

# DEVOIR SURVEILLÉ N°3

Classe MPI - Promotion 2025



## Composition de Physique

---

**Durée : 4 heures**

---

*Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

- *Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.*
- *Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.*

**Les calculatrices sont autorisées.**

---

**Les différentes parties sont indépendantes.**

► Données numériques :

→ **Constantes :**  $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$      $\mathcal{N}_a = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$      $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$   
 $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$      $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$      $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$   
 $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$      $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$      $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$   
 $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

→ **La planète Terre :**  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

→ **L'atome :**  $m_{\text{nucléon}} = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$      $m_{\text{électron}} = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

► Systèmes d'unité et conversion :

→ **Conversion :**  $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$      $T(\text{K}) = t(^{\circ}\text{C}) + 273$

► Formulaire d'analyse réelle :

→ **Trigonométrie :**  $\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$

→ **Dérivation :**  $(g \circ f(x))' = f'(x) \times g' \circ f(x)$      $\arcsin(x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

► Formulaire d'analyse vectorielle :

→ **Opérateurs en coordonnées cylindriques ( $r, \theta, z$ ) :**

→ **Gradient :**  $\vec{\text{grad}} U = \frac{\partial U}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{e}_z$

→ **Divergence :**  $\text{div} \vec{U} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rU_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z}$

→ **Rotationnel :**  $\vec{\text{rot}} \vec{U} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(U_z)}{\partial \theta} - \frac{\partial(U_\theta)}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left( \frac{\partial(U_r)}{\partial z} - \frac{\partial(U_z)}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial(r U_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(U_r)}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$

**Interféromètre de Michelson**

Le but de cette partie est de quantifier, par l'étude de la figure d'interférence à la surface d'une lame de savon, l'écart que présente celle-ci à un écoulement rigoureusement plan. On procédera par analogie avec la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un interféromètre Michelson réglé en coin d'air.

On considère un interféromètre de Michelson dans lequel l'ensemble {lame séparatrice + compensatrice} est assimilé à une unique lame semi-réfléchissante d'épaisseur négligeable. On la note par la suite lame séparatrice ( $L$ ). L'interféromètre, éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  est réglé comme schématisé sur la figure 1 : les deux bras sont dissymétriques du fait de la position relative des miroirs :  $M_1$  est parallèle à  $(J, x)$  et  $M_2$  est parallèle à  $(J, y)$  mais ils ne sont pas à égale distance de  $J$ . On considère que les deux ondes qui émergent de l'interféromètre vers l'espace d'observation ont le même éclairement  $I_0$ .

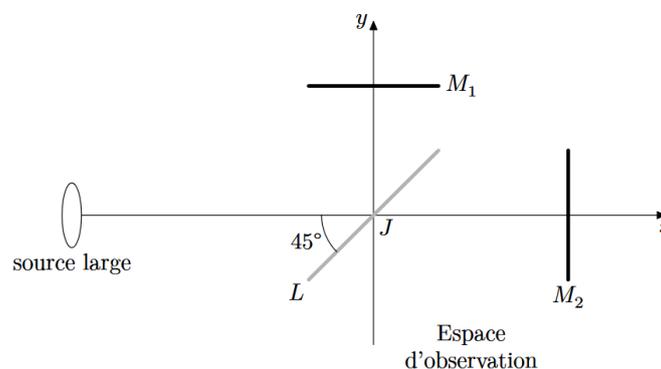


FIGURE 1 – Schéma de l'interféromètre éclairé par une source large

1. Sur la figure A du document réponse, à rendre avec la copie, tracer avec soin les deux rayons issus du rayon incident qui émergent de l'interféromètre dans l'espace d'observation. Sur le même schéma, dans l'espace réservé à cet effet, montrer graphiquement que l'on peut considérer que ces deux rayons sont issus d'une « lame d'air » d'épaisseur  $e$  que l'on représentera. On supposera que l'indice de l'air est égal à 1.
2. Établir la différence de marche introduite par le système en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  sur cette lame et de son épaisseur  $e$ .
3. Où est localisée la figure d'interférence ? Comment l'observer dans de bonnes conditions si l'on dispose d'un jeu complet de lentilles convergentes de distances focales comprises entre 20 cm et 1 m ? Un schéma clair de la situation expérimentale correspondante est attendu.
4. Montrer que la figure d'interférence est formée d'anneaux d'égale inclinaison (justifier ce terme). On observe sur l'écran la figure d'interférence présentée figure 2.

