

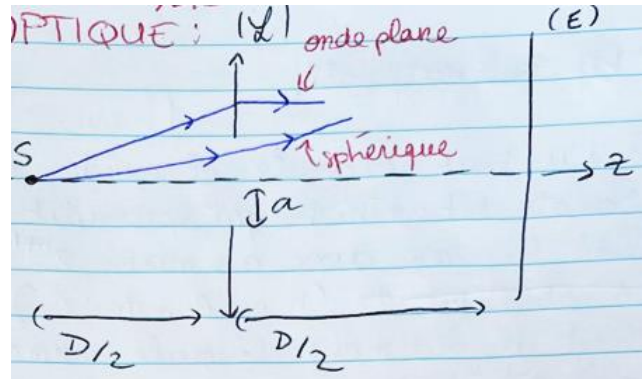
Retours des oraux MPI 2025 – CCINP et ENSEA

Planche N°1. Oral CCINP MPI 2025, Angèle	3
Exercice 1 : Étude des ondes planes et sphériques et de leurs interférences (sur 10 points)	3
Exercice 2 : Étude dynamique d'un disque en rotation dans une rigole (/10 points)	4
Planche N°2. Oral CCINP MPI 2025 (Sélééné ?)	5
Exercice N°1 : Électrocinétique – Filtre à impédances complexes	5
Exercice N°2 : Électrostatique – Système de trois charges ponctuelles.....	5
Planche N°3. Oral CCINP MPI 2025 (Timéo)	7
Exercice 1 : Oscillateur à portes logiques	7
Exercice 2 : Etude d'une fibre optique	8
Planche N°4. Oral CCINP MPI 2025 (Arthur Lenoël)	9
Exercice 1 — Filtrage	9
Exercice 2 — Optique (Observation d'un grain de pollen)	10
Planche N°5. Oral CCINP MPI (Arthur Levesque)	11
Exercice N°1 – Filtre (10 à 12 points /20)	11
Exercice N°2 — Mécanique quantique : Puits de potentiel infini	12
Planche N°6. Oral CCINP MPI (Sélééné).....	13
Exercice N°1 : Étude Thermique d'un fusible cylindrique	13
Exercice N°2 : Faisceau cylindrique de particules chargées — Champs et auto-compensation relativiste	14
Planche N°7. Oral CCINP MPI 2025 (Sophie).....	17
Exercice N°1 : Dosage des Ions Nitrates dans un Engrais.....	17
Exercice N°2 : Proton dans un champ magnétique — Mouvement cyclotron et ceintures de Van Allen ..	18
Planche N°8. Oral CCINP MPI 2025 (Mathis)	21
Exercice 1 : Électromagnétisme.....	21
Exercice 2 : Optique - Interférences en lame d'Air.....	21
Planche N°9. Oral ENSEA MPI 2025 (Alvaro ?).....	23
Question de cours :.....	23
Exercice : Modèle classique d'un atome à symétrie sphérique	23
Planche N°10. Oral ENSEA MPI 2025 (Sophie).....	25
Question de cours :.....	25
Exercice : Diffraction par une fente rectangulaire	25
Planche N°11. Oral ENSEA MPI 2025 (Angèle)	27
Question de cours : ??	27
Exercice : Gaz Parfait et Théorie Cinétique des Gaz.....	27

Planche N°1. Oral CCINP MPI 2025, Angèle

Exercice 1 : Étude des ondes planes et sphériques et de leurs interférences (sur 10 points)

On considère une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ_0 placée sur l'axe optique (Oz). Elle émet dans un milieu d'indice n et est située à une distance $D/2$ d'une lentille percée d'un trou circulaire de rayon a au centre la lentille. La lentille est placée dans un plan (Δ) perpendiculaire à (Oz). Ce dispositif produit, à partir de l'onde issue de S , deux ondes :



- une **onde plane** se propageant selon la direction $+\vec{e}_z$;
- une **onde sphérique** divergeant depuis S .

Ces deux ondes se superposent sur un écran (E) perpendiculaire à (Oz), placé à une distance $D/2$ du plan (Δ) (donc à la distance D de la source S).

On choisit l'origine du repère au point O correspondant à l'intersection du plan (Δ) de la lentille et de l'axe (Oz). ainsi S est repéré par $z_S = -D/2$ et l'écran par $z_E = +D/2$.

Les deux ondes sont décrites par le modèle scalaire. Leurs amplitudes complexes en un point M de l'espace s'écrivent :

- $\underline{a}_1 = A e^{i(\omega t - \Phi_1(r))}$, avec $\Phi_1(r) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_{01}$, où $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$
- $\underline{a}_2 = \frac{A}{r} e^{i(\omega t - \Phi_2(r))}$, avec $\Phi_2(r) = kr$, avec $r = SM$.

Questions

- 1 - Déterminer à quelle onde correspond chaque amplitude. Pour l'onde plane, déterminer le vecteur d'onde \vec{k} et la phase à l'origine ϕ_{01} .
- 2 - Pourquoi ce système permet-il d'observer des interférences ? S'agit-il d'un système à division d'amplitude ou à division du front d'onde ?
- 3 - Donner la forme des interférences observées sur l'écran. Préciser la dimension du champ d'interférence en fonction des données du problème.

4 - Application numérique

On donne $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$, $D = 2 \text{ m}$, et $a = 1 \text{ mm}$.

- a. Calculer la dimension du champ d'interférence.
- b. Que devient L si on double la distance D ?

- 5 - Montrer que l'intensité en un point M du plan d'observation est de la forme :

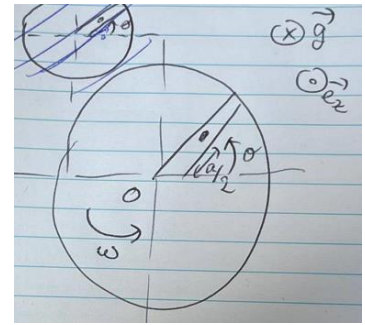
$$I(M) = 2I_0(1 + \cos(\phi))$$

Exprimer I_0 et ϕ en fonction des données du problème.

- 6 - Question non traitée, oubliée

Exercice 2 : Étude dynamique d'un disque en rotation dans une rigole (/10 points)

Un disque de centre O et de rayon a est en rotation uniforme autour d'un axe horizontal $\Delta_1 = (O, \vec{e}_z)$ avec une vitesse angulaire constante ω . L'axe Δ_1 est fixe dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On notera I_Δ le moment d'inertie du disque par rapport à Δ_1 .



Ce disque comporte une rigole linéaire creusée selon un rayon du disque, dans laquelle une bille peut se déplacer sans frottements. On définit la base mobile polaire $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ liée au disque, telle que la rigole soit portée par \vec{e}_r . La position M de la bille est alors repérée par l'angle θ des coordonnées polaires (voir schéma :

angle entre la droite horizontale (O, \vec{e}_x) et (\overrightarrow{OM})). À l'instant $t = 0$, la bille est placée dans une rigole linéaire creusée dans le disque en un point M_0 à la distance $OM_0 = a/2$, avec $\theta(t = 0) = \theta_0 = 0$.



- 1 - Détermination de la position angulaire $x(t)$ de la bille dans la rigole.
- 2 - Déterminer l'expression de la réaction du support en fonction des paramètres du problème.

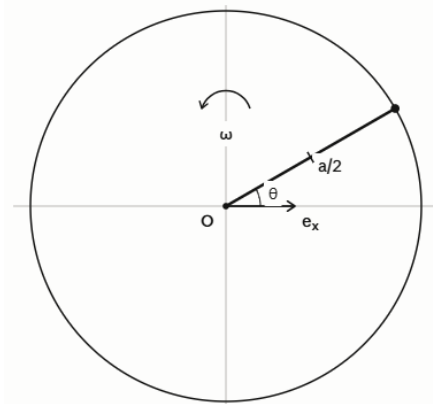


Planche N°2. Oral CCINP MPI 2025 (Séléne ?)

