

DEVOIR LIBRE N°1

Classe MPI - Promotion 2025



Révisions Optique MP2I

Les différentes parties sont indépendantes.

► **Données :**

~> **constantes :** $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ $N_a = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
 $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$

~> **masses molaires :** $M_O = 16,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ $M_C = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

~> **masses volumiques :** $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1,00 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$

► **Formulaire :**

~> **Conversion :** $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$ $T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$

Partie I - Une lampe spectrale

(Baccalauréat général - 2010)

Une lampe à vapeur de lithium émet dans le vide une radiation intense de longueur d'onde $\lambda_0 = 571 \text{ nm}$. Cette radiation, dont la fréquence est notée ν et la période T , se propage dans le vide à la célérité c .

1. Donner la relation entre c , T et λ , en précisant les dimensions associées.
2. Déterminer la fréquence f de la radiation émise par la lampe.

La radiation émise par la lampe à vapeur de lithium traverse un milieu transparent d'indice $n = 1,5$.

3. Déterminer les valeurs de fréquence f et de longueur d'onde λ dans le milieu.

Partie II - Spectromètre à prisme

(Baccalauréat général - 2010)

Un spectromètre est un appareil qui utilise les propriétés dispersives d'un prisme en verre. Lorsqu'une lumière polychromatique est dirigée vers l'une des faces d'un prisme, chaque radiation est déviée d'un angle qui dépend de l'indice et donc de la longueur d'onde dans le vide λ_0 . La figure 1 représente la variation de l'indice d'un verre en fonction de la longueur d'onde.

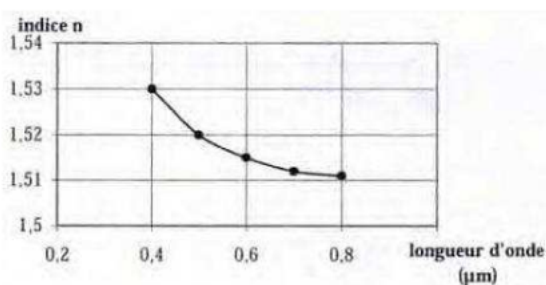


FIGURE 1 – Variation de l'indice d'un verre en fonction de la longueur d'onde.

4. Donner le domaine de longueur d'onde dans le vide associé au domaine visible. En déduire les valeurs extrêmes d'indice du verre dans le visible.

Une lumière émise par une lampe à vapeur de mercure contient trois radiations intenses de longueur d'onde dans le vide : 440 nm, 550 nm et 580 nm. On place sur le trajet de la lumière un filtre qui ne laisse passer que la radiation de longueur d'onde 440 nm et on l'envoie vers le prisme taillé dans un verre d'indice $n = 1,5$ sous une incidence $i_1 = 45^{\circ}$. La radiation subit une première réfraction au point d'incidence I situé le dioptre correspondant à une première face AB du prisme (voir figure 2).

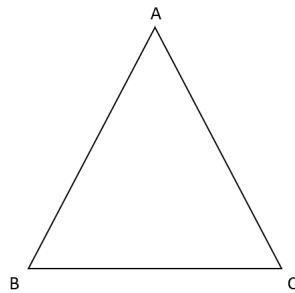


FIGURE 2 – Schéma du prisme.

5. Déterminer l'angle de réfraction dans le prisme pour cette radiation. Tracer approximativement le rayon réfracté à l'intérieur du prisme.

À la traversée de la face AC, une nouvelle réfraction se produit en I' et un rayon sort du prisme en présentant un angle de déviation D par rapport au rayon incident en I .

6. Représenter sur un schéma l'angle de déviation D .

7. Expliquer ce que l'on observe si l'on enlève le filtre et que l'on place un écran après le prisme. Justifier.

8. La radiation la plus intense émise par la lampe à vapeur de mercure est de couleur violette et correspond à $\lambda = 440 \text{ nm}$. Exprimer le quantum d'énergie E associé à cette émission. En raisonnant en ordre de grandeur, calculer en joule (J), puis en électron-volt (eV), l'énergie des photons associés.

Partie III - Le spectromètre SuperCam

(CCINP filière TSI - 2023)

La SuperCam est une version fortement améliorée de l'instrument franco-américain ChemCam embarqué sur l'astromobile Curiosity. Elle utilise un laser et trois spectromètres pour analyser à distance la composition élémentaire et minérale des roches ciblées. Un microphone, appelé Mars Microphone, est disposé sur la tête optique au sommet du mât du rover. Il enregistre, entre autres, les sons de claquage des étincelles des plasmas produits par le laser qui permettent d'en déduire différents paramètres physiques venant ainsi améliorer l'analyse des spectres LIBS (Laser Induced Breakdown Spectroscopy, que l'on peut traduire par spectroscopie à dégradation induite par laser). Ces sons, souvent appelés de manière imagée " impacts laser ", sont audibles jusqu'à une distance de 4 mètres.