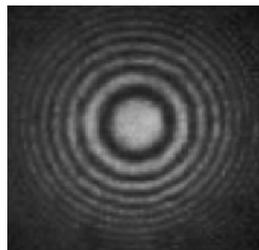


FIGURE 2 – Figure d'interférence : anneaux d'égale inclinaison

On souhaite maintenant régler l'appareil au contact optique.

5. Décrire l'opération : faut-il tourner ou translater un miroir ? Comment savoir dans quel sens ? Décrire l'évolution de la figure d'interférence au cours de l'opération. Quel est l'aspect de l'éclairement sur l'écran une fois ce réglage réalisé ?

6. Partant de cette situation on incline un des miroirs d'un petit angle  $\alpha$  pour former un coin d'air. On éclaire le système en incidence quasi-normale de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences rectilignes parallèles entre elles. Où sont-elles localisées ? Préciser les conditions de leur observation.

7. On admet que la différence de marche introduite par le coin d'air en un point  $M$  de la surface de localisation situé à une distance  $x$  de l'arête commune des deux miroirs est  $\delta(M) \simeq \pm 2n\alpha x$  avec  $n = 1$ . Déterminer l'interfrange  $i$  sur la surface de localisation, en fonction de  $\alpha$  et  $\lambda_0$ . Comment évolue la figure d'interférence si l'angle  $\alpha$  varie ?

Une lame de savon est constituée d'une mince couche d'eau entourée de part et d'autre par une couche de savon. Cette configuration est due aux tensio-actifs contenus dans le savon. Ces molécules sont constituées de deux parties distinctes : une tête hydrophile, généralement ionique, et une queue hydrophobe, généralement constituée d'une chaîne carbonée (figure 3).

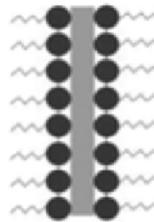


FIGURE 3 – Schéma de la structure d'une couche de savon

Cette propriété amène ainsi les tensio-actifs à se concentrer et à se fixer les uns aux autres aux interfaces entre l'eau et l'air. En éclairage monochromatique, cette lame fait apparaître des franges d'interférence (figure 4), dont l'interfrange diminue vers le bas de la lame. Ces franges sont liées à un phénomène d'interférence se produisant sur une couche mince. On suppose ici que l'indice de cette fine couche est  $n \simeq 1,4$ . L'épaisseur de cette couche est variable de haut en bas sans dépasser une épaisseur maximum d'environ  $1 \mu\text{m}$ . La masse volumique et la viscosité du liquide savonneux sont pris égaux à ceux de l'eau.

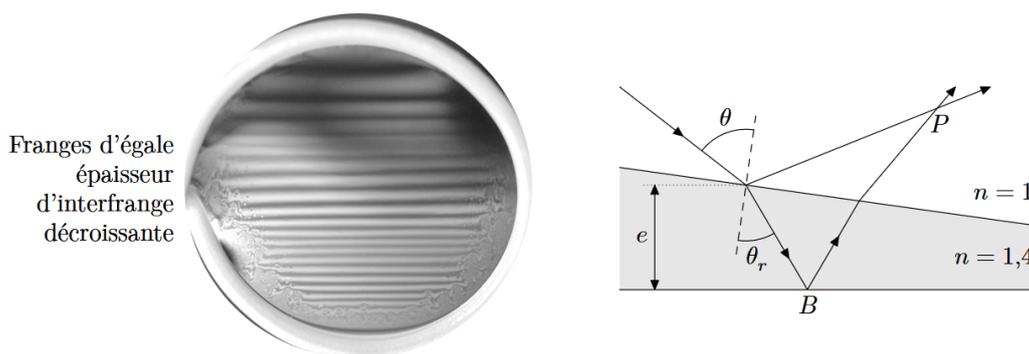


FIGURE 4 – Interférences sur le film (à gauche) et modélisation des rayons lumineux (à droite)