Exercice N°1 : Électrocinétique – Filtre à impédances complexes

On considère un circuit constitué de deux impédances complexes Z_1 et Z_2 associées en série. Une tension d'entrée \underline{u}_e est appliquée aux bornes de l'association série, et on mesure la tension de sortie \underline{u}_s aux bornes de Z_2 .

1 - Schéma et fonction de transfert

- Schématiser le circuit en indiquant clairement \underline{u}_e , Z_1 , Z_2 , \underline{u}_e et \underline{u}_s .
- Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ en fonction de Z_1 et Z_2 .

2 - On suppose que :

- Z_1 est l'association série d'un condensateur C et d'une résistance R .
 - Z_2 est l'association parallèle de ce même condensateur C et de la même résistance R .
- Étudier le comportement asymptotique de $\underline{H}(j\omega)$ en basse fréquence (BF) et en haute fréquence (HF). En déduire la nature du filtre ainsi réalisé.
 - Etablir l'expression de la fonction de transfert.

3 - A quelle condition sur C les tensions \underline{u}_s et \underline{u}_e sont-elles en phase ? Quelle est alors l'amplitude de sortie ?

4 - Suite non traitée et non connue.

Exercice N°2 : Électrostatique – Système de trois charges ponctuelles

Trois charges ponctuelles q_1 , $2q_1$ et q_2 sont placées respectivement en $A(-a, 0)$, $O(0,0)$ et $B(a, 0)$. Le système est symétrique par rapport à l'axe (Oy) .

1 - Lignes de champ et équipotentielles

- Identifier sur le schéma fourni ci-dessous les lignes de champ électrique et les équipotentielles associées à ce système de charges.
- Justifier pourquoi $q_1 = q_2$. Déterminer le signe de q_1 .

2 - Considérons un point de coordonnées $M(a, a)$. Exprimer le vecteur champ électrique $\vec{E}(M)$ en fonction de q_1 , a , ϵ_0 et des vecteurs unitaires \vec{u}_x et \vec{u}_y .

3 - On place une charge $+e$ au point $M(a, a)$, et on considère dans la suite que $q_1 = +e$

- Quelle énergie faut-il fournir pour amener la charge $+e$ du point $M(a, a)$ au point $(-a, a)$?
- Même question pour un déplacement de $M(a, a)$ à $(0, -a)$.

Il y avait deux questions supplémentaires non connues, par exemple :

4- Potentiel électrique en M (question complémentaire proposée)

a. Donner l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ au point $M(a, a)$ en fonction de q_1 , a et ϵ_0 (on prendra $V \rightarrow 0$ à l'infini).

b. Retrouver les résultats des questions **3.a** et **3.b** par cette méthode énergétique. Commenter la cohérence avec la première approche.

5- Étude du champ sur l'axe (Oy) (question complémentaire proposée)

Soit $P(0, y)$ un point de l'axe (Oy) avec $y > 0$.

a. En utilisant des arguments de symétrie, montrer que le vecteur champ électrique $\vec{E}(P)$ est nécessairement colinéaire à \vec{u}_y .

b. Établir l'expression de $\vec{E}(P)$ en fonction de q_1 , a , y , ϵ_0 et \vec{u}_y .

c. Étudier les comportements aux limites $y \rightarrow 0^+$ et $y \rightarrow +\infty$. Interpréter physiquement le terme dominant à grande distance.

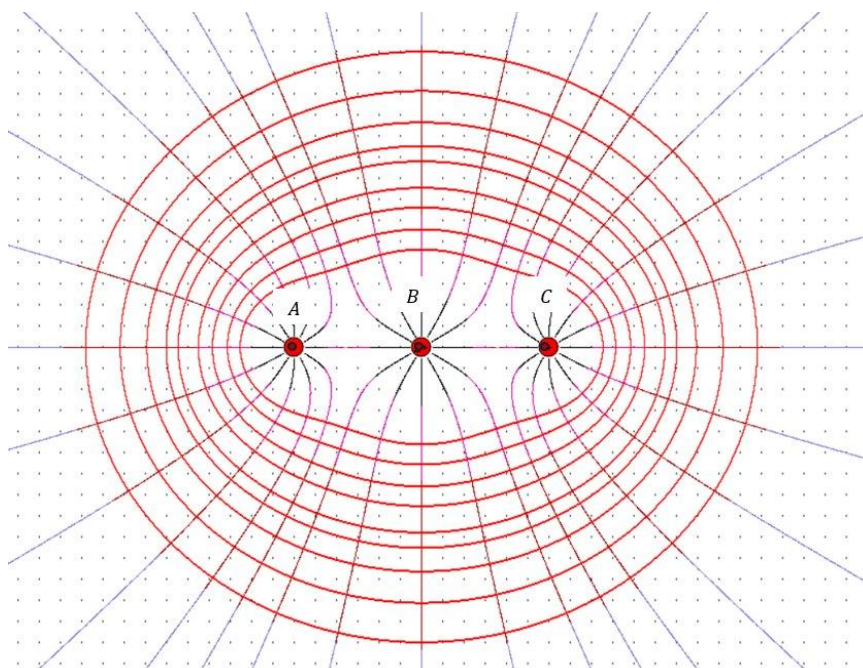
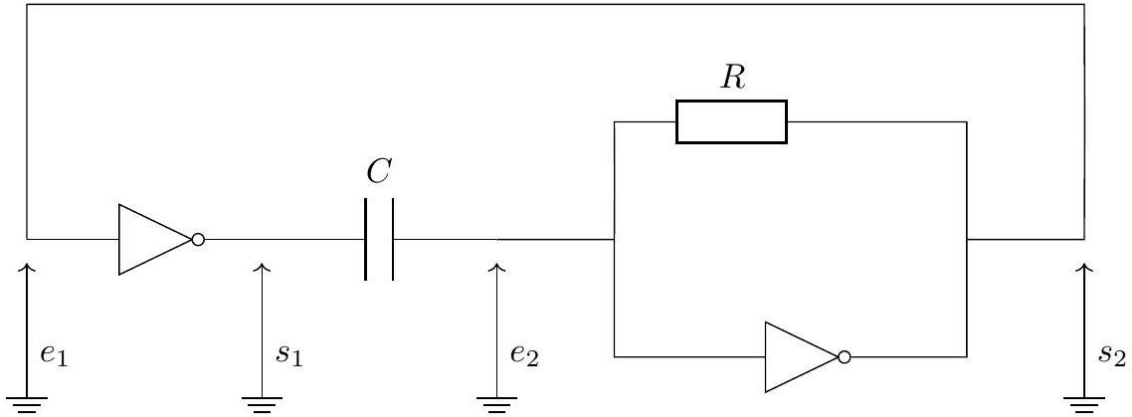


Planche N°3. Oral CCINP MPI 2025 (Timéo)

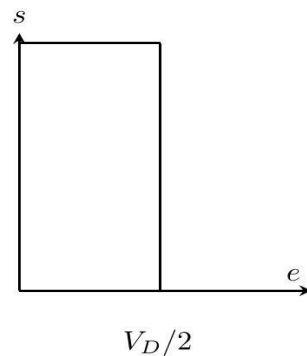
Exercice 1 : Oscillateur à portes logiques

On considère le montage suivant, constitué de deux portes NOT en cascade, d'un condensateur C entre les deux portes, d'une résistance R en parallèle de la seconde porte, et d'une rétroaction directe de la sortie s_2 vers l'entrée e_1 :



Les portes NOT sont supposées idéales, alimentées entre 0 et V_D , avec la caractéristique fournie : la sortie vaut V_D tant que l'entrée est inférieure à $V_D/2$, et bascule à 0 dès que l'entrée dépasse $V_D/2$. Les entrées des portes ont une impédance d'entrée infinie (aucun courant absorbé).

