



DEVOIR DE MÉTHODE

Champs électrostatiques

La Recette

- ✓ **Étape 1** : Choisir un système de coordonnées adapté pour exprimer le champ électrique.
- ✓ **Étape 2** : Étudier les symétries de la distribution de charge et simplifier l'expression du champ.
- ✓ **Étape 3** : Étudier les invariances de la distribution de charge et simplifier l'expression du champ.
- ✓ **Étape 4** : Définir une surface de Gauss adaptée à la situation.
- ✓ **Étape 5** : Calculer le flux électrostatique à travers la surface de Gauss.
- ✓ **Étape 6** : Appliquer le théorème de Gauss en distinguant les éventuels cas possibles.
- ✓ **Étape 7** : Déterminer d'autres grandeurs électrostatiques (potentiel, capacité) à partir du champ.

On souhaite étudier la structure du champ électrique généré par des systèmes à haut degré de symétrie. Cela permet de modéliser de manière très simple des situations réelles plus complexes, comme l'expérience photographiée ci-contre dans laquelle un ballon de baudruche portant une densité surfacique de charge $\sigma =$ est capable d'attirer des morceaux de papier posés sur une table.



On décide de modéliser le ballon par une sphère de rayon R et de considérer que l'air à l'intérieur comme à l'extérieur du ballon est totalement vide de charge. On note O le centre du ballon et on munit l'espace d'un repère $(\vec{e}_i, \vec{e}_j, \vec{e}_k)$ et on notera respectivement E_i, E_j et E_k les composantes du champ électrique dans cette base.

✚ **Étape 1** - Donner la forme générale du champ électrique généré par le ballon dans le modèle proposé.

✚ **Étape 2.a** - Donner les plans de symétrie de la distribution de charge.

✚ **Étape 2.b** - Dédire une expression simplifiée du champ électrique.

✚ **Étape 3.a** - Préciser les invariances de la distribution de charge.

✎ **Étape 3.b** - Dédire une expression simplifiée du champ électrique.

✎ **Étape 4** - Définir la surface de Gauss à considérer dans ce cas.

✎ **Étape 5** - Calculer le flux électrostatique Φ_E du champ à travers la surface de Gauss choisie.

✎ **Étape 6.a** - Énoncer le théorème de Gauss.

✎ **Étape 6.b** - Appliquer le théorème de Gauss dans le cas $r < R$.

✎ **Étape 6.c** - Appliquer le théorème de Gauss dans le cas $r > R$.

✧ **Étape 6.d** - Déduire l'expression de $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.

✧ **Étape 6.e** - Représenter graphiquement $\|\vec{E}(r)\|$.

✧ **Étape 7.a** - Donner la relation entre le champ électrique $\vec{E}(M)$ et le potentiel électrique $V(M)$.

✧ **Étape 7.b** - Identifier l'expression du gradient en coordonnée sphérique.

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z \qquad \vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi \qquad \vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$$

✧ **Étape 7.c** - Déduire l'expression du potentiel $V(M)$ en tout point M de l'espace.