Le trajet d'un rayon lumineux arrivant sous incidence  $\theta$  sur une lame d'indice  $n$  et d'épaisseur locale  $e$ , doit tenir compte du phénomène de réfraction à l'intérieur de la lame. On note  $\theta_r$  l'angle de réfraction et  $\theta$  l'angle d'incidence. Une division d'amplitude se produit sur la face avant, suivie d'une réflexion sur la face arrière, produisant deux rayons réfléchis par la lame qui interfèrent au point  $P$ . On admet que la réflexion sur un milieu plus réfringent s'accompagne d'un déphasage de  $\pi$ .

8. Justifier qu'en incidence quasi-normale, le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent peut s'écrire :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( 2ne + \frac{\lambda_0}{2} \right)$$

En l'absence de perturbation extérieures (telles que celles qui seront abordées par la suite) la lame n'est le siège que de son écoulement gravitaire (du haut vers le bas sous l'effet de la gravité). Dans le cadre d'un modèle simplifié, dit d'interface sans interaction, la pression  $P$  au sein du fluide en écoulement gravitaire entre l'interface de tensioactifs est supposée uniforme. Le phénomène de drainage des tensioactifs est alors négligé. L'axe ( $Oz$ ) sera pris vertical ascendant. La figure 5 présente la figure d'interférence observée sur un film de savon, ainsi que les notations introduites.

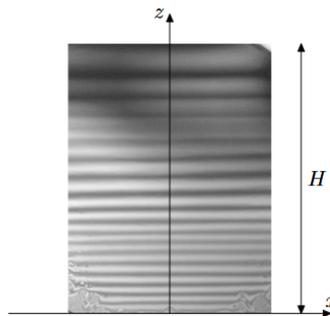


FIGURE 5 – Vue de face de la lame de savon

On note  $H = 5,0$  cm la hauteur de la lame de savon. On note  $e(z, t)$  l'épaisseur de la lame, dans la direction ( $Oy$ ), à l'altitude  $z$  et à l'instant  $t$ . Du fait de l'écoulement de drainage gravitaire, cette épaisseur varie au cours du temps à  $z$  fixé et à  $t$  fixé elle augmente vers le bas.

9. Compte tenu de la topographie des franges observées sur la figure 5, discuter qualitativement l'écart du profil de la lame à une portion de coin d'angle constant, induit par son drainage gravitaire.

Afin d'interpréter ces différences, une modélisation de mécanique des fluides, non détaillée ici, aboutit à l'expression suivante pour l'épaisseur  $e$  de la lame en fonction de  $z$  et du temps :

$$e(z, t) = \sqrt{\frac{2\eta(H - z)}{\rho g t}}$$

10. Discuter qualitativement la validité de cette expression en regard de la figure 5.

Pour aller plus loin dans la caractérisation de la variation de l'épaisseur de la lame, on se propose d'effectuer une approche semi-empirique de la loi de variation de l'épaisseur de la lame. On se place à  $t$  fixé et on suppose une loi de puissance semi-empirique de la forme

$$e(z, t) = K(H - z)^\beta$$

où  $\beta$  et  $K$  sont des constantes. On relève pour cela expérimentalement la position des premières franges brillantes. Le tableau 6 présente les résultats obtenus en indiquant la position  $z$  de ces franges, pour un éclairage monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 600$  nm et un film de savon d'indice optique  $n = 1,4$ .

Numéro de la frange brillante	1	2	3	4	5	6	7	8
Position $z$ (cm)	4,5	4,1	3,7	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6

FIGURE 6 – Tableau des données expérimentales

11. Compte tenu de ces valeurs numériques, analyser graphiquement, à l'aide du support fourni en figure B du document réponse, si cette loi semi-empirique est conforme aux observations. Si c'est le cas, donner la valeur numérique de  $\beta$ .

