TRAVAUX DIRIGÉS

Diffusion thermique

Les différents exercices de ce recueil sont agencés selon la progression des différents paragraphes du cours. Le niveau de difficulté approximatif est mentionné pour chacun d'eux à travers un nombre d'étoiles (★), sauf pour les exercices type résolution de problème (♧♥♤♦). La résolution d'un exercice nécessite un temps de lecture, un temps de recherche et un temps de rédaction. Aucun de ces trois ne doit être négligé. Pour favoriser votre apprentissage, il est vivement recommandé de réaliser les phases de lecture et de recherche en amont de la séance, le minimum exigé étant un schéma de situation et les lois à mettre en œuvre qui devront apparaître en regard des énoncés.

Linéaments

Principes de la thermodynamique

Exercice n°1 - Moteur ditherme en régime stationnaire ★☆☆

Un moteur ditherme est en contact thermique avec une source froide de température T_f et une source chaude de température T_c telle que $T_c > T_f$. Les flux thermiques échangés avec les sources sont Φ_f et Φ_c et la puissance mécanique échangée avec l'extérieur est $\mathcal{P}$. Ces transferts sont comptés positivement lorsqu'ils sont effectivement reçus par le moteur.

1. **Réaliser** un schéma de la situation conforme à l'énoncé.

2. **Donner** les signes des grandeurs Φ_f, Φ_c et $\mathcal{P}$.

3. **Appliquer** le premier principe au système $\Sigma = \{\text{moteur}\}$ entre t et $t + \mathrm{d}t$.

3. **Appliquer** le deuxième principe au système $\Sigma = \{\text{moteur}\}$ entre t et $t + \mathrm{d}t$.

4. **Exprimer** le rendement du moteur sans source d'irreversibilté.

$\boxed{\text{Exercice n°2}}$ - Identité thermodynamique ★ ☆ ☆

Pour un échantillon de corps pur soumis uniquement aux forces de pression, on appelle identité thermodynamique la relation :

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - P\mathrm{d}V$$

avec T la température, P la pression, dU sa variation d'énergie interne, dS celle d'entropie et dV celle de volume.

$\boxed{\textbf{1.}}$ **Établir** cette identité en considérant une transformation réversible.

$\boxed{\textbf{2.}}$ **Justifier** la validité de l'identité pour une transformation irréversible.

$\boxed{\textbf{3.}}$ **Déterminer** une expression de la variation d'enthalpie dH en fonction de dS et dP.

On s'intéresse à deux états voisins d'un échantillon gazeux de diazote, caractérisé par les données suivantes :

	T(°C)	P(bar)	v(m^3·kg^{-1})	h(kJ·kg^{-1})	s(J·K^{-1}·kg^{-1})
état 1	300,00	10,0000	0,17083	801,90	3882,55
état 2	301,00	10,1000	0,16944	802,97	3881,45

$\boxed{\textbf{4.}}$ **Calculer** $h_2 - h_1$ d'abord directement, puis avec l'identité thermodynamique fournie.

$\boxed{\text{Exercice n°3}}$ - Chauffage d'une chambre ★ ☆ ☆

Une chambre est séparée de l'extérieur par des murs en béton. On note T_0 la température régnant à l'extérieur et $T(t)$ la température à l'intérieur de la chambre, celle-ci étant supposée uniforme mais non constante. La puissance perdue par la pièce à cause des fuites thermiques est égale à $\mathcal{P}_{\text{th}} = (T(t) - T_0)/R$ avec R la résistance thermique R_{th} des murs. On chauffe la pièce à l'aide d'un radiateur délivrant une puissance $\mathcal{P}$. La capacité thermique du système { intérieur + murs } est noté C.

$\boxed{\textbf{4.}}$ **Exprimer** la fonction $T(t)$ et en donner la représentation graphique.

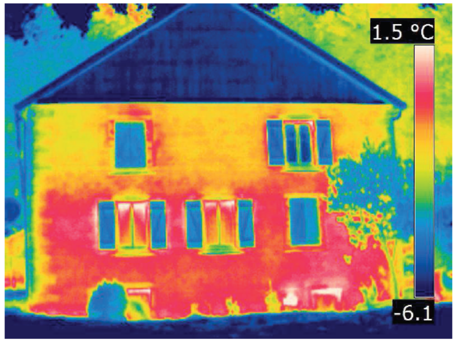
$\boxed{\textbf{2.}}$ **Calculer** la température dans la pièce une fois le régime stationnaire établi.

$\boxed{\textbf{3.}}$ **Déterminer** le réglage à effectuer sur le radiateur.

<u>Données :</u> $T_0 = 280$ K ; $R_{\text{th}} = 2,00 \times 10^{-2}$ K.W^{-1} ; $C = 1,50$ J.K^{-1} ; $\mathcal{P} = 2,00$ kW.