Caractéristique de la porte NOT



Questions.

- 1 - Réaliser une porte NOT à l'aide d'une (ou plusieurs) porte(s) NAND. Justifier à l'aide d'une table de vérité.
- 2 - On suppose dans la première partie de cette question qu'il existe un état stationnaire dans le circuit. En déduire qu'il ne peut exister d'état stationnaire. Le circuit est-il astable, monostable ou bistable ?
- 3 - Pour la suite, on suppose qu'à $t = 0^+$ le circuit vient de basculer, ce qui donne :

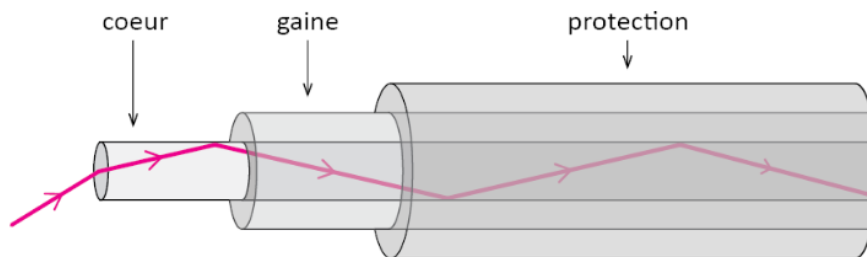
$$e_2(0^+) = \frac{3V_D}{2}, \quad s_2(0^+) = 0.$$

Donner l'expression de $e_2(t)$ pour $t \geq 0$ (tant que le circuit reste dans cette phase).

- 4 - Donner l'expression de $e_1(t)$ pendant cette phase.
- 5 - En déduire le comportement global du circuit, et notamment sa période d'oscillation.
- 6 - Démontrer que la période T ne dépend pas de la tension d'alimentation V_D .

Exercice 2 : Etude d'une fibre optique

On s'intéresse à une fibre optique à saut d'indice de longueur L , qui possède une structure en trois couches : un cœur d'indice n_1 , entouré d'une gaine d'indice n_2 et d'une couche de protection opaque. Les rayons lumineux sont guidés dans la fibre par réflexions totales successives à l'interface entre le cœur et la gaine.



Fibre optique à saut d'indice (schéma E. Thibierge)

Le cœur de la fibre est en verre d'indice optique $n_1 = 1,5$ tandis que l'indice optique de la gaine est de $n_2 = 1,45$.

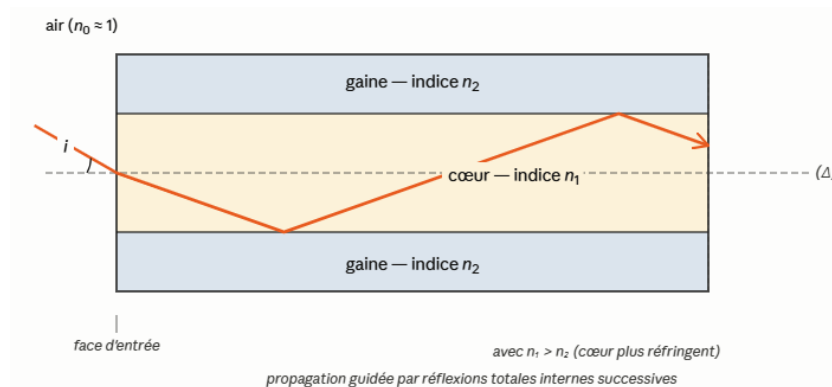


Schéma de la fibre optique

La fibre est plongée dans l'air d'indice $n_0 \approx 1$. Un rayon lumineux pénètre dans la fibre par sa face d'entrée plane sous un angle d'incidence i (mesuré entre le rayon lumineux incident et l'axe de la fibre Δ , cf schéma ci-dessus).

- 1 - Déterminer l'angle i_{lim} pour que le signal soit *totalemment transmis*. On exprimera le résultat en fonction de n_1 et n_2 , et on identifiera l'ouverture numérique $ON = \sin(i_{lim})$. Faire l'application numérique.
- 2 - Exprimer la longueur totale L_p effectivement parcourue par un rayon ayant pénétré dans la fibre sous l'angle i , en fonction de L , n_1 et i . En déduire les valeurs minimale et maximale de L_p .
- 3 - À la suite d'un flash lumineux bref (durée d'émission négligeable) émis à l'entrée de la fibre dans l'ensemble du cône d'acceptance, déterminer la durée τ de l'impulsion reçue à la sortie. Cet étalement temporel est appelé *dispersion intermodale*. Faire l'application numérique pour $L = 1 \text{ km}$.
- 4 - En supposant que le récepteur doit pouvoir distinguer deux impulsions consécutives à la sortie, en déduire le débit binaire maximal D_{max} (en bit/s) que peut transmettre cette fibre. Faire l'application numérique pour $L = 1 \text{ km}$ et commenter.

Planche N°4. Oral CCINP MPI 2025 (Arthur Lenoël)

Exercice I — Filtrage

On considère trois circuits RLC série, alimentés par une tension $u_e(t)$ et délivrant une tension de sortie $u_s(t)$ aux bornes de la résistance R .

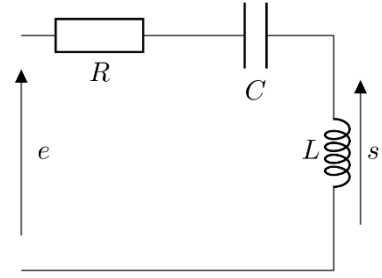
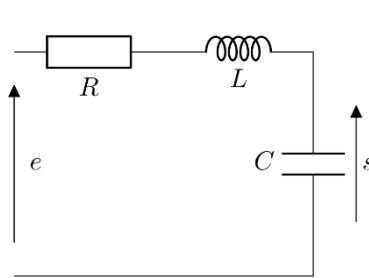
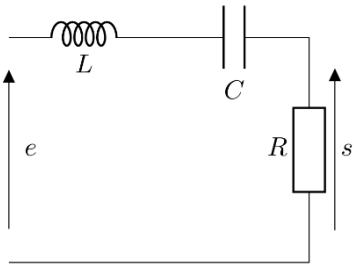
On considère le circuit RLC série représenté ci-dessous, alimenté par une tension $u_e(t)$. La tension de sortie $u_s(t)$ est prélevée aux bornes de l'un des trois composants (R, L ou C).

1 - On s'intéresse aux trois circuits suivants :

(a) u_s aux bornes de R

(b) u_s aux bornes de C

(c) u_s aux bornes de L

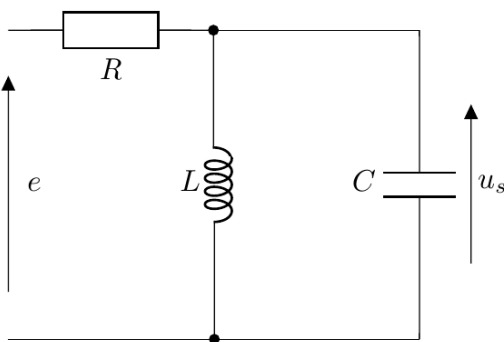


Déterminer en justifiant lequel de ces trois circuits correspond à un filtre passe-bande.