9. L'atmosphère martienne est principalement constituée de dioxyde de carbone CO_2 . Calculer la masse molaire de ce gaz en $\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$.

La thermodynamique permet d'estimer le calcul de la célérité d'une onde sonore dans un gaz parfait par :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

où γ est le coefficient adiabatique (que l'on estimera à 1,4), R la constante des gaz parfaits, M la masse molaire et T la température en kelvins.

10. Sachant que la température moyenne sur Mars est de -63°C , montrer qu'on retrouve la valeur de la célérité d'une onde sonore sur Mars égale à environ $240 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Son laser pulsé émet un rayonnement à 1 067 nm délivrant environ 15 mJ pour une durée d'impulsion de 5 ns. L'interaction du faisceau laser pulsé de forte puissance avec un matériau provoque un échauffement brutal de la surface éclairée, une vaporisation et une ionisation sous forme d'un plasma. Il est important de comprendre que le plasma se formera si, au niveau de la cible, la puissance par unité de surface (ou l'irradiance) est supérieure à un seuil de $1,0 \text{ GW} \cdot \text{cm}^{-2}$.

C'est pourquoi SuperCam est pourvue d'un système de focalisation du faisceau laser qui est tel qu'au niveau de la cible le diamètre du faisceau est d'environ $D = 400 \mu\text{m}$. Dans ces conditions, les atomes et les ions éjectés sont alors dans des niveaux d'énergie excités. En se désexcitant, ils émettent un rayonnement qui est analysé par spectroscopie entre 250 et 900 nm. On obtient ainsi un spectre d'émission atomique. La détermination des longueurs d'onde de raies présentes sur ce spectre permet d'identifier les atomes ou ions présents dans la cible.

Source : <http://www.msl-chemcam.com/>

FIGURE 3 – Descriptif du laser SuperCam et ChemCam.

11. Dans quel domaine émet le laser ? Justifier.

12. Un laser émet une lumière quasi-monochromatique. Définir le terme quasi-monochromatique.

13. Montrer que les caractéristiques du faisceau laser utilisé par SuperCam permettent bien d'obtenir une irradiance suffisante pour créer un plasma.

Afin de vérifier que l'analyseur spectral de SuperCam fonctionne bien, on réalise en laboratoire le spectre d'émission atomique d'une roche témoin contenant l'élément calcium sous la forme d'ion Ca^+ .

Document 4 - Spectre d'émission d'une roche témoin

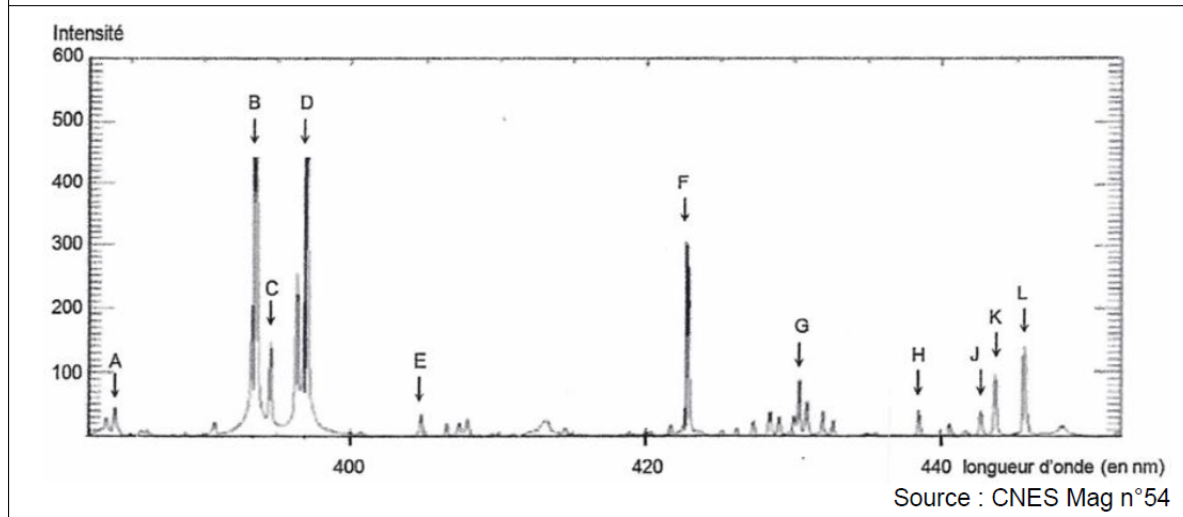


FIGURE 4 – Spectre d'émission de la roche témoin.

