

Colle N°19 – Semaine pronote N°28 : 09 au 13 Mars 2026■ **Au programme des exercices**→ **Chapitre OPT3 : Interférences avec division du front d'onde**→ **Chapitre OPT4 : Interférences avec division d'amplitude**■ **Questions de cours seules**

1. ♥♥ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale f' est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence $\delta_{2/1}(M)$ de marche en M ainsi que la nouvelle interférence.
2. ♥♥ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse $x = b$. On se place dans le plan $y = 0$. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?
3. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. On rappelle qu'une unique source décalée de b verticalement (cf. question précédente) correspond à une différence de marche $\delta_{2/1}(M) = \frac{n_0 ab}{d} + \frac{n_0 ax}{D}$. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à chacune des sources en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue
4. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = -\frac{b}{2}$ et $x = \frac{b}{2}$ à la distance d des trous. On rappelle qu'une unique source décalée de b verticalement (cf. questions précédentes) correspond à une différence de marche $\delta_{2/1}(M) = \frac{ab}{d} + \frac{ax}{D} = \frac{x-x_0}{i}$. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité I_0 par chacune des sources. Exprimer l'éclairement en un point M de l'écran à la distance D des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.
5. Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde λ et λ' . On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. On posera $\lambda_{\text{moy}} = \frac{\lambda + \lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$. Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaître un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue.
6. ♥♥ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par une source de largeur spectrale $\Delta\lambda$ et de longueur d'onde centrale $\lambda_{\text{moy}} \gg \Delta\lambda$. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. Enoncer le critère de brouillage. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à λ_{moy} et à la longueur d'onde extrême $\lambda_{\text{moy}} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Faire le lien avec la longueur de cohérence de la source lumineuse.
7. ♥♥ Rappeler la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent en justifiant. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :

(a) Donner l'allure de la figure d'interférences ;

(b) Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;

(c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.

8. Établir l'expression de la différence de marche en lame d'air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.

9. ♥♥ On considère la figure d'interférences obtenue en lame d'air d'épaisseur e , observée dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale f' . La source est supposée monochromatique. Rappeler l'expression de la différence de marche associée à un angle d'incidence i quelconque, puis l'ordre d'interférence. Que vaut l'ordre maximal et à quel endroit est-il obtenu ? Quelle est l'allure de la figure obtenue pour un ordre au centre nul ?

10. ♥ Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur e . Établir la relation entre l'ordre p d'un anneau et son rayon r sur l'écran. En déduire le nombre d'anneaux observés dans une figure d'interférences de rayon R en fonction de e .

11. ♥ Considérons un Michelson en lame d'air éclairé par un doublet spectral.

(a) Établir l'expression de l'éclairement au centre des anneaux en fonction de l'épaisseur e de la lame d'air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d'interférences).

(b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.

(c) Exprimer l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$ en fonction de la distance Δx dont le miroir mobile est charioté entre deux anti-coïncidences successives.

12. ♥ Le Michelson réglé en coin d'air est éclairé par une source monochromatique ; il y a alors une quarantaine de franges rectilignes sur les 1,5 cm de largeur du miroir. En déduire une estimation de l'angle α du coin d'air que forment les deux miroirs. Que se passe-t-il si on augmente α ?

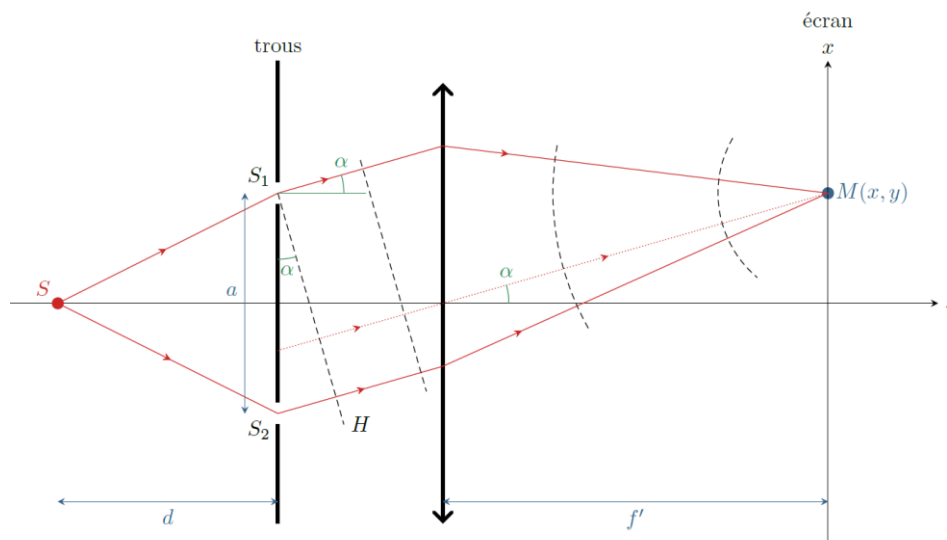
13. On envoie sur une photocathode en potassium une radiation ultraviolette (raie du mercure) $\lambda_1 = 253,7$ nm ; on constate que l'énergie maximale des photoélectrons éjectés est de 3,14 eV. Si on envoie une raie visible $\lambda_2 = 589$ nm (raie jaune du sodium), l'énergie maximale est alors de 0,36 eV. Retrouver la valeur de la constante de Planck. Calculer la longueur d'onde maximale des radiations pouvant produire un effet photo-électrique sur le potassium.

