CD-4011

Partie II - Lentille mince plan convexe (*Travaux Dirigés*)

On dispose une source lumineuse ponctuelle monochromatique S au niveau du foyer objet d'une lentille mince $\mathcal{L}$ plan-convexe qui est caractérisée par une distance focale objet f, un rayon de courbure R et un indice de réfraction n.

On note e_0 l'épaisseur de la lentille au niveau de l'axe optique, A le point de l'axe optique situé sur la face plane de la lentille et A' le point de l'axe optique situé sur la face convexe.

4. Justifier que l'onde en sortie de la lentille est une onde plane.

5. Donner les conditions de Gauss permettant de s'assurer de rester dans le cadre d'un stigmatisme approché. Justifier que se placer dans ces conditions revient à supposer $y << R$ où y est l'ordonnée du point d'incidence d'un rayon lumineux issu de la source au niveau de la face plane de la lentille.

6. Sous l'hypothèse de stigmatisme approché précédente, montrer que la distance e de verre traversée par un rayon lumineux issu de la source et arrivant en un point $M(y)$ est de la forme :

$$e = e_0 - \frac{y^2}{2R}$$

On considère un point $M(x, y)$ appartenant à la face plane de la lentille et un rayon lumineux issu de la source passant par ce point.

7. Construire les points B et B' situés respectivement à l'intersection du rayon lumineux et des surfaces d'onde passant par A et A'. En déduire que $\overline{SA} = -f$.

8. Exprimer indépendamment les chemins optiques (AA') et (BB') en fonction de n, e_0, y et f.

9. Donner en relation entre les chemins optiques (AA') et (BB') en considérant le théorème de Malus. En déduire une expression de la distance focale f en fonctions des seules grandeurs n et R.

10. Exprimer puis calculer le rayon de courbure d'une lentille plan convexe de distance focale 100 mm taillée dans du verre d'indice de réfraction $1,5$.

Partie III - Modèles du condensateur (*EPITA - 2021*)

Le condensateur est une brique de base des circuits électroniques de commande ou de puissance. Cette partie s'intéresse au principe de fonctionnement du condensateur à travers un modèle électrostatique. On considère un plan infini chargé avec une densité surfacique de charge σ uniforme. On note (Oz) l'axe orthogonal au plan, tel que l'équation du plan est $z = 0$. On note $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ la base orthonormée usuelle, et O le centre du repère.

11. Démontrer soigneusement que le champ électrique créé par cette distribution est donné par :

$$\overrightarrow{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ pour } z > 0, \text{ et } \overrightarrow{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{ pour } z < 0$$

On modélise maintenant un condensateur par deux plans parallèles, chacun de surface S. On note (Oz) l'axe orthogonal aux deux plans. Le plan supérieur, situé en $z = e$ (e distance positive), porte une densité surfacique de charge $\sigma > 0$, et le plan inférieur (en $z = 0$) une densité opposée. On note U la différence de potentiel entre le plan supérieur et le plan inférieur : $U = V(e) - V(0)$ avec V le potentiel électrostatique. On néglige tout effet de bord.

12. Déterminer l'expression du champ électrique en tout point de l'espace.

13. Déterminer l'expression de la différence de potentiel U en fonction de σ, e et ϵ_0.

14. Déterminer l'expression de la capacité C du condensateur, définie par la relation $Q = CU$ où Q est la charge portée par l'armature positive, en fonction de S, e et ϵ_0. Faire l'application numérique pour une surface $S = 1$ cm^{-2} et une séparation $e = 0.1$ mm.

15. On rappelle que la densité volumique d'énergie du champ électrique est $u_E = \epsilon_0 E^2/2$. En déduire que l'expression de l'énergie stockée par le condensateur est $\epsilon_{\text{stockee}} = \frac{1}{2}CU^2$.

On considère maintenant un condensateur comme un composant électronique. On utilise la convention récepteur.

16. Démontrer la relation usuelle entre tension et intensité pour un condensateur à partir de la relation $Q = CU$.

17. Démontrer à nouveau l'expression $\epsilon_{\text{stockee}} = \frac{1}{2}CU^2$ à partir de la question précédente.

$\boxed{\textbf{Partie IV}}$ - Génération d'un champ excitateur

(*e3a - 2022*)

Un solénoïde long (longueur L, rayon R), d'axe (Oz), parcouru par un courant d'intensité I et possédant n spires par unité de longueur est utilisé pour générer un champ magnétostatique $\overrightarrow{B}$.