## Partie II - Etude d'un câble coaxial

(Banque PT - 2022)

Un câble coaxial, représenté ci-contre, est constitué de 2 cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs de même axe ( $Oz$ ) (perpendiculaire au plan de la figure), de rayons respectifs  $R_1 = 3$  mm et  $R_2 = 6$  mm. Ces cylindres sont séparés par un milieu noté  $\mathcal{S}$  qui, du point de vue électromagnétique, se comporte comme le vide, et on considère une onde électromagnétique se propageant dans  $\mathcal{S}$ .

Un point  $M(r, \theta, z)$  du câble est repéré par ses coordonnées cylindriques d'axe ( $Oz$ ). On note  $c$  la célérité de cette onde,  $\epsilon_0$  la permittivité électrique du vide et  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide.

12. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide (donc dans le milieu  $\mathcal{S}$ ). On cherche une solution de ces équations pour le champ électrique associé à l'onde sous la forme :

$$\vec{E}(r, z, t) = E(r) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_r$$

avec  $\omega$  et  $k$  des constantes positives.

13. A partir d'une des équations de Maxwell concernant le champ électrique, déterminer la fonction  $E(r)$  du champ dans le milieu  $\mathcal{S}$  en notant  $E(R_1) = E_0$ .

14. Dédurre d'une seconde équation de Maxwell l'expression du champ magnétique  $\vec{B}(r, z, t)$  dans le milieu  $\mathcal{S}$ , sachant qu'on n'envisage pas de composante statique de ce champ.

15. A quelle condition sur  $k$ , les deux autres équations de Maxwell sont-elles satisfaites ?

On souhaite déterminer l'intensité du courant  $i$  circulant le long du câble ; pour cela, on se propose d'appliquer le théorème d'Ampère sur un contour fermé circulaire de rayon  $r$  compris entre  $R_1$  et  $R_2$ , et perpendiculaire à l'axe ( $Oz$ ).

16. Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère conduit, dans le cas présent, à une formulation du théorème d'Ampère identique à celle du cas statique. En déduire l'intensité  $i(t, z)$  du courant le long du cylindre intérieur.

17. Exprimer la puissance moyenne temporelle transportée par l'onde à travers le câble en fonction de  $E_0$ ,  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$ , définie par la relation :

$$\mathcal{P} = \iint_S \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{S}$$

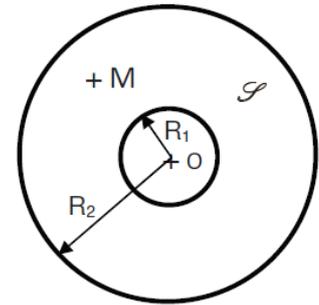


Schéma du câble coaxial

### **Partie III - Principe de fonctionnement d'un flash**

(CCINP MP - 2021)

En simplifiant de façon importante, un flash se compose d'une pile (f.e.m. de 9 V) qui charge un condensateur dont la capacité vaut  $C=200\mu\text{F}$ . Quand celui-ci est chargé, une diode s'allume, indiquant que le flash est prêt à être utilisé. Lors du déclenchement de l'obturateur, le condensateur se décharge dans un tube contenant du xénon sous faible pression, ce qui provoque l'émission d'un éclair de courte durée.

- 18.** L'énergie stockée dans le condensateur doit être de l'ordre de 10 J. En déduire la tension  $U_0$  sous laquelle il faut le charger. Commenter cette valeur.
- 19.** Le condensateur, initialement chargé et présentant une tension  $U_0$  à ses bornes, se décharge dans le tube à xénon qu'on modélise par une résistance  $R = 1 \Omega$ .
- 20.** Faire un schéma du circuit électrique dans lequel s'insèrent le condensateur et le tube lors de la décharge. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension  $u(t)$  aux bornes du condensateur au cours de sa décharge.
- 21.** Établir l'expression de la puissance  $p(t)$  instantanée reçue par le tube au cours de sa décharge en fonction du temps.
- 22.** Tracer l'allure de la courbe  $p(t)$ .
- 23.** La durée de l'éclair produit par la décharge du condensateur est de l'ordre de 1/200 s. Quelle fraction de l'énergie totale est reçue par le tube pendant cette durée ?