2 - Définir le facteur de qualité Q du circuit. Quelle information physique donne-t-il sur la sélectivité du filtre ?

3 - On étudie à présent le circuit ci-dessous, constitué d'une résistance R en série avec un dipôle composé d'une inductance L en parallèle avec un condensateur C . La tension d'entrée $u_e(t)$ est appliquée aux bornes de l'ensemble, la tension de sortie $u_s(t)$ est prélevée aux bornes du dipôle $L \parallel C$ (cf. schéma joint).

Données : $R = 20 \text{ k}\Omega, L = 1 \text{ H}, C = 250 \text{ nF}$.



Quel type de filtre réalise-t-il (analyse qualitative) ?

Établir pour ce filtre la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$ et la mettre sous la forme canonique :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction de R, L et C .

4- **Application numérique.** Calculer ω_0 , la fréquence correspondante f_0 , le facteur de qualité Q ainsi que la largeur de bande passante $\Delta\omega$ à -3 dB .

5- On applique à l'entrée un signal carré d'amplitude E (alternant entre $-E$ et $+E$), de pulsation fondamentale $\omega = 2000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, dont le développement en série de Fourier est donné par :

$$u_e(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{4E}{\pi(2k+1)} \sin((2k+1)\omega t)$$

Déterminer le signal de sortie $u_s(t)$, en se limitant aux premiers harmoniques significatifs. Commenter qualitativement le rôle joué par le filtre.

- 6- On remplace désormais l'inductance par $L' = 0,1$ H. Déterminer avec cette nouvelle condition le signal de sortie $u_s(t)$ en ne retenant que la (ou les) composante(s) significative(s). A quoi correspond la fonction réalisée par ce circuit dans cette nouvelle configuration ?

Exercice 2 — Optique (Observation d'un grain de pollen)

On dispose d'une image d'un grain de pollen de diamètre environ $d = 10 \mu\text{m}$.

Partie A — L'œil humain

- 1 - Donner un ordre de grandeur du punctum proximum et de l'angle minimum de résolution de l'œil humain.
- 2 - En déduire la taille minimale d'un objet situé au punctum proximum pour être observable à l'œil nu.
- 3 - Le grain de pollen est-il visible à l'œil nu ? Justifier.

Partie B — Lumière visible et microscopie

- 1 - Rappeler le domaine de longueurs d'onde du spectre visible.
- 2 - Calculer les énergies (en eV) correspondant aux deux extrémités de ce domaine.
- 3 - Sachant que l'on peut observer sur l'image des détails environ 100 fois plus petits que la taille du grain, cette image peut-elle provenir d'un microscope optique ? Justifier.
- 4 - Autre question inconnue.

(Question proposée à la place de la question manquante) Pour observer ces détails, on utilise un **microscope électronique**. Une particule de quantité de mouvement p est associée à une onde de longueur d'onde dite *de Broglie* : $\lambda_{dB} = h/p$. Calculer la longueur d'onde minimale et l'énergie cinétique minimale (en eV) que doivent posséder les électrons utilisés pour permettre l'observation des détails de l'image. On supposera les électrons non relativistes et on prendra pour le critère de résolution $\lambda_{dB} \leq d_{\text{détail}}$.

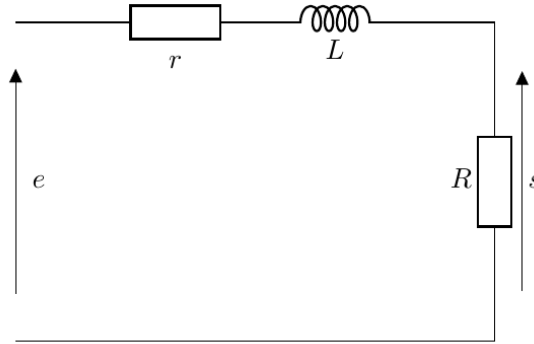
Données :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$
- $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$
- Masse de l'électron (pour la question B.4) : $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Planche N°5. Oral CCINP MPI (Arthur Levesque)

Exercice N°1 – Filtre (10 à 12 points /20)

On considère le circuit ci-dessous, constitué d'une bobine (inductance L et résistance interne r) en série avec une résistance R . La tension d'entrée $e(t)$ est appliquée aux bornes du circuit, la tension de sortie $s(t)$ est mesurée aux bornes de R .



Données numériques : $L = 100 \text{ mH}$; $r = 10 \Omega$; $R = 100 \Omega$; $E = 5 \text{ V}$ (amplitude du créneau)

- 1 - Analyse qualitative.** Sans calcul, déterminer le type de filtre réalisé. Justifier par une analyse aux limites ($\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow +\infty$).
- 2 - Fonction de transfert.** Calculer $\underline{H}(j\omega) = \underline{s}/\underline{e}$ et la mettre sous forme canonique

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j \omega / \omega_c}$$

Identifier H_0 et la pulsation de coupure à -3 dB ω_c en fonction de R , r et L . Effectuer l'application numérique.

- 3 - Diagramme de Bode.** Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase. Préciser les valeurs particulières (gain BF, valeur à ω_c , asymptote HF, phase à ω_c).
- 4 - Réponse à un signal carré.** On applique en entrée un signal carré périodique de période T et d'amplitude E , défini par

$$e(t) = \begin{cases} E & \text{si } 0 \leq t < \alpha T \\ 0 & \text{si } \alpha T \leq t < T, \end{cases}$$

α désignant le rapport cyclique.

Trois configurations de période sont étudiées :

- $T_a = 100 \text{ ms}$;
- $T_b = 5 \text{ ms}$;
- $T_c = 0,1 \text{ ms}$.

Pour chaque configuration, analyser qualitativement le signal de sortie $s(t)$, représenter son allure (chronogramme) sur deux périodes de l'entrée pour $\alpha = 0,5$, et préciser le rôle joué par les paramètres α , E , T , L , R et r .

Exercice N°2 — Mécanique quantique : Puits de potentiel infini

On considère une particule quantique non relativiste de masse m placée dans un puits de potentiel infini unidimensionnel, défini par :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}$$

On suppose que la particule se trouve dans un état stationnaire. Les fonctions d'onde propres normalisées sont données par :

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right), n = 1, 2, 3, \dots$$

On travaille dans le cadre de l'équation de Schrödinger non relativiste. La fonction d'onde stationnaire $\varphi(x)$ d'énergie E vérifie l'équation aux valeurs propres :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + V(x)\varphi(x) = E\varphi(x)$$

Questions

- 1- On pose $E_1 = \hbar\omega_0$. Déterminer ω_0 et exprimer l'énergie E_n du niveau n en fonction de ω_0 .
- 2- Déterminer complètement $\varphi_n(x)$.
- 3- Complément proposé : Application numérique à une boîte quantique

On considère un électron ($m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg) confiné dans une nanostructure semi-conductrice modélisée par un puits de largeur $a = 1,0$ nm.

- a. Calculer numériquement E_1 en eV. Comparer à $k_B T$ à température ambiante et conclure sur l'influence thermique.
 - b. Calculer la longueur d'onde $\lambda_{2 \rightarrow 1}$ du photon émis lors d'une transition $n = 2 \rightarrow n = 1$. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe-t-elle ?
- 4- Rappeler l'équation de Schrödinger dépendante du temps et déterminer la fonction d'onde dépendante du temps $\Psi_n(x, t)$ telle que $\Psi_n(x, t = 0) = \varphi_n(x)$. Calculer la densité de probabilité de présence $|\Psi_n(x, t)|^2$ et justifier l'appellation *état stationnaire*.