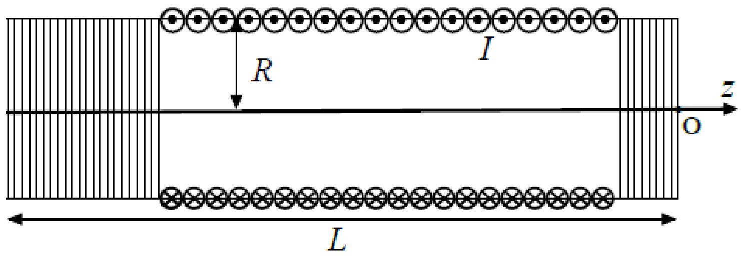

FIGURE 5 – Schéma du solénoïde

18. Dans l'approximation du solénoïde infini, justifier que le champ magnétostatique en tout point M à l'intérieur du solénoïde est de la forme :

$$\overrightarrow{B(M)} = B(r)\overrightarrow{u_z}$$

où r est la distance de M à la droite (Oz) et $\overrightarrow{u_z}$ le vecteur unitaire dirigeant l'axe (Oz) dans le sens des z croissants (voir Figure 5).

19. Justifier que le champ magnétostatique est uniforme à l'intérieur du solénoïde infini. Établir son expression en admettant qu'il est nul à l'extérieur.

20. Estimer la norme B_0 de ce champ pour un bobinage de 1×10^3 spires.m^{-1} avec $I = 0,1$ A. Comparer cette valeur à l'ordre de grandeur de la valeur du champ magnétique terrestre.

21. Quel est l'intérêt d'avoir supposé le solénoïde infini ? À quelle(s) condition(s) cette approximation est-elle valide ?

Partie V - Théorie de l'arc-en-ciel

(*CCINP - 2023*)

A - Théorie géométrique

Lorsque le soleil éclaire les gouttes d'eau, on peut observer dans certaines conditions un arc-en-ciel. On considère une goutte d'eau sphérique, de diamètre D et d'indice de réfraction n. Les trajets des rayons lumineux sont représentés sur la figure 6. Soit un rayon lumineux incident, arrivant avec un angle d'incidence i (qui n'est pas nécessairement petit) sur la goutte. On note r l'angle de réfraction associé à l'angle d'incidence i. L'indice de l'air vaut $n_{\text{air}} = 1$. On considère un rayon sortant de la goutte d'eau après une seule réflexion à l'intérieur de la goutte et deux réfractions à l'entrée et à la sortie de la goutte (figure 6) : ce rayon est à l'origine de l'arc-en-ciel principal.

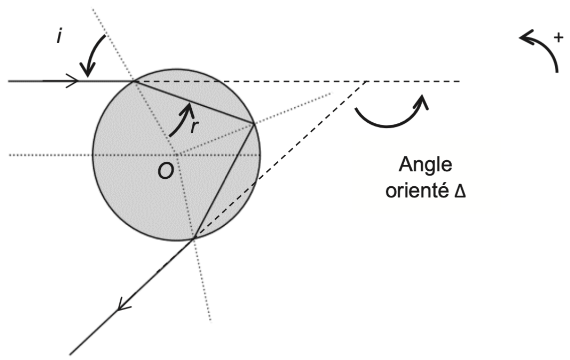

FIGURE 6 – Cas d'une réflexion et de deux réfractions

22. Rappeler les lois de Descartes de la réfraction et donner la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction r.

23. La déviation est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon émergent ; afin d'avoir une valeur positive, on considère ici son opposé, l'angle orienté Δ (figure 6). Montrer que $\Delta = \pi - 4r + 2i$.

24. Exprimer l'angle Δ en fonction n et $x = \sin i$.

25. Montrer que $\Delta(x)$ passe par un extremum lorsque x a pour valeur :

$$x_m = \sin i_m = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$$

26. Justifier à l'aide de la figure 7 qu'on observe une accumulation de lumière dans la direction $\Delta_m = \Delta(x_m)$.

27. Calculer x_m et Δ_m (en degrés) dans le cas de l'eau, pour le violet (λ_v = 400 nm, n= 1,343) et pour le rouge (λ_r = 700 nm, n = 1,330).

28. Sur un schéma faisant apparaître les rayons incidents, parallèles, le rideau de pluie et l'œil de l'observateur, tracer les rayons émergents rouge et bleu dans la direction Δ_m. L'observateur voit-il le rouge à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ?