## Partie IV - L'attraction gravitationnelle

(E3A MP - 2023)

On considère la Terre comme une sphère homogène de rayon  $R_T$  et de masse totale  $M_T$ . On note  $O_T$  la position de son centre.

On rappelle les définitions des référentiels géocentrique et terrestre :

- référentiel géocentrique : référentiel lié au centre de la Terre et d'axes, formant une base orthonormée directe, dirigés vers des étoiles fixes.
- Référentiel terrestre : référentiel lié à la surface de la Terre.

**24.** Rappeler la définition d'un référentiel galiléen. A quelle(s) condition(s) peut-on considérer le référentiel terrestre comme galiléen ?

**25.** Donner l'expression de la force gravitationnelle terrestre  $\vec{F}_G$ , s'exerçant sur un point matériel  $M$  de masse  $m$  situé à la distance  $r$  ( $r > R_T$ ) du centre de la Terre  $O$  (figure 7).

**26.** Exprimer l'énergie potentielle gravitationnelle  $E_p$  associée, en justifiant qu'elle ne dépend que de la distance  $r$ . On prendra la constante d'intégration de l'énergie potentielle gravitationnelle,  $E_p(r)$ , telle que  $E_p(r = \infty) = 0$ .

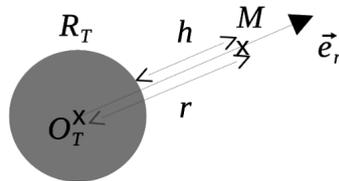


FIGURE 7 – Repères et distances liés à la Terre

On suppose le point  $M$  soumis à la seule attraction gravitationnelle de la Terre. On l'étudie dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

**27.** Rappeler la signification physique d'un mouvement qualifié de "lié" pour le point  $M$ . Donner la valeur maximale de l'énergie mécanique  $E_m$  dans ce cas.

**28.** En négligeant les frottements dus à l'atmosphère, quelle vitesse  $v_{lib}$  serait à communiquer à un projectile tiré radialement, depuis la surface terrestre, pour le soustraire à l'attraction gravitationnelle terrestre ?

**Référentiel en orbite terrestre**

On étudie une capsule  $C$  en orbite autour de la Terre en translation circulaire. Ce système est à une altitude  $h$  (figure 8) suffisamment grande pour ne pas subir de frottements de la part de l'atmosphère. Les dimensions de l'habitacle peuvent être considérées comme petites devant l'altitude  $h$  de son orbite. On étudie un point  $M$ , de masse  $m$ , immobile à l'intérieur de la capsule.

29. Dans le référentiel de la capsule ( $C$ ), quelles sont les forces qui s'exercent sur  $M$  ?

30. Définir le terme "impesanteur" (figure 8) et justifier qu'il s'applique au point  $M$ .



FIGURE 8 – Astronautes en impesanteur

**La station orbitale**

On étudie à présent une station spatiale  $S$ , en orbite circulaire autour de la Terre, comme la capsule précédente, mais cette fois, la station peut être animée d'un mouvement de rotation propre. Au milieu du XX<sup>ème</sup> siècle, Werner von Braun, connu pour sa conception de missiles balistiques lors de la seconde guerre mondiale, puis des fusées Saturn V qui ont permis les missions lunaires Apollo, imagine déjà une station spatiale toroïdale. Ce modèle de station est utilisé à plusieurs reprises, notamment dans des films de science-fiction (figure 9).