- 5- On prépare la particule dans l'état initial : $\Psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1(x) + \varphi_2(x))$

Déterminer à présent pour $t > 0$ la fonction d'onde $\Psi(x, t)$ telle que :

$$\Psi(x, t = 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1(x) + \varphi_2(x))$$

- 6- Exprimer la densité de probabilité de présence $P(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$. En déduire que la fonction d'onde oscille à une fréquence ν que l'on déterminera. La fonction d'onde décrit-elle un état stationnaire ? Justifier.

Données : Constante de Planck réduite : \hbar ; Masse de la particule : m ; Largeur du puits : a

7- (*Approfondissement non demandé*) Calculer la valeur moyenne de la position $\langle x \rangle(t)$. Montrer qu'elle oscille à la fréquence ν autour d'une valeur moyenne que l'on précisera (*Indication* : le calcul de $\int_0^a x \sin(\pi x/a) \sin(2\pi x/a) dx$ se fait par linéarisation). En quoi ce résultat justifie-t-il que la transition $2 \rightarrow 1$ s'accompagne d'une émission électromagnétique ? Faire le lien avec un dipôle oscillant classique.

Planche N°6. Oral CCINP MPI (Séléné)

Exercice N°1 : Étude Thermique d'un fusible cylindrique

On étudie un **fil métallique cylindrique** (le « fusible ») de longueur L et de diamètre D , de section droite $S = \frac{\pi D^2}{4}$, dont les deux extrémités sont fixées sur des bornes en cuivre massives jouant le rôle de **thermostats** maintenus à la température ambiante T_0 . Le fil est entouré d'air à la même température T_0 .



Le fil est parcouru par un courant continu d'intensité I supposée uniforme. On note :

- γ la conductivité **électrique** du métal du fil ;
- λ la conductivité **thermique** du métal ;
- ρ_m sa masse volumique et c sa capacité thermique massique ;
- h le coefficient de transfert thermique convectif entre le fil et l'air environnant ;
- $T(x, t)$ la température du fil à l'abscisse x et à l'instant t .

Le flux thermique élémentaire échangé par convection avec l'air, à travers une portion $d\Sigma$ de la surface latérale du fil, est donné par la **loi de Newton** :

$$\delta\Phi_{\text{conv}} = h (T(x, t) - T_0) d\Sigma$$

- 1- Donner la dimension et l'unité SI de h .
- 2- Établir l'expression de la **puissance volumique** p_J dissipée par effet Joule dans le fil, en fonction de γ , I et S .
- 3- En déduire l'énergie δW_J créée par effet Joule dans une tranche de longueur dx comprise entre $[x, x + dx]$ du fil métallique pendant la durée dt .
- 4- Donner de même l'énergie δW_{conv} dissipée pour cette tranche pendant dt .
- 5- En effectuant un **bilan d'enthalpie** sur la tranche $[x, x + dx]$ pendant dt , et en se plaçant en **régime stationnaire**, montrer que $T(x)$ vérifie une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - k^2 T(x) = -k^2 T_0 + A$$

On précisera les expressions de k et de A en fonction des données.

- 7- Résoudre cette équation avec les conditions aux limites appropriées. Donner l'expression de $T(x)$, tracer l'allure de la courbe, et discuter : **à quelle condition sur I le fusible peut-il fondre ?** On notera T_{fus} la température de fusion du métal.

Proposition de suite à l'exercice

- 8- Application numérique — Fusible domestique en étain

On étudie le cas d'un fusible **en étain** (matériau classique pour les fusibles ménagers, sa température de fusion modérée le rendant bien adapté à cet usage). Le fil cylindrique a pour caractéristiques géométriques :

$$L = 2,0 \text{ cm}, \quad D = 0,5 \text{ mm}$$

Il est placé dans l'air ambiant à $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, en convection naturelle.

Données pour l'étain (Sn) :

Grandeur	Symbole	Valeur
Conductivité électrique	γ	$9,17 \times 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Conductivité thermique	λ	$67 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Température de fusion	T_{fus}	$232 \text{ }^\circ\text{C}$

Coefficient d'échange convectif (air, convection naturelle) :

$$h \approx 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

Question. Calculer numériquement :

(a) la section S , le paramètre k et la longueur caractéristique $\ell = 1/k$; conclure sur le **régime** ($kL/2$ « petit » ou « grand ») ;

(b) le **courant de fusion** I_{fus} ;

(c) comparer cette valeur à celle prédite par un modèle « fil infiniment long » (négligeant la conduction par les bornes en cuivre) et commenter ;

(d) la puissance dissipée par effet Joule au moment de la fusion, et un ordre de grandeur du temps caractéristique de mise en régime stationnaire.

Exercice N°2 : Faisceau cylindrique de particules chargées — Champs et auto-compensation relativiste

On considère un **faisceau cylindrique infini** de particules chargées (par exemple un faisceau d'électrons issus d'un canon, ou un faisceau de protons dans un accélérateur), de **rayon** R et d'axe (Oz). Toutes les particules :

- portent la même charge élémentaire q' ($q' = -e$ pour des électrons, $q' = +e$ pour des protons) ;
- sont animées de la même **vitesse** $\vec{v} = v \vec{u}_z$, parallèle à l'axe ;
- ont une **densité volumique** n (nombre de charges par unité de volume) supposée uniforme à l'intérieur du cylindre.

On se place en **régime stationnaire**, et on cherche à déterminer le champ électromagnétique créé par le faisceau lui-même.

1. Calculer le champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) pour $r > R$ (à l'extérieur du faisceau).

2. Calculer le champ électromagnétique pour $r < R$ (à l'intérieur du faisceau).

3. Expliquer **pourquoi le faisceau s'élargit** au cours de sa propagation. Discuter le comportement dans la limite **ultra-relativiste** $v \rightarrow c$.

4- Application numérique — Faisceau de protons du LHC

On souhaite appliquer cette étude au **Grand Collisionneur de Hadrons (LHC)** au CERN, qui transporte des paquets denses de protons à très haute énergie sur une circonférence de 27 km.

Paramètres typiques d'un paquet (« bunch ») de protons en arc, configuration nominale :

Grandeur	Valeur
Énergie par proton	$E = 7 \text{ TeV}$
Nombre de protons par paquet	$N_p = 1,15 \times 10^{11}$
Longueur d'un paquet (longitudinale)	$L_p \approx 30 \text{ cm}$
Rayon transverse du paquet	$R \approx 0,3 \text{ mm}$

Données : $m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$, $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$, $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

Question. Calculer numériquement :

- (a) le facteur de Lorentz $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ et la densité volumique n de protons dans un paquet ;
- (b) la force de répulsion **purement électrique** F_E qui s'exercerait sur un proton situé en $r = R$ si l'on négligeait le champ magnétique ;
- (c) la force totale F effectivement subie, en tenant compte de la compensation magnétique ;
- (d) la **distance caractéristique de propagation** au bout de laquelle l'élargissement du faisceau devient significatif, avec et sans la compensation ; conclure sur l'importance pratique de l'effet relativiste.

Planche N°7. Oral CCINP MPI 2025 (Sophie)

Exercice N°1 : Dosage des Ions Nitrates dans un Engrais

L'azote (symbole N) est l'un des éléments chimiques les plus importants pour la croissance des plantes. Il est puisé dans le sol où il se trouve essentiellement sous deux formes : les ions nitrate NO_3^- (azote dit *nitrique*) et les ions ammonium NH_4^+ (azote *ammoniacal*).

Les engrais azotés permettent d'enrichir le sol en ces ions, mais leur usage doit être contrôlé : les nitrates étant peu retenus par le sol, ils sont entraînés vers les eaux superficielles (lacs, rivières) et souterraines (nappes phréatiques), où une concentration excessive peut nuire à la santé des consommateurs.