Longueur d'onde (nm)	394	397	423	443	444	446
----------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

FIGURE 5 – Raie d'émission de l'ion Ca^+ .

14. D'après les documents présentés en figure 4 et 5, justifier si le plasma issu de la roche témoin contient ou non des ions Ca^+ .

Il est nécessaire de faire converger le faisceau laser de diamètre 3,0 mm pour atteindre le seuil de $1 \text{ GW}\cdot\text{cm}^{-2}$ sur la cible. Le dispositif est schématisé sur la figure 6. À la sortie du laser, on s'intéresse à un doublet afocal (lunette de Galilée renversée) qui élargit le faisceau. Celui-ci est ensuite injecté dans un télescope de type Cassegrain utilisé en émetteur. Le même télescope est aussi utilisé en "récepteur" pour collecter la lumière émise par la cible mais cette partie ne sera pas étudiée. Le dispositif décrit correspond à un système en configuration afocale qui sera modélisé à l'aide de deux doublets afocaux constitués de lentilles simples positionnées sur un axe optique unique.

La lunette de Galilée renversée est modélisée par une lentille divergente L_1 de distance focale $f'_1 = -20 \text{ mm}$ suivie d'une lentille convergente L_2 de distance focale $f'_2 = 100 \text{ mm}$. Ces deux lentilles constituent le premier doublet afocal : le foyer image de la première lentille coïncide avec le foyer objet de la seconde. Les lentilles ne limitent pas l'étendue du faisceau. On suppose que le faisceau lumineux incident modélisant le faisceau laser est cylindrique et avec un diamètre de 3,0 mm.

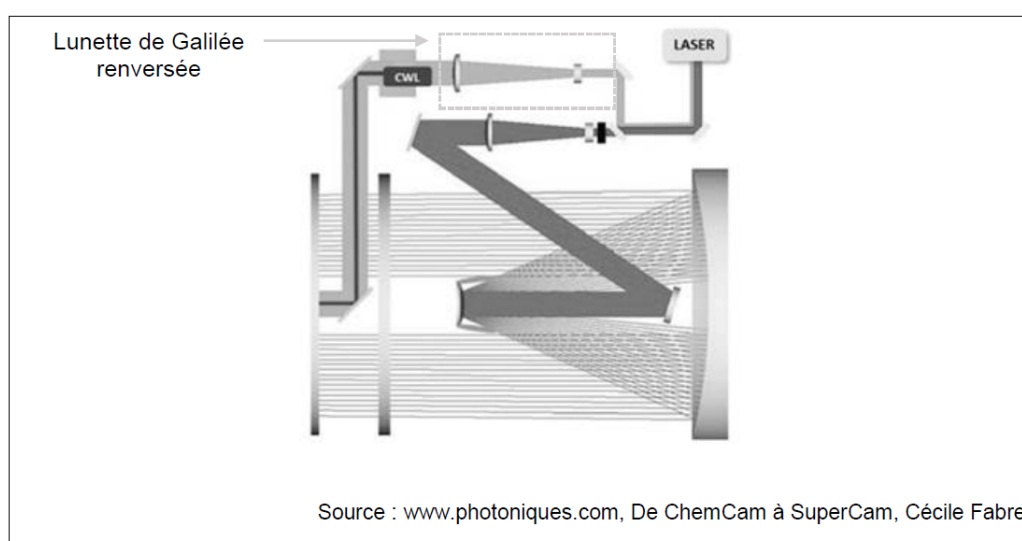


FIGURE 6 – Schéma global du télescope.

15. Le système est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss, ce qui permet un stigmatisme approché. Énoncer ces conditions et définir la notion de stigmatisme.

16. Schématiser une lentille mince convergente de distance focale f' et construire l'image d'un objet réel $\overline{AB}$ situé à une distance $\overline{OA}$ tel que $|\overline{OA}| > f'$.

17. Schématiser le modèle optique proposé pour la lunette de Galilée renversée en illustrant la marche du faisceau cylindrique incident (rayons parallèles à l'axe optique) à travers le système des deux lentilles L_1 et L_2 . On prendra soin d'indiquer la position des foyers utiles de chacune des lentilles, ainsi que les centres de celles-ci. On choisira librement une échelle adaptée.