14. ♥ L'énergie de l'atome d'hydrogène vaut $E_n = \frac{-13,6}{n^2}$ (eV) ; le nombre n entier intervenant dans l'expression quantifiée de l'énergie désigne aussi le **niveau d'énergie**. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, calculer la longueur d'onde de l'onde à utiliser pour passer de l'état fondamental à l'état $n = 3$ de manière photochimique ; la fréquence de l'onde émise quand l'atome passe de l'état excité $n = 3$ à l'état $n = 2$.

15. ♥♥ Une particule quantique a une fonction d'onde $\Psi(x) = A \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$ pour $x > 0$ et $\Psi = 0$ pour $x < 0$. Calculer la constante A . Quelle est la probabilité de présence dans l'intervalle $[0, a]$?

■ Questions de cours avec éléments de réponse

1. ♥♥ Soit le montage dit de Fraunhofer : une lentille convergente de distance focale f' est placée derrière des trous d'Young éclairés par une source ponctuelle et monochromatique située sur la médiatrice des trous. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille de projection. Faire le schéma associé et déterminer l'expression de la nouvelle différence $\delta_{2/1}(M)$ de marche en M ainsi que la nouvelle interfrange.



$$\delta = (SM)_{\text{voie 2}} - (SM)_{\text{voie 1}} = [(SS_2) + (S_2H) + (HM)] - [(SS_1) - (S_1M)]$$

D'après le principe du retour inverse, $(MH) = (MS_1)$, soit :

$$\delta = [(SS_2) + (S_2H) + (HM)] - [(SS_1) - (S_1M)] = [(SS_2) + (S_2H)] - [(SS_1)]$$

par symétrie, $(SS_2) = (SS_1)$

$$\delta = [(SS_2) + (S_2H)] - [(SS_1)] = (S_2H)$$

Pour simplifier, on choisit $y = 0$, dans le plan de la figure.

triangle rectangle S_1S_2H : $\delta = n_0 a \sin(\alpha)$

triangle formé par O (centre de la lentille), le centre de l'écran, et M :

$$\tan(\alpha) = x/f'$$

Aux petits angles : $\delta(M) = n_0 \frac{ax}{f'}$ et $i = \frac{\lambda_0 f'}{n_0 a}$

2. ♥♥ Considérons deux trous d'Young éclairés par une source ponctuelle décalée par rapport à l'axe optique du montage à une abscisse $x = b$. On se place dans le plan $y = 0$. Rappeler l'expression de la différence de marche dans le cas de trous d'Young classiques ; en déduire l'expression de la différence de marche et de l'ordre d'interférence en un point M quelconque de l'écran. Conséquence sur la figure d'interférence ?

Trous d'Young classiques : Différence de marche : $\delta = (SM)_{\text{voie 2}} - (SM)_{\text{voie 1}} = [(S_2M) - (S_1M)] \approx n_0 \frac{ax}{D}$

Ici : $\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M) = (SS_2) - (SS_1) + (S_2M) - (S_1M)$

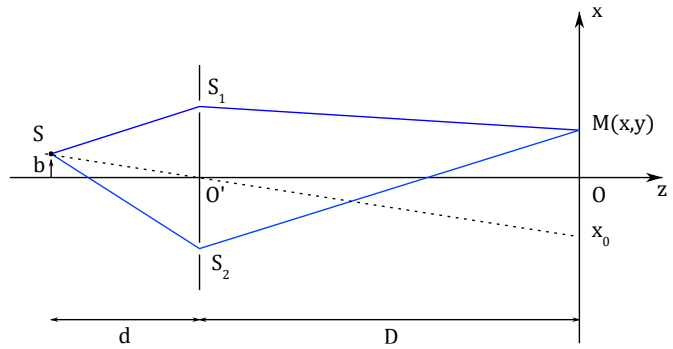
Les sources secondaires S_1 et S_2 ne sont plus en phase, par analogie :

$$(SS_2) - (SS_1) = n_0[SS_1 - SS_2] \approx \frac{n_0 ab}{d}.$$

On en déduit que $\delta_{2/1}(M) = \frac{n_0 ab}{d} + \frac{n_0 ax}{D}$ et

$$p'(M) = \frac{n_0 a}{\lambda_0 D} \left(x + \frac{bD}{d} \right) = \frac{n_0 a}{\underbrace{\lambda_0 D}_{\frac{1}{i}}} \left(x + \underbrace{\frac{bD}{d}}_{=-x_0} \right) = \frac{x - x_0}{i}$$

$$\text{avec } x_0 = -\frac{bD}{d} \quad i = \frac{\lambda_0 D}{n_0 a}$$



Frange centrale : telle que $p'(M) = 0$

soit $x = x_0 = -\frac{bD}{d}$ abscisse de la nouvelle frange centrale

3. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = 0$ et $x = b$ à la distance d des trous. On se place dans l'air d'indice optique pris égal à celui du vide. On rappelle qu'une unique source décalée de b verticalement (cf. question précédente) correspond à une différence de marche $\delta_{2/1}(M) = \frac{n_0 ab}{d} + \frac{n_0 ax}{D}$. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à chacune des sources en un point M de l'écran à la distance D des trous. Etablir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Enoncer le critère semi quantitatif de brouillage pour une source étendue

$$\text{Source } S : \delta_{2/1}(M) = \frac{ax}{D} \text{ donc } p(M) = \frac{\delta_{2/1}(M)}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}$$

$$\text{Source } S' : \delta'_{2/1}(M) = \frac{ab}{d} + \frac{ax}{D} \text{ donc } p'(M) = \frac{a}{\lambda D} \left(x + \frac{bD}{d} \right)$$

$$\text{Brouillage complet si les figures sont décalées d'une demi interfrange soit } \Delta p(M) = p'(M) - p(M) = \frac{1}{2} = \frac{ab}{\lambda d}$$