L'objectif de cet exercice est de **déterminer le pourcentage massique en azote nitrique** d'un engrais azoté liquide par titrage des ions nitrate, et de comparer le résultat aux indications de l'étiquette.

Extrait d'étiquette — Engrais azoté liquide :

24 % d'azote (N) total, dont :

- 11 % d'azote *uréique* ;
- 6 % d'azote *nitrique* ;
- 7 % d'azote *ammoniacal*.

Une masse $m = 2,5 \text{ g}$ d'engrais liquide est placée dans une fiole jaugée de 250 mL, complétée jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée : on obtient une solution notée (S).

Dans un erlenmeyer, on introduit un volume $V_0 = 25,0 \text{ mL}$ de la solution (S), puis un volume $V_1 = 20,0 \text{ mL}$ d'une solution de **sel de Mohr** de concentration en ions fer (II) $[Fe^{2+}] = 0,20 \text{ mol} \cdot L^{-1}$. L'ajout de 5 mL d'acide sulfurique permet d'acidifier le mélange.

L'ensemble est porté à **douce ébullition** car la réaction est lente. Les ions nitrate de l'engrais réagissent de façon **totale** avec les ions fer (II) Fe^{2+} pour former des ions Fe^{3+} et du monoxyde d'azote $NO_{(g)}$.

Après refroidissement, les ions fer (II) **en excès** (ceux qui n'ont pas réagi avec les ions nitrate) sont titrés par une solution de dichromate de potassium ($2K^+ + Cr_2O_7^{2-}$) de concentration $C_2 = 1,7 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$ en ions dichromate, et forment des ions Cr^{3+} et Fe^{3+} . L'équivalence est repérée par un indicateur coloré d'oxydoréduction, l'**orthophénantroline ferreuse**.

L'équivalence est obtenue pour un volume $V_E = 10,0 \text{ mL}$ de solution de dichromate de potassium versé dans l'erlenmeyer.

- 1- Cette méthode de titrage met en jeu deux réactions. Comment appelle-t-on ce type de titrage ? justifier son intérêt.
- 2- Les ions nitrate étant l'espèce limitante, déterminer la valeur de la quantité de matière en ions nitrate $n(NO_3^-)$ dans la solution (S), donc dans 2,5 g d'engrais liquide.
- 3- Calculer le pourcentage massique en azote nitrique de l'engrais titré. Obtient-on le même ordre de

Exercice N°2 : Proton dans un champ magnétique — Mouvement cyclotron et ceintures de Van Allen

On étudie le mouvement d'un **proton** (charge $q = +e$, masse m_p) plongé dans un champ magnétique uniforme, puis l'application de ces résultats au piégeage des particules dans le champ magnétique terrestre (**ceintures de Van Allen**, découvertes en 1958 par les premières sondes spatiales). On néglige tout effet relativiste dans la **partie A** ; on discutera de cette approximation dans la **partie B**.

Données :

- Masse du proton : $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$;
- Charge élémentaire : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$;
- Rayon de la Terre : $R_T = 6\,400 \text{ km}$;
- Champ magnétique terrestre à la surface (équatorial) : $B_S \approx 5,0 \times 10^{-5} \text{ T} = 50 \mu\text{T}$.

Partie A — Mouvement cyclotron et hélicoïdal

Le proton entre dans une zone où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{u}_z$, avec une vitesse initiale.

A.1. On suppose dans cette question que la vitesse initiale est $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$, perpendiculaire à \vec{B} . On admet que le mouvement obtenu est **circulaire uniforme**. Donner les caractéristiques du cercle décrit :

- son **plan** ;
- son **rayon** r_L (*rayon de Larmor* ou *rayon de giration*) ;
- la position de son **centre** ;
- la **pulsation** ω_c (*pulsation cyclotron*) et la période T_c associée.

Préciser le **sens de rotation** du proton vu d'un observateur situé sur l'axe (Oz) orienté positivement.

A.2. On suppose maintenant que la vitesse initiale possède une composante longitudinale :

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \vec{u}_x + v_{0z} \vec{u}_z$$

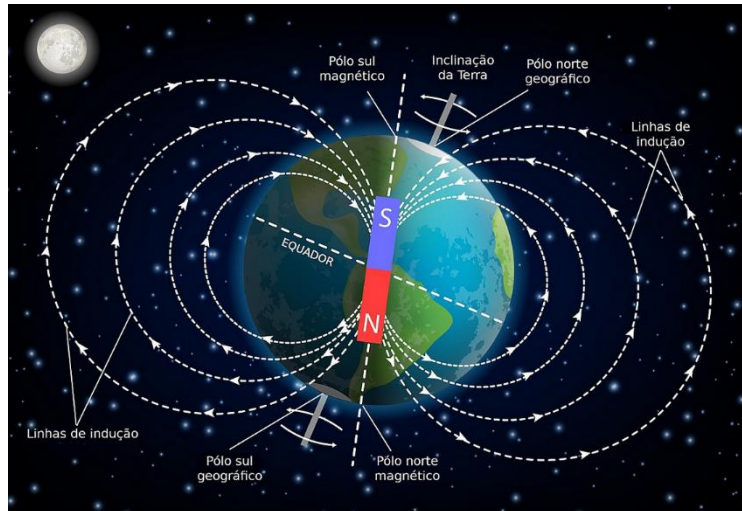
Décrire qualitativement la nouvelle nature du mouvement et tracer son allure. Justifier la dénomination de « **mouvement hélicoïdal autour des lignes de champ** » : on précisera notamment pourquoi le mouvement reste confiné dans un *tube* de section circulaire centré sur la ligne de champ.

Partie B — Application : ceintures de Van Allen

Enoncé exact non connu

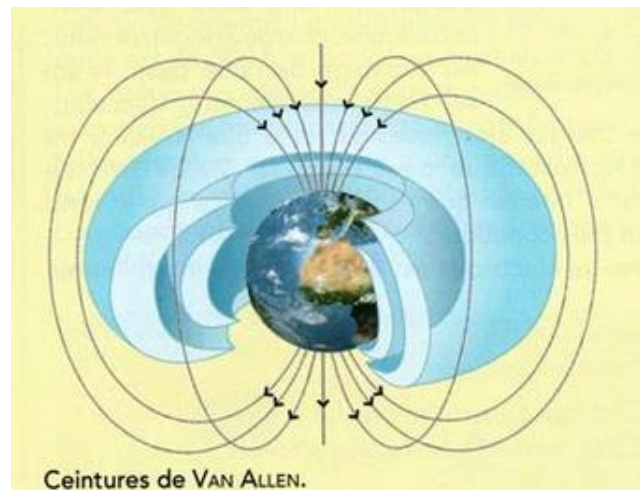
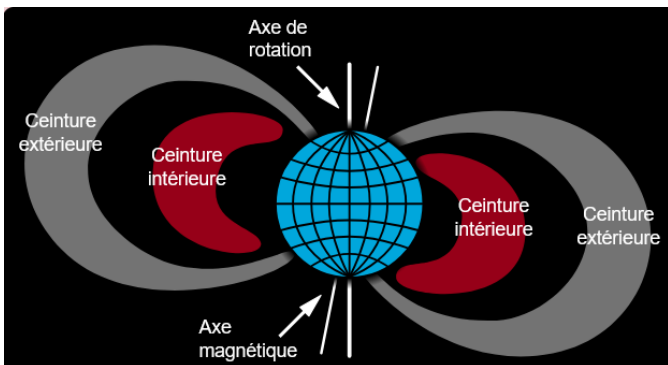
La Terre crée un champ magnétique dont la structure, à grande distance, est celle d'un **dipôle magnétique** : aux pôles magnétiques, les lignes de champ sortent de la Terre, s'incurvent et y rentrent. Sur l'équateur magnétique, et à toute distance r du centre de la Terre, on admettra le modèle simplifié :

$$B(r) = B_S \left(\frac{R_T}{r} \right)^3$$



Les particules chargées d'origine cosmique (protons, électrons) qui pénètrent cette région se retrouvent **piégées** : elles décrivent autour de chaque ligne de champ un mouvement hélicoïdal du type étudié à la partie A. Il en résulte deux zones où la densité de particules énergétiques est très élevée : la **ceinture interne** (essentiellement protonique, située entre $\sim 1\,000$ et $6\,000\text{ km}$ d'altitude) et la **ceinture externe** (essentiellement électronique, entre $\sim 13\,000$ et $60\,000\text{ km}$). Sur les images des sondes, ces zones forment deux **arcs** colorés autour de la Terre.