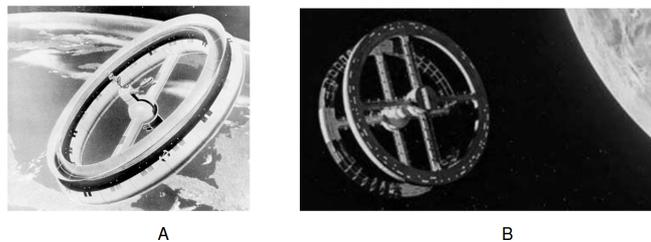


FIGURE 9 – Vues d'artistes de stations orbitales

Les stations de ce type sont composées d'un tore de section carrée ou rectangulaire, en rotation uniforme  $\Omega$  autour d'un axe de rotation passant par le centre  $S$  de la station. On pose  $\vec{\Omega} = \Omega \vec{e}_z$ .

L'habitacle où évoluent les passagers est constitué d'un couloir torique. Il peut y avoir plusieurs tores superposés (voir figure 10). La longueur  $R_S = 100$  m représente ici le rayon moyen du tore. La section du tore est un rectangle de côtés  $L \times \ell = (5 \times 2,5)\text{m}^2$ .

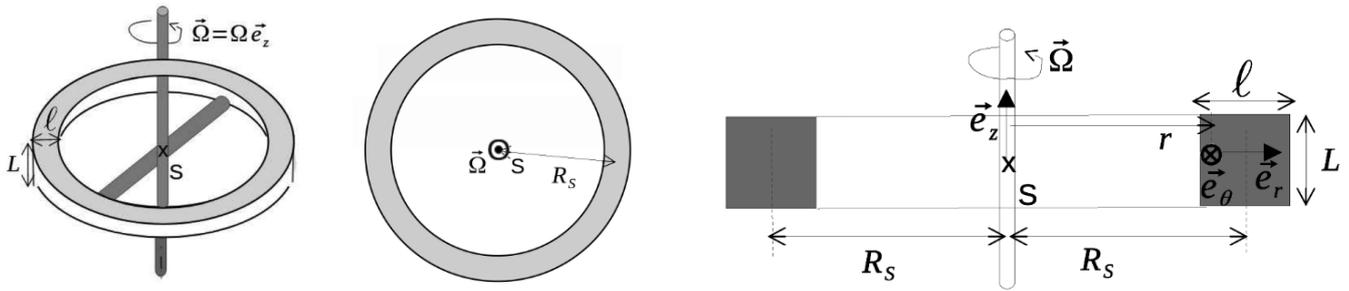


FIGURE 10 – Station orbitale schématisée (gauche), vue de dessus (centre) et vue en coupe (droite)

Dans ce qui suit, on se place dans le référentiel lié au tore en rotation uniforme.

31. A l'aide d'un schéma clair, montrer que la rotation à la vitesse  $\Omega$  de la station permet aux occupants de ressentir une pesanteur artificielle  $\vec{g}_a$ .

32. Déterminer l'orientation de  $\vec{g}_a$  dans le repère  $(S, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  lié à la station. Préciser en particulier l'orientation de la tête et des jambes d'un passager dans l'habitacle. On reproduira les schémas de gauche et du centre de la 11 et on y placera correctement la figurine représenté à droite de la figure 11.

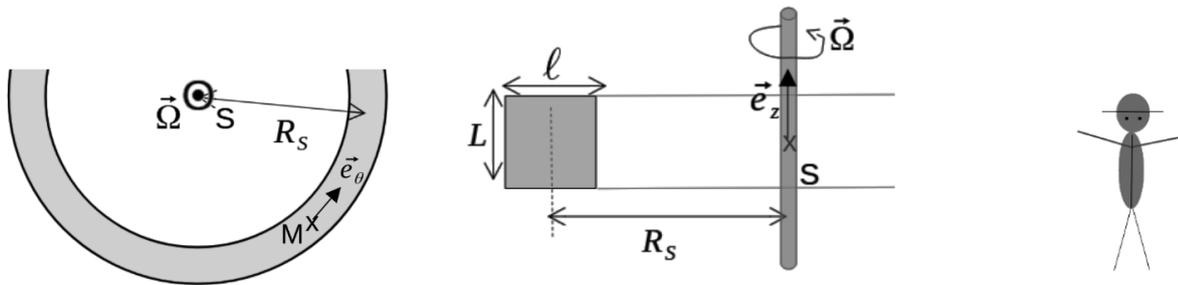


FIGURE 11 – Détail de la vue de dessus (gauche), détail de la vue en coupe (centre) et figurine à placer (droite)