Critère semi-quantitatif de brouillage (admis) :

brouillage en M si $|\Delta p(M)|$ évaluée sur la demi-étendue spatiale de la source dépasse $\frac{1}{2}$ (différence d'ordre entre les ondes issues du centre / des extrémités).

$$\Delta p(M) \geq \frac{1}{2} \quad \text{avec } \Delta p(M) = p_{S,ext}(M) - p_{centre}(M)$$

$$\text{Soit ici } \Delta p(M) = p_{S(\ell/2)}(M) - p_{S(0)}(M) > \frac{1}{2}$$

largeur de source à partir de laquelle brouillage = largeur de cohérence spatiale de la source.

4. ♥ Les trous d'Young sont éclairés par deux sources S et S' ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde λ , situées respectivement en $x = -\frac{b}{2}$ et $x = \frac{b}{2}$ à la distance d des trous. On rappelle qu'une unique source décalée de b verticalement (cf. questions précédentes) correspond à une différence de marche $\delta_{2/1}(M) = \frac{ab}{d} + \frac{ax}{D} = \frac{x-x_0}{i}$. On suppose que chacun des trous est éclairé par la même intensité I_0 par chacune des sources. Exprimer l'éclairement en un point M de l'écran à la distance D des trous. Interpréter physiquement l'expression obtenue, et établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet.

2 points sources incohérents :

$$I_{totale}(M) = I_S(M) + I_{S'}(M) = 2I_0 \left(2 + \cos \Delta \varphi_{2/1}(M) + \cos \Delta \varphi'_{2/1}(M) \right)$$

$$I_{totale}(M) = 2I_0 \left(2 + \cos(2\pi p(M)) + \cos(2\pi p'(M)) \right)$$

$$I(x) = 4I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta p(M)}{2} \right) \cos \left(2\pi \frac{p(M) + p'(M)}{2} \right) \right)$$

$$\text{Avec } p'(M) = \frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{ab}{2\lambda_0 d} = \frac{a}{\underbrace{\lambda_0 D}_{\frac{1}{i}}} \left(x + \frac{bD}{2d} \right) = \frac{x-x_0}{i}$$

$$\text{et } p(M) = \frac{ax}{\lambda_0 D} - \frac{ab}{2\lambda_0 d} = \frac{a}{\underbrace{\lambda_0 D}_{\frac{1}{i}}} \left(x - \frac{bD}{2d} \right) = \frac{x+x_0}{i} \quad d'où$$

$$\frac{\Delta p(M)}{2} = \frac{x_0}{i} = \frac{ab}{2\lambda_0 d} \quad \text{et} \quad \frac{p(M)+p'(M)}{2} = \frac{x}{i} = \frac{ax}{\lambda_0 D}$$

$$I(x) = 4I_0 \left(1 + \underbrace{\cos\left(\pi \frac{ab}{\lambda_0 d}\right)}_{\text{terme de visibilité}} \underbrace{\cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda_0 D}\right)}_{\text{terme d'interférence}} \right)$$

terme d'interférences : identique à celui obtenu avec une seule source placée en $x = 0$, ie au milieu de S et S' . Il dépend de x , donne la position des franges brillantes et sombres et l'interfrange, inchangée par rapport au cas d'une unique source ponctuelle.

Terme ou facteur de visibilité : indépendant de x , même valeur en tout point de l'écran. donne $\mathcal{C}$ global (voir ci-dessous) dépend de la valeur relative de b et des autres grandeurs caractéristiques.

$$\mathcal{C} = \left| \cos\left(\pi \frac{a}{\lambda_0} \frac{b}{d}\right) \right| = |\cos(\pi \Delta p(M))|$$

Les franges sont donc complètement brouillées lorsque le terme de visibilité est nul soit

$\mathcal{C}$ s'annule la 1^{ère} fois pour $\Delta p(M) = \pm \frac{1}{2}$, ie pour $b = \frac{\lambda_0 d}{2a}$.

5. Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par un doublet spectral de longueurs d'onde λ et λ' . On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. On posera $\lambda_{moy} = \frac{\lambda+\lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$. Etablir l'expression de l'intensité totale en faisant apparaître un terme de contraste. Commenter en indiquant l'allure de la figure d'interférences obtenue.

$$I_{totale}(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\Delta\varphi_{2/1}(M) \right) + 2I_0 \left(1 + \cos\Delta\varphi'_{2/1}(M) \right) = 2I_0 \left(2 + \cos\frac{2\pi ax}{\lambda D} + \cos\frac{2\pi ax}{\lambda' D} \right)$$

$$I_{totale}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} - \frac{2\pi ax}{\lambda' D}\right) \cdot \cos\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} + \frac{2\pi ax}{\lambda' D}\right) \right)$$

$$I_{totale}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)\frac{ax}{D}\right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'}\right)\frac{ax}{D}\right) \right)$$