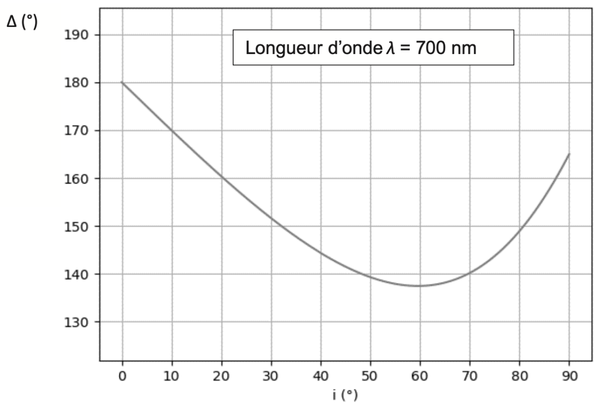

FIGURE 7 – Déviation en fonction de l'angle d'incidence

B - Théorie ondulatoire

Ces premières questions ont pour but de rappeler certaines conditions d'observation des interférences lumineuses.

Deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 émettent deux ondes électromagnétiques monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2. Ces deux ondes se propagent dans un milieu d'indice n et interfèrent en un point P après avoir parcouru les distances $x_1 = S_1P$ et $x_2 = S_2P$. On modélise les amplitudes des ondes en P par les grandeurs scalaires :

$$s_{1,2}(P,t) = a_{1,2}\cos(\omega_{1,2}t - k_{1,2}x_{1,2} + \varphi_{1,2})$$

avec $k_{1,2} = n\frac{\omega_{1,2}}{c}$, $a_{1,2}$ et $\varphi_{1,2}$ des constantes.

29. Donner un ordre de grandeur de ω_1 et ω_2 pour la lumière visible.

30. L'intensité lumineuse $I(P)$ observée à l'œil nu en P est proportionnelle à la valeur moyenne du carré de l'amplitude reçue en P, soit : $I(P) = K\langle s^2(P,t)\rangle$. Sur quelle durée τ cette valeur moyenne est-elle calculée ?

31. Calculer l'intensité $I(P)$ et montrer qu'elle s'écrit :

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + I_{1,2}(P)$$

32. À quelle(s) condition(s) le terme $I_{1,2}(P)$ est-il non nul ?

33. On suppose dans la suite que $\omega_1 = \omega_2$ et $\varphi_1 = \varphi_2$. Montrer que l'intensité au point P s'écrit :

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\frac{2\pi\delta(P)}{\lambda}\right)$$

où λ est la longueur d'onde dans le vide. La grandeur $\delta(P)$ sera exprimée en fonction de l'indice du milieu n, de x_1 et x_2.

Il est possible (figure 8) dans un arc-en-ciel d'observer, outre les arcs décrits par l'optique géométrique, un phénomène d'interférences responsable d'arcs dits "surnuméraires".

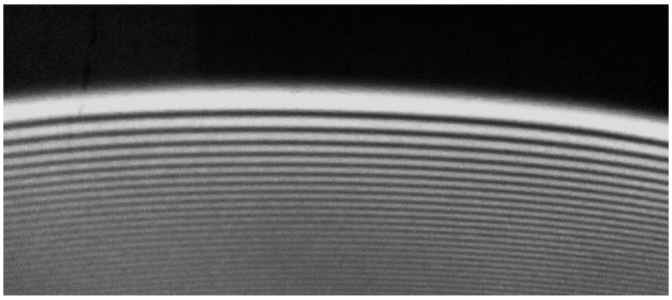

FIGURE 8 – Franges d’interférences obtenues en lumière monochromatique avec une goutte d’eau

34. Représenter la courbe $I(P)$ en fonction de $\delta(P)$. En observant la figure 3, que peut-on dire de I_1 et I_2 ?
On considère (figure 9) deux rayons d’incidences i_1 et i_2, voisins du rayon d’incidence i_m (en pointillés) sur une goutte d’eau, se réfléchissant une seule fois à l’intérieur de la goutte d’eau et émergeant dans des directions parallèles.

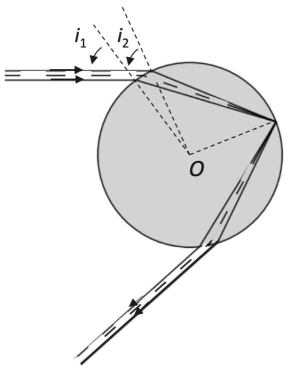

FIGURE 9 – Rayons responsables des interférences

35. Où ces rayons interfèrent-ils ?
On admet que la différence de marche en un point P du champ d’interférences s’écrit :

$$\delta(P) = D(\cos i_2 - \cos i_1) - 2Dn(\cos r_2 - \cos r_1)$$

36. Exprimer la condition permettant d’observer des interférences constructives. L’écart angulaire entre les franges est-il plus grand pour les petites ou les grosses gouttes ? Justifier qualitativement.