33. Évaluer l'ordre de grandeur de  $\Omega$  afin que la valeur de  $g_a$  soit proche de celle de la valeur terrestre.

### Activités dans la station spatiale

34. Quelle force supplémentaire s'exerce sur un passager qui se déplace dans le tore selon le vecteur  $\vec{e}_\theta$ ? Dans quel sens, selon  $\vec{e}_\theta$ , a-t-on intérêt à déplacer des objets massifs ?

35. Montrer qu'il existe une vitesse de déplacement  $v_i$  pour laquelle ces objets se retrouveraient en impesanteur. La calculer en précisant le sens.

Le passager souhaite jongler pendant ses moments de loisirs. Il s'agit de lancer une balle vers le plafond, "en l'air", puis de la rattraper lorsqu'elle "retombe" vers le sol.

36. Peut-il adopter la même technique que sur Terre? Expliquer, en justifiant les raisons, comment il doit éventuellement adapter ses gestes pour lancer et réceptionner les balles.

37. Donner une raison pour laquelle la pesanteur artificielle n'est pas utilisée dans l'actuelle station spatiale internationale ISS.

- Fin du sujet -

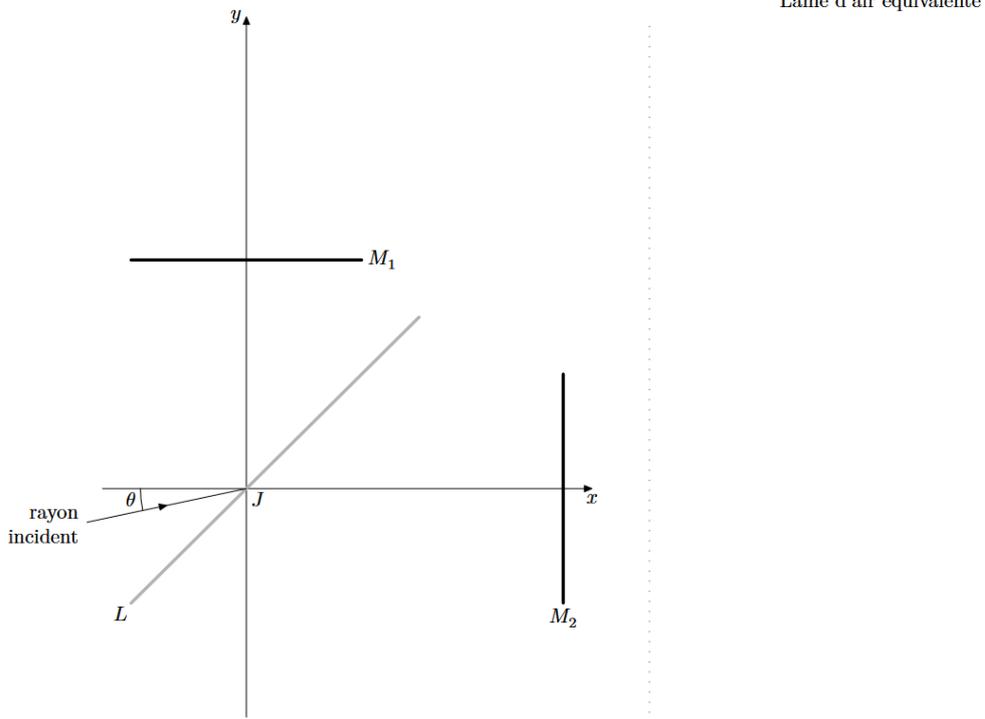


Figure A



Figure B