Si note $\lambda_{moy} = \frac{\lambda+\lambda'}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$, on a $\lambda = \lambda_{moy} - \frac{\Delta\lambda}{2}$ et $\lambda' = \lambda_{moy} + \frac{\Delta\lambda}{2}$

$$I_{totale}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda\lambda'} \frac{ax}{D}\right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{\lambda_{moy}}{\lambda\lambda'} \frac{ax}{D}\right) \right)$$

$$I_{totale}(M) = 4I_0 \left(1 + \cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2 - \left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2} \frac{ax}{D}\right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{\lambda_{moy}}{\lambda_{moy}^2 - \left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2} \frac{ax}{D}\right) \right)$$

Avec $\lambda_{moy}^2 \gg \left(\frac{\Delta\lambda}{2}\right)^2$, on peut simplifier l'expression précédente

$$I_{totale}(M) \cong 4I_0 \left(1 + \cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2} \frac{ax}{D}\right) \cdot \cos\left(2\pi \frac{\lambda_{moy}}{\lambda_{moy}^2} \frac{ax}{D}\right) \right)$$

périodes spatiales : $\cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda_{moy} D}\right) : \frac{\lambda_{moy} D}{a}$ et $\cos\left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2} \frac{ax}{D}\right) : \Delta x = \frac{2\lambda_{moy}^2 D}{a\Delta\lambda}$ avec $\Delta x \gg \frac{\lambda_{moy} D}{a}$

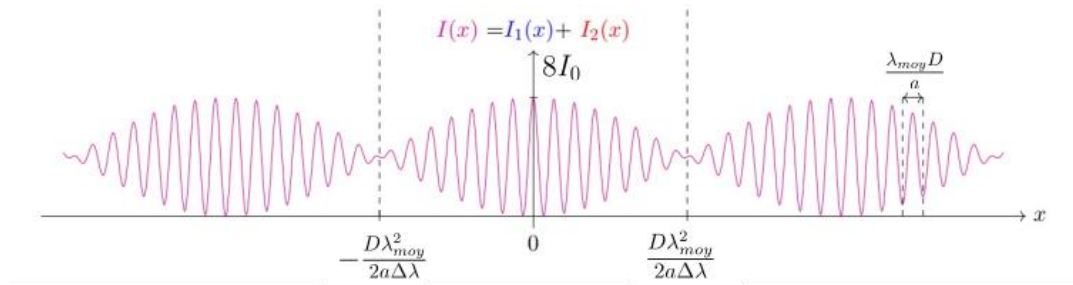
battements spatiaux.

contraste local autour de M : $C(M) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left| \cos \left(\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{moy}}^2} \frac{ax}{D} \right) \right|$,

l'extension spectrale entraîne une modulation du contraste, qui n'est pas uniforme : phénomène de battement, le brouillage observé est localisé (points de brouillage), et d'autant plus marqué que les longueurs d'ondes sont proches

Points de brouillage : tels que le contraste s'annule ; soit aux points d'anti coïncidence tels que :

$$\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{moy}}^2} \frac{ax_a}{D} = \frac{\pi}{2} [\pi] = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ soit } x_a = \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda_{\text{moy}}^2 D}{\Delta\lambda a}$$



6. ♥♥ Considérons le montage des trous d'Young symétriques éclairé par une source de largeur spectrale $\Delta\lambda$ et de longueur d'onde centrale $\lambda_{\text{moy}} \gg \Delta\lambda$. On supposera pour simplifier que les deux trous sont identiques et éclairés de manière similaire et que chacun des doublets a la même intensité : $I_1 = I_2 = I_0$ et $I_{0\lambda} = I_{0\lambda'} = I_0$. Énoncer le critère de brouillage. Donner les ordres d'interférence $p(M)$ et $p'(M)$ relatifs à λ_{moy} et à la longueur d'onde extrême $\lambda_{\text{moy}} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ en un point M de l'écran à la distance D des trous. Établir la condition pour laquelle il y a brouillage complet de la figure. Faire le lien avec la longueur de cohérence de la source lumineuse.

Critère de brouillage :

Le brouillage d'une figure d'interférences apparaît en un point M de la figure d'interférences dès lors qu'en ce point M , la variation d'ordre $|\Delta p(M)|$ évaluée sur la demi-étendue spectrale de la source dépasse $\frac{1}{2}$

$$\Delta p(M) \gtrsim 1/2$$

$$\text{avec } \Delta p(M) = p_{S(\lambda_{\text{moy}} + \Delta\lambda/2)}(M) - p_{S(\lambda_{\text{moy}})}(M)$$

Ordres d'interférence : $p_{\text{centre}}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_{\text{moy}}}$; seconde radiation : $p_{\text{max}}(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_{\text{moy}} + \frac{\Delta\lambda}{2}}$.

Pour des trous d'Young symétriques, on a $\delta(M) = \frac{ax}{D}$. On en déduit, à la limite du brouillage :

$$p_{\text{centre}}(M) - p_{\text{max}}(M) = \delta(M) \left(\frac{1}{\lambda_{\text{moy}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{moy}} + \frac{\Delta\lambda}{2}} \right) \approx \frac{n_0 ax}{D} \frac{\frac{\Delta\lambda}{2}}{\lambda_{\text{moy}}^2} \approx \frac{\delta(M)}{\ell_c} \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_{\text{moy}}^2} \stackrel{\text{critère de brouillage}}{=} \frac{1}{2}$$

On a donc $\delta_{\text{lim}} \approx \frac{\lambda_{\text{moy}}^2}{\Delta\lambda}$: on trouve donc $\delta_{\text{lim}} \sim \ell_c = c\tau_c$

Une figure d'interférences produite par une source ponctuelle à spectre continu de faible largeur spectrale $\Delta\lambda$ sera brouillée lorsque la différence de marche $\delta(M)$ devient supérieure à la longueur de cohérence ℓ_c de la source soit à la longueur moyenne d'un train d'onde.