37. Les rayons incidents d’angles d’incidence i_1 = 50,13 ° et i_2 = 67,98 ° donnent pour une radiation rouge ($\lambda = 700$ nm, $n = 1,330$) des rayons émergents parallèles. Quel diamètre de goutte permettra d’observer la frange claire d’ordre -2 dans la direction des rayons émergents ?

Partie VI - Interférences à 2 ou 3 ondes (*CCINP - 2024*)

On considère (figure 10) un faisceau de lumière parallèle de longueur d'onde λ, se propageant dans la direction Oz. Ce faisceau arrive sur un écran placé dans le plan xOy ($z = 0$), percé de deux trous identiques T_1 et T_2. Les centres des trous O_1 et O_2 ont pour coordonnées respectivement $(a/2, 0, 0)$ et $(-a/2, 0, 0)$. Le rayon des trous est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Ceci permet de supposer qu'il existe un champ d'interférences qui est la zone commune aux deux faisceaux diffractés par les trous. On modélise chaque trou par une source secondaire ponctuelle émettant une lumière uniforme dans le champ d'interférences. Ces sources secondaires sont cohérentes entre elles.

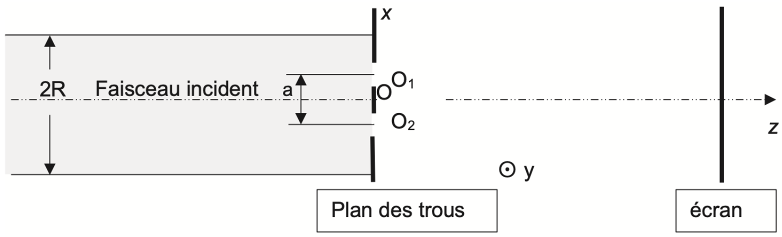

Figure 10 – Géométrie du dispositif à deux trous

On observe sur un écran placé dans le plan $z = D$, en un point M de coordonnées (x, y, D). On suppose que D est très grand devant a, $|x|$ et $|y|$. Le montage est réalisé dans l'air d'indice égal à l'unité.

38. De quel type de division interférentielle s'agit-il ? Les interférences sont-elles localisées ?

39. Établir (dans le cadre de l'approximation scalaire de l'optique) l'expression de la différence de marche $\delta(M)$

40. Établir l'expression de l'intensité $I(M)$ au point M en notant $I_{\max}$ l'intensité maximale.

41. Décrire ce qu'on doit voir sur l'écran dans le cadre de ces hypothèses et exprimer l'interfrange i en fonction de la fréquence d'émission ν, de c et des paramètres géométriques du dispositif.

42. Pourquoi, dans ce cadre, peut-on remplacer les deux trous par deux fentes fines identiques parallèles à Oy ? Quel en est l'intérêt ? La figure est-elle transformée si on translate de façon "raisonnable" en bloc les fentes dans leur plan ?

La source est en réalité quasi-monochromatique à profil spectral "rectangulaire" de largeur $\Delta\lambda$ autour de λ_0, avec $\Delta\lambda \ll \lambda_0$. Ce profil spectral, en fonction de la fréquence d'émission, est représenté sur la figure 6. On admet que l'intensité émise par une bande spectrale de largeur dν autour de ν vaut $\mathrm{d}I = J_\nu \mathrm{d}\nu$.

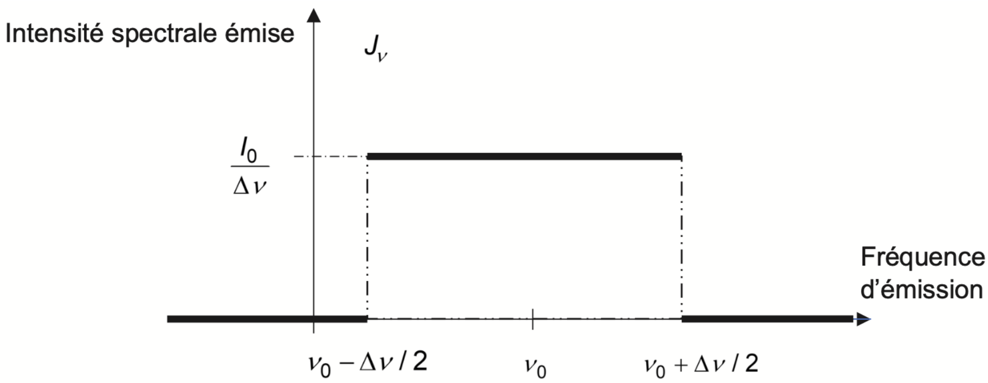

Figure 11 – Profil "rectangulaire" d'une source quasi-monochromatique. Par commodité de représentation, l'échelle n'est pas respectée.