18. Dans cette configuration, calculer le diamètre du faisceau à la sortie de la lunette de Galilée renversée.

Partie IV - Observation d'un disque protoplanétaire

(CCS filière TSI - 2015)

Depuis 1995, des milliers d'exoplanètes ont été découvertes et l'étude des mécanismes de formation d'une ou de plusieurs planètes autour d'une étoile est devenue une partie extrêmement prolifique de l'astrophysique. Le scénario actuellement retenu met en jeu un disque protoplanétaire, une couche fine de poussières en rotation autour de l'étoile naissante. À l'intérieur de ce disque, des phénomènes de sédimentation, d'agrégation,

d'accrétion et de collision aboutissent à la formation d'un système planétaire en orbite autour de son étoile. L'observation des disques protoplanétaires est grandement compliquée par la très grande différence de luminosité entre l'étoile centrale et le disque. Cependant, en utilisant plusieurs télescopes du VLT (Very Large Telescope), la méthode de l'interférométrie annulante permet de pallier cette difficulté.

L'image d'un point situé à l'infini, rayonnant à une longueur d'onde $\lambda_0 = 10 \mu\text{m}$, par un des télescopes du VLT est une tâche de diffraction de taille $t = 130 \mu\text{m}$. On admet ici que l'on peut modéliser ce télescope par un diaphragme circulaire de diamètre $D = 8,2 \text{ m}$ suivi d'une lentille convergente équivalente au télescope de distance focale f'_{eq} .

19. Estimer la valeur de l'angle d'évasement ϵ du faisceau lumineux après la traversée du diaphragme circulaire de diamètre $D = 8,2 \text{ m}$.

20. Préciser la position de l'image géométrique d'une étoile située sur l'axe optique du télescope.

21. Déterminer l'ordre de grandeur de la distance focale équivalente f'_{eq} du VLT.

Soit un disque protoplanétaire tel que celui de l'étoile β Pictoris, imagé par le VLT. Cette étoile est située à 63,4 années-lumière du système solaire et est 1,75 fois plus massive que le Soleil. En 2008, les astrophysiciens ont annoncé avoir détecté une planète, baptisée β Pictoris b, dont l'orbite autour de cette étoile a un rayon égal à 8 à 9 unités astronomiques et dont la période orbitale est de 17 à 21 ans. Cette planète est visible sur l'image de la figure 7 où la ligne en pointillés est la trace de l'intersection du plan moyen du disque avec le plan de l'image. Par ailleurs, cette figure indique la taille de l'orbite de Saturne autour du Soleil afin d'illustrer les ordres de grandeur des distances.

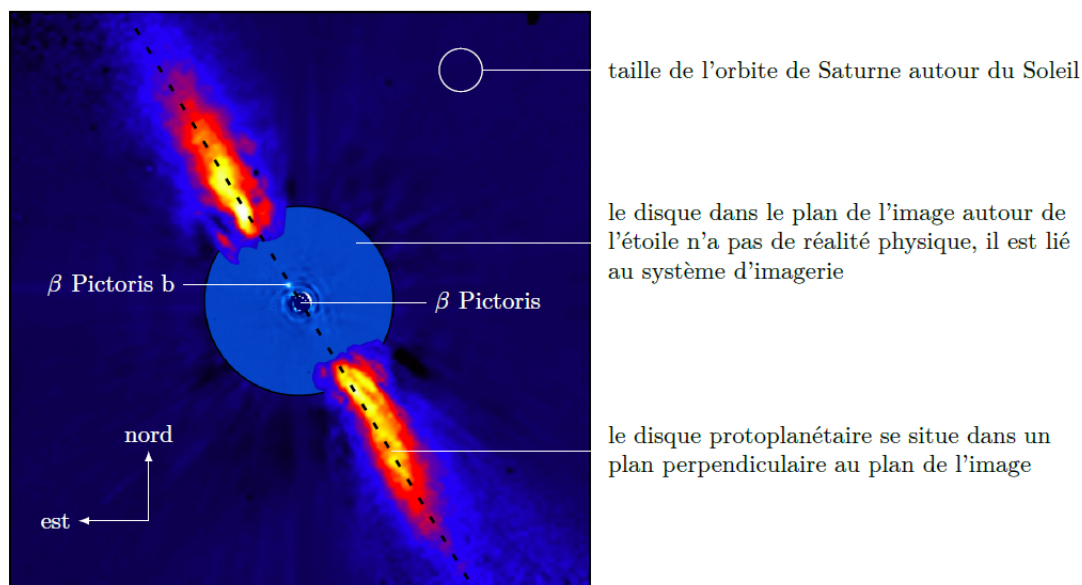


FIGURE 7 – β Pictoris et son disque vu par la tranche, imagés par le VLT (d'après ESO/A.-M Lagrange et al.).

22. À l'aide de l'image et des données de l'énoncé, déterminer le diamètre typique du disque protoplanétaire autour de β Pictoris, puis en déduire la taille angulaire θ_D sous laquelle le disque est vu depuis la Terre. Déterminer également la distance angulaire θ_P séparant l'étoile et la planète vues depuis la Terre. Commenter sachant que la résolution du VLT est de l'ordre de quelques millisecondes d'arc.

- Fin du sujet -