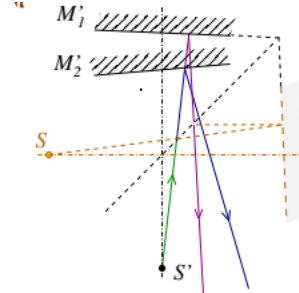
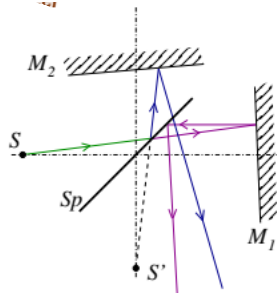
$$\delta(M) \gtrsim \ell_c$$

7. ♥♥ Rappel de la constitution d'un interféromètre de Michelson et son schéma équivalent en justifiant. Définir les deux configurations lame d'air et coin d'air. Pour chaque configuration :

- Donner l'allure de la figure d'interférences ;
- Indiquer le lieu de localisation et la position de la lentille de projection permettant de l'observer ;

(c) Indiquer les conditions d'éclairage et la position du condenseur permettant de les atteindre.

Un rayon lumineux issu de la source est à moitié réfléchi par la séparatrice (S) (lame semi-réfléchissante) vers le miroir fixe M_2 , et à moitié transmis vers le miroir M_1 . Tout se passe comme si on remplaçait M_1 par M_1' , son symétrique par rapport à (S). On note $e = M_1'M_2$ et α l'angle entre les miroirs M_2 et M_1' .



	Système réel	Système équivalent avec miroir fictif en couche d'air
	Coin d'air : $e = 0$ et $\alpha \neq 0$	Lame d'air : $e \neq 0$ et $\alpha = 0$
Schéma équivalent		
Condition d'éclairage	Quasi-parallèle (pour avoir OPPM)	Non parallèle
Réalisation	Source dans le PFO d'une lentille convergente	Source suivie d'un condenseur pour introduire de l'angle et optimiser l'éclairage des miroirs.
Figure d'interférence	Franges d'égales épaisseurs 	Anneaux d'égales inclinaisons
Localisation en source étendue	Sur les miroirs	A l'infini
Condition d'observation	Image des miroirs à l'aide d'une lentille convergente sur l'écran	Image dans le plan focal image d'une lentille convergente.
Synthèse		

8. Établir l'expression de la différence de marche en lame d'air. La distance entre sources secondaires doit être clairement justifiée par un schéma propre.

Méthode N°1 : les sources secondaires sont $S_1 = \text{sym}_{M_1'}(S')$ et $S_2 = \text{sym}_{M_2}(S')$.

Dans le cas du montage en lame d'air d'épaisseur e , en introduisant les points I_1 et I_2 d'intersection de MS_1 et MS_2 avec les miroirs M_1' et M_2' , on a :

$$SI_1 = I_1S_1 \text{ et } SI_2 = I_2S_2 \text{ avec } I_1I_2 = e \text{ et}$$

$$SI_2 = SI_1 + I_1 I_2 = I_1 S_1 + e = I_2 S_2 = I_2 S_1 + S_1 S_2, \text{ soit}$$

$$S_1 S_2 = I_1 S_1 + e - I_2 S_1 = 2e$$

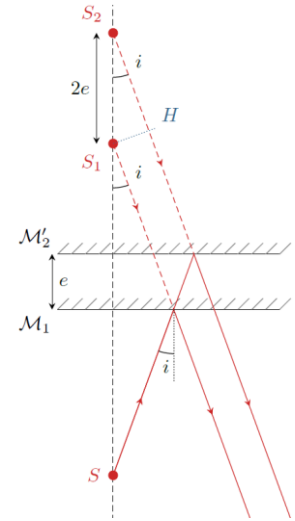
Les deux sources secondaires sont alors séparées par une distance $2e$.

On note H est le projeté orthogonal de S_2 sur le rayon 1.

D'après le principe du retour inverse de la lumière et le théorème de Malus, $(MS_1) = (MH)$

$$\delta_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S_2 H) + (HM) - (S_1 M) = -(S_1 H)$$

$$\text{Comme } [S_2 S_1] = 2e : \delta_{2/1}(M) = n_{\text{air}} [S_2 S_1] \cos(i) = 2n_{\text{air}} e \cos(i)$$



Méthode N°2

Par définition : $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$

Avec $(SM)_1 = (SI) + (IL) + (LM)$

$$(SM)_2 = (SI) + (IJK) + (KM)$$

Si le point M d'observation était une source ponctuelle, d'après le théorème de Malus, L et K appartiendraient au même plan d'onde.