43. Établir l'expression de l'intensité $I(M)$ au point M en notant I_{max} l'intensité maximale et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$I(M) = \frac{I_{\text{max}}}{2}\left[1 + V(M)\cos\left(\frac{2\pi x}{i}\right)\right]$$

avec i l'interfrange correspondant à la valeur centrale de la raie.

44. Exprimer la visibilité $V(M)$ correspondante.

45. Exprimer en fonction de $\Delta\lambda$ et λ_0 la longueur de cohérence L, c'est-à-dire la plus petite valeur de la différence de marche δ à partir de laquelle les franges ne sont plus visibles. Vérifier que ce résultat correspond au critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.

46. On rappelle le lien entre les deux largeurs spectrales : $\Delta\nu = \frac{c}{\lambda_0^2}\Delta\lambda$. Établir la durée τ des trains d'onde ou temps de cohérence.

47. Justifier pourquoi on définit le nombre d'interfranges visibles par $N = 2L/\lambda_0$.

48. Dans le tableau ci-dessous sont indiquées des caractéristiques de sources quasi-monochromatiques. Après l'avoir recopié sur votre copie, le compléter et le commenter.

Source	λ_0 en nm	$\Delta\lambda$ en nm	τ en s	L en m	N
Laser He-Ne	632,991	0,001	?	?	?
Raie rouge de l'hydrogène	656,2	0,1	?	?	?
Lumière blanche filtrée	500	20	?	?	?

Dans la suite de cette partie, on considère que la source est rigoureusement monochromatique de longueur d'onde λ. Une troisième fente, identique au deux autres, parallèle à Oy, est placée en O(0,0,0). Le plan des trois fentes est placé orthogonalement à l'axe de révolution commun de deux lentilles minces convergentes de distance focale 50cm. La lumière provient d'une fente source monochromatique, parallèle aux fentes diffractantes, placée au foyer principal objet de la première lentille (lentille d'entrée). L'écran d'observation est confondu avec le plan focal image de la seconde lentille (lentille de sortie), placée en aval du plan percé.

49. Faire une représentation schématique du montage, où l'on représentera les cheminements des trois rayons qui interfèrent en un point M de l'écran.

50. Établir la nouvelle fonction intensité $I(\varphi)$ en posant $\varphi = 2\pi\dfrac{ax}{\lambda f'}$. On fera figurer l'intensité I_0 qui correspondrait à celle d'une fente unique identique.

51. Représenter, sur un même graphe, les fonctions intensités $I(\varphi)$ pour les deux fentes étudiées précédemment, ainsi que pour les trois fentes, en fonction de la variable φ sur l'intervalle [0, 2π].

52. Commenter en comparant la luminosité et la largeur des zones les plus brillantes.

53. On donne sur la figure 12 ce qu'on voit sur l'écran pour une lumière monochromatique rouge de longueur d'onde λ = 633 nm. À partir de cette photo, évaluer la distance entre les deux fentes en considérant que seule la zone comprise entre les abscisses x = 2,1 mm et $x = -2,1$ mm correspond au calcul de l'intensité tel qu'il a été fait, c'est-à-dire sans tenir compte de la largeur des fentes diffractantes.

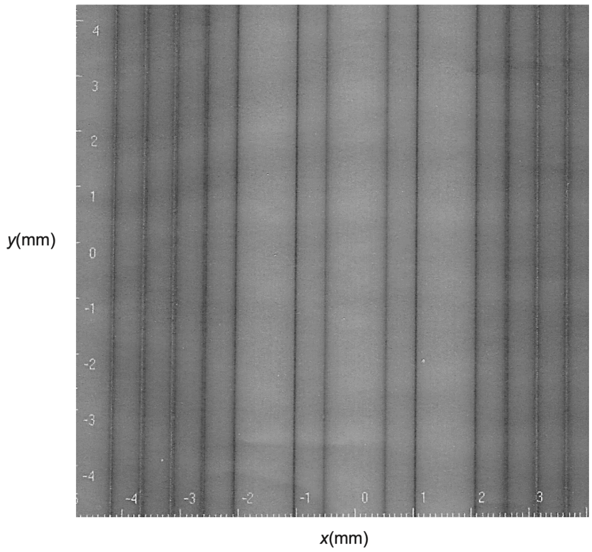

FIGURE 12 – Interférences à 3 fentes. Les graduations sont en mm.

- Fin du sujet -