Exercice n°4 - Simple ou double vitrage ?

★ ☆ ☆



Une vitre est un matériau transparent, généralement en verre, permettant de laisser pénétrer la lumière du jour dans une pièce. Contrairement à un mur elle est de faible épaisseur et présente de moins bonnes qualité d'isolation thermique. On caractérise la résistance thermique d'une vitre par la relation :

$$R = \frac{1}{\lambda}\frac{e}{S}$$

avec e l'épaisseur de la vitre, S sa surface et λ la conductivité thermique du matériau.

On considère une pièce à la température $\theta_{\text{int}} = 20°$ C ; la température extérieure étant $\theta_{\text{ext}} = 29°$ C. Les transferts thermiques entre l'intérieur et l'extérieur se font à travers une vitre carrée de côté $a = 60$ cm d'épaisseur $e = 3,0$ mm constitué d'un verre de conductivité thermique $\lambda = 1,15$ W.m^{-1}.K^{-1} ; on néglige les flux à travers les autres parois de la pièce (murs très épais) et on considère un régime stationnaire.

1. **Expliciter** l'analogie reliant les concepts de conductivité thermique et de conductivité électrique.

2. **Calculer** la résistance thermique de la vitre. En déduire le flux thermique sortant de la pièce.

4. **Décrire** l'évolution de ce flux si l'on accole deux vitres identiques l'une contre l'autre.

On remplace le simple vitrage par un double vitrage constitué de deux vitres identiques à la précédente séparées par une couche d'air de conductivité $\lambda' = 0,025$ W.m^{-1}.K^{-1} et d'épaisseur $e' = 10$ mm.

5. **Déterminer** la nouvelle valeur du flux thermique.

6. **Calculer** la température des doubles vitrages verre/air à l'intérieur du double vitrage.

Exercice n°5 - Bilans d'énergie infinitésimal ★★☆

Établir l'équation de diffusion thermique vérifiée par la température à partir d'un bilan d'énergie sur les systèmes infinitésimaux suivants :

1. Un parallélépipède rectangle d'axe $\overrightarrow{e_x}$ traversé par un courant thermique colinéaire $\overrightarrow{j_{\text{th}}} = j_{\text{th}}(x)\overrightarrow{e_x}$.

2. Une coquille cylindrique d'axe $\overrightarrow{e_z}$ traversée par un courant thermique radial $\overrightarrow{j_{\text{th}}} = j_{\text{th}}(r)\overrightarrow{e_r}$.

3. Une coquille sphérique traversée par un courant thermique $\overrightarrow{j_{\text{th}}} = j_{\text{th}}(r)\overrightarrow{e_r}$ radial.

Exercice n°6 - Fusible ★★☆

Un fusible céramique est constitué d'un fil métallique cylindrique de section S, de longueur L, de conductivité thermique λ et de conductivité électrique γ. On considère que toutes ces grandeurs sont uniformes dans le fil métallique et indépendantes de la température. Le fil métallique est soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif que l'on considère conducteur électrique et thermique parfait. Le cuivre est maintenu à une température constante T_0. il s'agit de la température de l'air extérieur au fusible. Le fil métallique est inséré dans une gaine en silice asssurant une isolation latérale thermique et électrique parfaite. Le fil métallique est parcouru par un courant électrique d'intensité constante I.

1. **Montrer** que l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température peut s'écrire sous la forme :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I^2}{\gamma S^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

2. **Déterminer** le profil de température dans le fil métallique en régime stationnaire.

3. **Représenter** graphiquement le profil de température dans le fil métallique en régime stationnaire.

On note T_f la température de fusion du métal.

4. **Déterminer** la position du fil métallique où débute la fusion du métal lorsque le courant atteint l'intensité maximale supportée par le fusible.

5. **Calculer** la section S du fil à prévoir.

On note $R = \dfrac{L}{\gamma S}$ la résistance électrique du fil.

6. **Exprimer** le flux thermique $\Phi(0)$ à travers la surface en $x = 0$ en fonction de R et I.

7. **Préciser** si le flux thermique $\Phi(0)$ est reçu ou fourni par le fil, puis commenter la répartition de la puissance dissipée par effet Joule.

Exercice n°7 - Épaisseur d'un igloo

♧♥♤♦

Certains peuples du grand nord construisent des igloo pour se protéger du froid, les températures extérieures descendant jusqu'à -20°C la nuit. Ses abris hémisphériques d'environ un mètre de rayon leur permettent de survivre en maintenant la température intérieure à 10°C. La glace utilisée pour les construire a une conductivité moyenne de $0,05$ W·m^{-1}·K^{-1} et l'on admettra que le corps humain rayonne thermiquement une puissance moyenne de 50 W au repos.

▶ *Déterminer l'épaisseur minimale d'un igloo pour que puisse y survivre un unique habitant.*