D'après le principe du retour inverse de la lumière, on a donc $(LM) = (KM)$, d'où

$$\delta(M) = (IJK) - (IL)$$

Expression de (IJK) :

Soit P le projeté de J sur IK : Dans le triangle IJP , $\cos(i) = \frac{e}{IJ}$ soit $IJ = JK = \frac{e}{\cos(i)}$

$$\text{D'où } (IJK) = n_{\text{air}}(IJ + JK) = n_{\text{air}} \frac{2e}{\cos(i)}$$

Expression de (IL) :

$$\text{Dans le triangle } IKL : \sin(i) = \frac{IL}{IK} \quad IK = \frac{IL}{\sin(i)}$$

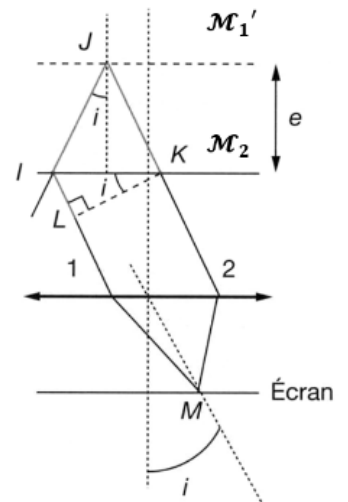
$$\text{Dans le triangle } IJP : \tan(i) = \frac{IK}{\frac{e}{2}} \quad IK = 2e \tan(i) = \frac{IL}{\sin(i)}$$

$$\text{Finalement : } IL = 2e \tan(i) \sin(i)$$

$$\delta(M) = n_{\text{air}} \left(2 \frac{e}{\cos(i)} - 2e \tan(i) \sin(i) \right)$$

$$\delta(M) = 2n_{\text{air}} e \left(\frac{1 - \sin^2(i)}{\cos(i)} \right)$$

$$\boxed{\delta(M) = 2n_{\text{air}} e \cos(i)}$$



9. ♥ ♥ On considère la figure d'interférences obtenue en lame d'air d'épaisseur e , observée dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale f' . La source est supposée monochromatique. Rappeler l'expression de la différence de marche associée à un angle d'incidence i quelconque, puis l'ordre d'interférence. Que vaut l'ordre maximal et à quel endroit est-il obtenu ? Quelle est l'allure de la figure obtenue pour un ordre au centre nul ?

Pour une configuration en lame d'air, différence de marche :

$$\delta(M) = 2n_{\text{air}} e \cos(i)$$

Les rayons ayant un angle d'incidence i donné convergent tous en un unique point M du plan focal = foyer image secondaire déterminé par le « rayon non dévié » (voir schéma). On a donc (OM) qui forme un angle i avec la verticale.

Ordre d'interférence :
$$p = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2n_{\text{air}}e \cos(i)}{\lambda}$$

Ordre d'interférence au centre de la figure : il correspond à angle d'inclinaison nul :

$$p(i = 0) = p_c = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda}$$

Si $e \neq 0$, p_c a une valeur quelconque non nulle : différent du montage des fentes d'Young.

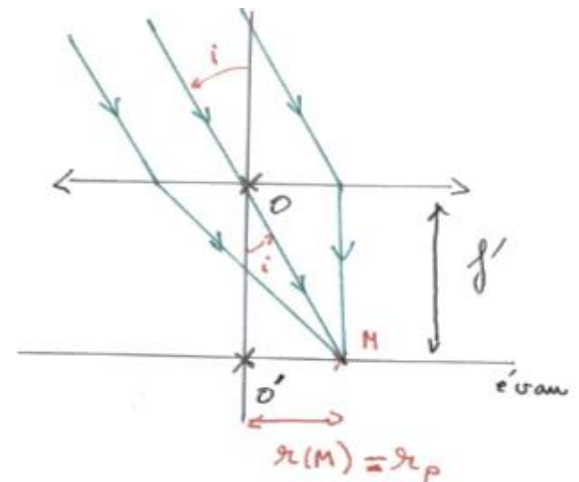
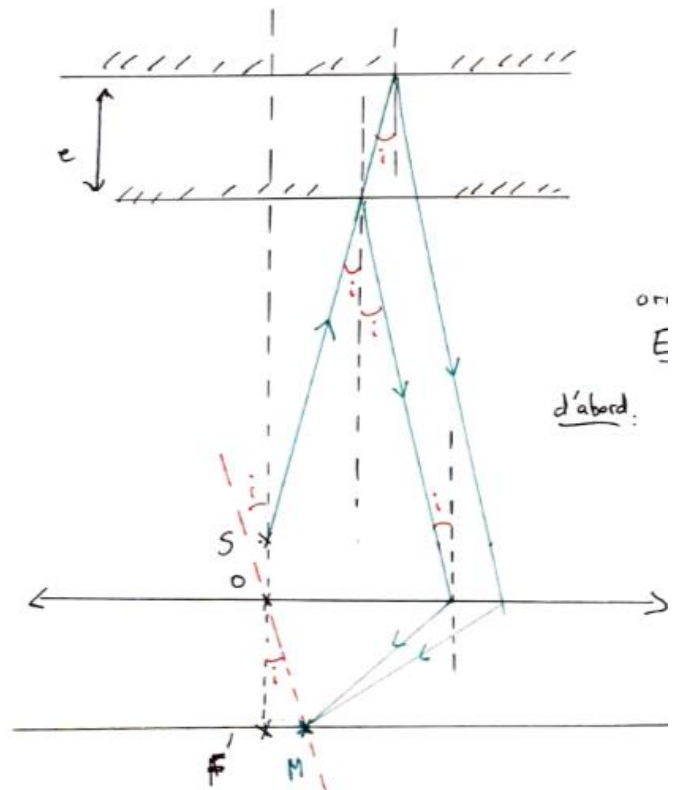
En s'éloignant du centre, i augmente donc $\cos(i)$ diminue, donc p diminue. On exploite en général l'approximation des petits angles pour une expression approchée (DL à l'ordre 2 du cosinus) :

$$\delta(M) = 2n_{\text{air}}e \cos(i) \underset{\text{DL2}}{\approx} 2n_{\text{air}}e \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \text{ soit}$$

$$p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda} = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = p(i)$$

L'ordre diminue en s'éloignant du centre mais ne s'annule a priori pas.