B.1. Calculer la valeur du champ magnétique à une **altitude** $h = 3\,200\text{ km}$ au-dessus de la



surface.

B.2. Pour un proton typique de la ceinture interne, d'énergie cinétique $E_c = 10\text{ MeV}$:

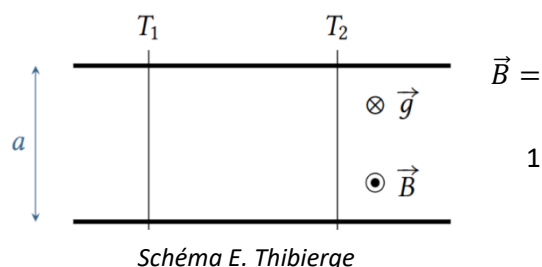
- calculer sa vitesse v et vérifier que l'approximation non relativiste reste raisonnable ;
- calculer son rayon de Larmor r_L à l'altitude $h = 3\,200\text{ km}$, ainsi que la période cyclotron T_c ;
- comparer r_L à l'altitude h et conclure sur la validité du modèle « hélicoïdal » (mouvement piégé sur la ligne de champ).

B.3. Donner une **fourchette de la distance minimale** entre le « plus petit arc » des ceintures et la surface de la Terre. Justifier cette fourchette par deux arguments physiques distincts.

Planche N°8. Oral CCINP MPI 2025 (Mathis)

Exercice 1 : Électromagnétisme

On considère deux rails de Laplace parallèles séparés d'une distance a et plongés dans un champ magnétique uniforme $B\vec{e}_z$. Deux barres métalliques sont placées sur ces rails, formant un circuit de résistance R . À $t = 0$, on pousse la barre vers la barre 2 dans la direction \vec{e}_x avec une vitesse initiale $v_1(0) = v_0$ et $v_2(0) = 0$.



Questions :

- 1 - Établir les équations différentielles couplées vérifiées par les vitesses $v_1(t)$, et $v_2(t)$.
- 2 - Etablir les expressions de ces vitesses v_1 et v_2 .
- 3 - Etablir l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant

Exercice 2 : Optique - Interférences en lame d'Air

Un interféromètre de Michelson est réglé en configuration lame d'air : les miroirs M_1 et M_2' (image de M_2 par la séparatrice) sont parallèles et séparés d'une épaisseur e . Le dispositif est éclairé sous incidence normale et l'on observe les franges à l'infini, projetées sur un écran à l'aide d'une lentille convergente.

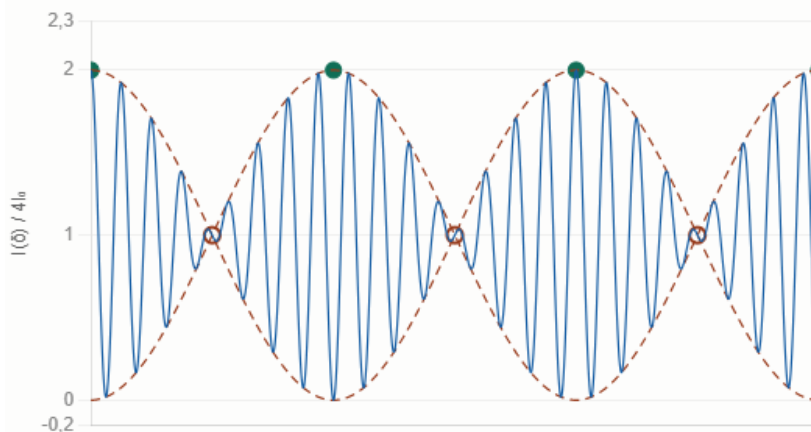
L'écran est muni d'un capteur lumineux (photodétecteur) placé au centre des anneaux. Le signal est relié à un enregistreur analogique qui trace l'intensité $I(t)$ reçue au cours du temps.

La source est constituée de deux radiations de même intensité, de longueurs d'onde voisines :

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}, \quad \lambda_2 = \lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \quad \text{avec} \quad \Delta\lambda \ll \lambda_0$$

Le miroir M_2 est translaté à vitesse constante v parallèlement à son axe optique. On repère sa position par $x(t)$, le mouvement débutant à la position initiale x_i et s'achevant à $x_f > x_i$.

L'enregistreur fournit le signal $I(t)$ qui a l'allure ci-dessous (pas à l'échelle pour plus de lisibilité) : on observe des oscillations rapides dont l'amplitude est modulée par une enveloppe lente (phénomène de battements), avec des zones de brouillage périodiques où le contraste s'annule.



Q1. Exprimer l'intensité $I(\delta)$ reçue au centre de l'écran en fonction de la différence de marche δ . Le résultat est-il cohérent avec la figure observée ? Préciser, en fonction de δ , les positions des coïncidences et anti-coïncidences.

La suite de l'exercice n'est pas connue, proposition :

Q2. Application numérique au doublet jaune du sodium. On donne : $\lambda_0 = 589,3$ nm, $\Delta\lambda = 0,6$ nm, et la vitesse du miroir $v = 100 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- (d) Calculer le déplacement Δx du miroir M_2 entre deux brouillages successifs.
- (e) En déduire la longueur de cohérence ℓ_c de la source.
- (f) Calculer les fréquences temporelles f_{rap} et f_{env} du signal détecté, ainsi que leurs périodes.

Q3. Généralisation à une raie élargie . On remplace le doublet par une raie spectrale unique, centrée sur λ_0 , de profil gaussien et de largeur (mi-hauteur) $\Delta\lambda$. La densité spectrale est :

$$\rho(\lambda) = \frac{I_{\text{tot}}}{\sigma_\lambda \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2\sigma_\lambda^2}\right)$$

- (a) Sans calcul détaillé, justifier que $I(\delta)$ s'écrit sous la forme :

$$I(\delta) = I_{\text{tot}} \left[1 + V(\delta) \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) \right]$$

et donner l'expression de $V(\delta)$ en fonction de la transformée de Fourier de ρ .

- (b) Esquisser l'allure de $I(\delta)$. Le phénomène de battements subsiste-t-il ?
- (c) Définir la longueur de cohérence ℓ_c et la relier à $\Delta\lambda$. Quel théorème permet d'obtenir ce résultat ?

Planche N°9. Oral ENSEA MPI 2025 (Alvaro ?)

Question de cours :

Dispositif de Young, différence de marche, figures d'interférences.