On a donc $p_{\text{max}} = p(i = 0) = p_c = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda}$



10. Considérons un Michelson en lame d'air d'épaisseur e . Établir la relation entre l'ordre p d'un anneau et son rayon r sur l'écran. En déduire le nombre d'anneaux observés dans une figure d'interférences de rayon R en fonction de e .

Dans le triangle $OO'M$: $\tan(i) = \frac{OO'}{O'M} = \frac{r(i)}{f'}$ d'où dans le cadre de l'approximation des petits angles :

$$r(i) = f' \cdot \tan(i) \sim f' i$$

En exploitant l'expression de l'ordre d'interférence

$$p(i) = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) :$$

$$p(r_p) = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda} \left(1 - \frac{r_p^2}{2f'^2}\right) = p_c \left(1 - \frac{r_p^2}{2f'^2}\right)$$

Ordre minimal :

L'ordre est minimal si le terme entre parenthèses est minimal, donc pour r élevé : l'ordre est minimal sur le contour de la figure. On a alors

$$p_{\text{min}} = p(r = R) = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda} \left(1 - \frac{R^2}{2f'^2}\right)$$

On a alors $p_{\text{max}} - p_{\text{min}} = \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda} - \frac{2n_{\text{air}}e}{\lambda} \left(1 - \frac{R^2}{2f'^2}\right) = \frac{n_{\text{air}}e}{\lambda} \frac{R^2}{f'^2}$ qui donne l'ordre de grandeur du nombre d'anneaux visibles. Ce nombre augmente avec R et e et diminue avec λ et f' .

Quand e tend vers zéro (contact optique), $p_{\max} - p_{\min} \rightarrow 0$: le nombre d'anneaux visibles tend vers zéro également.

11. ❤️ Considérons un Michelson en lame d'air éclairé par un doublet spectral.

(a) Établir l'expression de l'éclairement au centre des anneaux en fonction de l'épaisseur e de la lame d'air. Interpréter les différents termes (facteur de contraste et terme d'interférences).

(b) Définir les coïncidences et anti-coïncidences.

(c) Exprimer l'écart de longueur d'onde $\Delta\lambda$ en fonction de la distance Δx dont le miroir mobile est charioté entre deux anti-coïncidences successives.

1) Éclairement au centre des anneaux : $i=0$ donc $\delta = n_{\text{air}} \times 2e$

Les 2 raies du sodium sont incohérentes :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$$

avec pour $\mathcal{E}_i = 2\mathcal{E}_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_i}\right)$ soit

$$\mathcal{E} = 2\mathcal{E}_0 \left[2 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_1}\right) + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_2}\right) \right]$$

avec $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

ici $\frac{p+q}{2} = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)$ et $\lambda_i = \lambda_0 \pm \frac{\Delta\lambda}{2}$
(approximation usuelle : $\Delta\lambda \ll \lambda_0$)

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{2\lambda_0}{\lambda_0^2} = \frac{2}{\lambda_0} \quad \text{soit} \quad \frac{p+q}{2} = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$$

$$\frac{p-q}{2} = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \left[\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right]$$

$$\mathcal{E} = 4\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi\delta \Delta\lambda}{\lambda_0^2}\right) \right]$$

$$E = 4 E_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi n_{air} e}{\lambda} \right) \cos \left(\frac{2\pi n_{air} e \Delta l}{\lambda^2} \right) \right]$$

En prenant $n_{air} = 1$:

$$E = \underbrace{4 E_0}_{E_m} \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi e}{\lambda} \right) \underbrace{\cos \left(\frac{2\pi e \Delta l}{\lambda^2} \right)}_{\Gamma(e)} \right] \quad \text{car } \frac{\lambda^2}{\Delta l} \gg \lambda$$

$\Gamma(e)$ facteur de contraste qui dépend de e

(Rmq: facteur de contraste dépend toujours de la différence de marche δ lorsqu'il s'agit de cohérence temporelle, cf expressions de $\frac{p+q}{2}$ et $\frac{p-q}{2}$ de la forme $\delta(\dots)$)

2) En chariotant le miroir mobile, on fait varier continuellement e donc $\Gamma(e)$: on obtient des max et des min de $\Gamma(e)$ = coïncidences et anti-coïncidences = battements de contraste.

Ecart entre 2 anti-coïncidences :

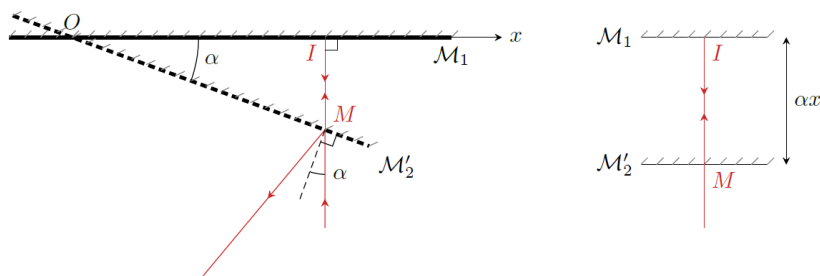
pour toute anti-coïncidence, $|\Gamma(e)|$ minimal soit avec

$$\Gamma(e) = \cos \left(2\pi e \frac{\Delta l}{\lambda^2} \right) \quad 2\pi e_{anti,k} \frac{\Delta l}{\lambda^2} = \frac{\pi}{2} [\pi] = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{d'où } 2\pi \frac{\Delta l}{\lambda^2} (\underbrace{e_{k+1} - e_k}_{\Delta e}) = \pi \quad \text{et} \quad \boxed{\Delta e = \frac{\lambda^2}{2\Delta l}}$$

$$\underline{AN}: \quad \boxed{\Delta l = \frac{\lambda^2}{2\Delta e}}$$

12. ♥ Le Michelson réglé en coin d'air est éclairé par une source monochromatique ; il y a alors une quarantaine de franges rectilignes sur les 1,5 cm de largeur du miroir. En déduire une estimation de l'angle α du coin d'air que forment les deux miroirs. Que se passe-t-il si on augmente α ?