Exercice : Modèle classique d'un atome à symétrie sphérique

On considère un modèle d'atome à symétrie sphérique de centre O, constitué de :

- un noyau ponctuel placé en O portant Z protons de charge $+e$;
- un cortège électronique réparti dans la boule de centre O et de rayon R , avec une densité volumique de charge

$$\rho(r) = A r^n \quad \text{pour } 0 \leq r \leq R$$

où A est une constante (de signe à déterminer) et n un réel. À l'extérieur de la boule, $\rho(r) = 0$.

L'atome est globalement **électriquement neutre**.

Données numériques (pour la question 5)

- $Z = 1$ (atome d'hydrogène)
- $R = a_0 = 53 \text{ pm}$ (rayon de Bohr)
- $n = 2$
- $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

Questions

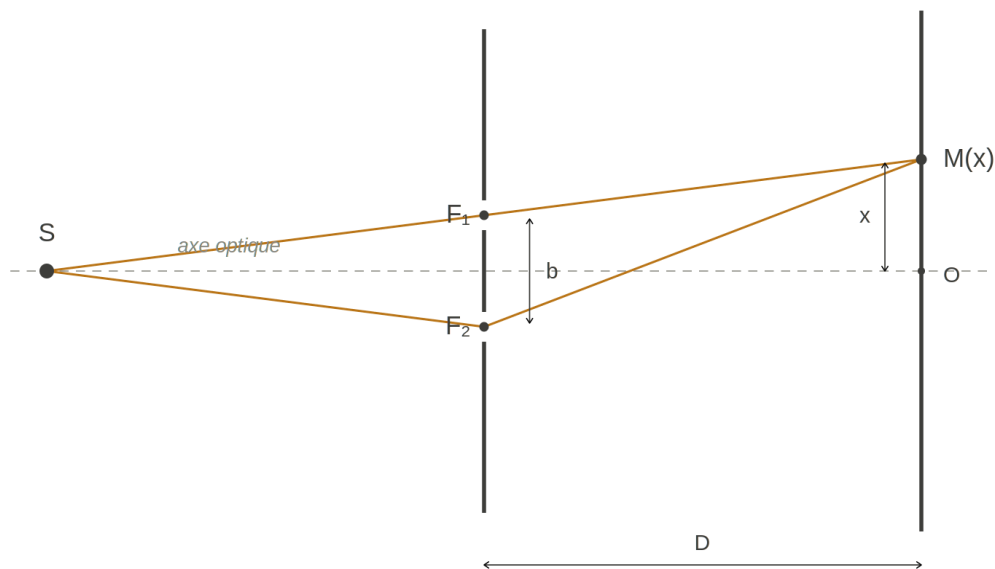
- 1- Faire un schéma clair de l'atome .
- 2- Exprimer la constante A en fonction de Z, e, R et n .
- 3- Justifier que cette expression n'a de sens que pour $n > -3$.
- 4- Calculer le champ électrique $E(r)$ puis le potentiel $V(r)$ en tout point de l'espace, en prenant $V(\infty) = 0$. Vérifier la continuité en $r = R$.
- 5- **Application numérique** : pour les données ci-dessus, calculer $E(R/2)$ et $V(R/2)$. Commenter l'ordre de grandeur.

Planche N°10. Oral ENSEA MPI 2025 (Sophie)

Question de cours : Etablir l'équation de diffusion de la chaleur

Exercice : Diffraction par une fente rectangulaire

Une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde centrale $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ éclaire deux fentes (ou trous) d'Young F_1 et F_2 distantes de b , percées dans un écran opaque. On observe les figures d'interférences sur un écran parallèle au plan des fentes, situé à la distance $D \gg b$. Soit $M(x)$ un point de l'écran repéré par son abscisse x comptée depuis l'axe optique.



Dispositif des fentes d'Young

Données : $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$; b et D supposés connus avec $D \gg b$ et $D \gg |x|$.

Questions

Q1. Donner l'ordre de grandeur de la longueur de cohérence ℓ_c d'une source de lumière. On distinguera le cas d'une lampe spectrale et celui d'une source thermique (type lampe blanche).

Q2. Rappeler les notions de **cohérence temporelle** et de **cohérence spatiale**. Préciser les paramètres physiques associés à chacune.

Q3. Reproduire le schéma et tracer les rayons issus de S qui interfèrent en M .

Q4. Parmi les trois expressions suivantes, choisir (en justifiant) celle qui correspond à la différence de marche $\delta(x)$ entre les deux rayons arrivant en M :

$$\delta(x) = \frac{b x^2}{D} \quad ; \quad \delta(x) = \frac{b x}{D} \quad ; \quad \delta(x) = \frac{b x}{D^2}$$

Q5. Exprimer l'intensité lumineuse $I(x)$ en M (on notera I_0 l'intensité produite par une seule fente). En déduire I_{\max} et l'interfrange i .

Q6. Définir le **contraste** \mathcal{C} des franges. Le calculer dans le cas idéal d'une source strictement monochromatique. Discuter qualitativement puis quantitativement son évolution lorsqu'on tient compte de la largeur spectrale réelle $\Delta\lambda$ de la source.

Q7 (proposition de question complémentaire). On remplace la source ponctuelle S par une **source étendue spatialement incohérente** de largeur a , située à la distance d en avant du plan des fentes (la dimension transverse de la source est dans la direction parallèle à $\overline{F_1F_2}$). Comment évolue le contraste des franges ? Donner la condition sur a pour conserver des interférences contrastées.

Planche N°11. Oral ENSEA MPI 2025 (Angèle)

Question de cours : ??

Exercice : Gaz Parfait et Théorie Cinétique des Gaz

1. Exprimer les hypothèses du modèle du gaz parfait pour un gaz réel. Préciser les conditions physiques (pression, température) sous lesquelles ce modèle reste pertinent.
2. Définir la notion d'**équilibre thermique** entre deux systèmes et en donner un exemple concret.
3. On considère une distribution de N molécules toutes de même masse m , de vitesses individuelles \vec{v}_i (pour $i = 1, 2, \dots, N$) différentes. Exprimer l'énergie cinétique de translation totale E_c de cette distribution en fonction de la vitesse quadratique moyenne u (notée parfois u^* ou v_q).
4. Expliquer la différence entre la **vitesse moyenne** $\langle \vec{v} \rangle$ et la **vitesse quadratique moyenne** u d'une distribution. Donner un exemple simple où ces deux quantités sont radicalement différentes.
5. Calcul de la Vitesse Quadratique

On considère une distribution de 13 molécules de même masse m :

- **4 molécules** à la vitesse $\vec{v}_1 = (400; 300; 0)$ m/s,
- **3 molécules** à la vitesse $\vec{v}_2 = (200; 200; 100)$ m/s,
- **6 molécules** à la vitesse $\vec{v}_3 = (100; 0; 0)$ m/s.

Calculer la vitesse quadratique moyenne u de cette distribution.

6. Énergie Cinétique Moyenne pour l'Oxygène

Une enceinte fermée de volume $V = 1,0$ L contient du dioxygène O_2 assimilé à un gaz parfait, à la température $T = 300$ K et sous une pression $P = 1,0$ bar = 10^5 Pa.

Données :

- masse molaire du dioxygène : $M = 32$ g·mol⁻¹,
- nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol⁻¹,
- constante des gaz parfaits : $R = 8,314$ J·K⁻¹·mol⁻¹,
- constante de Boltzmann : $k_B = R/\mathcal{N}_A = 1,38 \times 10^{-23}$ J·K⁻¹.

- a) Calculer le nombre N de molécules dans l'enceinte.
- b) Exprimer puis calculer la **vitesse quadratique moyenne** u des molécules de O_2 .
- c) En déduire l'**énergie cinétique de translation totale** E_c du gaz contenu dans l'enceinte.