$$\delta = 2IM$$

Cette différence de marche dépend de l'épaisseur IM de la pseudo lame d'air traversée, parfois appelée **épaisseur locale du coin d'air**, donc de la valeur de x soit du point d'incidence considéré.

L'éclairage est parallèle avec des rayons en incidence normale. On suppose ici que les rayons sont en incidence normale sur le miroir $\mathcal{M}_1$, d'où

$$\tan \alpha \simeq \alpha \simeq \frac{IM}{x}$$

soit

$$\delta = 2IM = 2\alpha x$$

La différence de marche varie linéairement avec l'abscisse x le long de la zone d'observation : le résultat est analogue aux fentes d'Young, comme prévu par l'étude des sources secondaires.

Interfrange i : telle que $\delta(x+i) = \delta(x) + \lambda$ soit $2\alpha(x+i) = 2\alpha x + \lambda$; On a donc

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

On sait que l'interfrange est

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha} = \frac{D}{N} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda N}{2D}$$

Si on augmente α on diminue l'interfrange donc on augmente le nombre de franges visibles.

13. On envoie sur une photocathode en potassium une radiation ultraviolette (raie du mercure) $\lambda_1 = 253,7 \text{ nm}$; on constate que l'énergie maximale des photoélectrons éjectés est de 3,14 eV. Si on envoie une raie visible $\lambda_2 = 589 \text{ nm}$ (raie jaune du sodium), l'énergie maximale est alors de 0,36 eV. Retrouver la valeur de la constante de Planck. Calculer la longueur d'onde maximale des radiations pouvant produire un effet photo-électrique sur le potassium.

$$E_1 \underset{\substack{\text{Planck} \\ \text{Einstein}}}{=} h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \underbrace{W_0}_{\substack{\text{travail} \\ \text{d'extraction}}} + E_{c_{\max 1}} \quad \text{et} \quad E_2 = h\nu_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = W_0 + E_{c_{\max 2}}$$

$\underbrace{\frac{hc}{\lambda_1}}_{\substack{\text{énergie} \\ \text{fournie par} \\ \text{le photon}}}$

$$h = \frac{E_1 - E_2}{c \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \quad (\text{avec } 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J})$$

$$W_0 = h\nu_1 - E_{c_{\max 1}}$$

$$W_0 = h\nu_s = \frac{hc}{\lambda_{\max}} \quad \text{soit} \quad \lambda_{\max} = hc/W_0$$

14. ♥ L'énergie de l'atome d'hydrogène vaut $E_n = \frac{-13,6}{n^2} \text{ (eV)}$; le nombre n entier intervenant dans l'expression quantifiée de l'énergie désigne aussi le **niveau d'énergie**. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, calculer la longueur d'onde de l'onde à utiliser pour passer de l'état fondamental à l'état $n = 3$ de manière photochimique ; la fréquence de l'onde émise quand l'atome passe de l'état excité $n = 3$ à l'état $n = 2$.

$$\Delta E_{1 \rightarrow 3} = E_3 - E_1 = -13,6 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{1^2} \right) \text{ (eV)} \approx 12,09 \text{ eV} \approx 19,3 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \Delta E_{1 \rightarrow 3}.$$

Il s'agit de passer vers un niveau d'énergie plus élevé (excitation) ; cela nécessite l'absorption d'un photon de longueur d'onde telle que $\Delta E_{1 \rightarrow 3} = \frac{hc}{\lambda_{31}} \Leftrightarrow \lambda_{31} = \frac{hc}{\Delta E_{1 \rightarrow 3}}$. A.N. : $\lambda_{31} = 102,8 \text{ nm (UV)}$

$$\Delta E_{3 \rightarrow 2} = |E_2 - E_3| = -13,6 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{2^2} \right) (\text{eV}) \approx 1,89 \text{ eV} \approx 3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \Delta E_{3 \rightarrow 2} = h \nu_{3 \rightarrow 2}.$$

Soit $\nu_{3 \rightarrow 2} = \frac{\Delta E_{3 \rightarrow 2}}{h}$. A.N. : $\nu_{3 \rightarrow 2} = 4,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

15. ♥ ♥ Une particule quantique a une fonction d'onde $\Psi(x) = A \exp\left(-\frac{x}{a}\right)$ pour $x > 0$ et $\Psi = 0$ pour $x < 0$. Calculer la constante A. Quelle est la probabilité de présence dans l'intervalle $[0, a]$?

1) Par normalisation, on a :

$$1 = \int_0^{+\infty} |\Psi|^2 dx = A^2 \int_0^{+\infty} \exp(-2x/a) dx = A^2 \frac{a}{2} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}$$

2. $P(x \in [0, a]) = \int_0^a |\Psi|^2 dx = \frac{2}{a} \int_0^a \exp(-2x/a) dx = 1 - \exp(-2) \approx 86\%$