TD CHAPITRE ELEC.2 : ELECTRONIQUE NUMERIQUE

IMPORTANT	Désigne un exercice classique, qu'il est nécessaire de savoir refaire de façon rapide et rigoureuse
	Difficulté des techniques et outils mathématiques nécessaires
	Difficulté d'analyse, de compréhension, prise d'initiatives

APPLICATIONS DE COURS

Exercice 1. Réplication de spectre IMPORTANT | 1 | 0

Simulons l'échantillonnage à la fréquence $f_e = 10$ kHz d'un signal sinusoïdal de fréquence f_0 variable, ainsi que le calcul de son spectre.

Tracer les spectres obtenus sur la plage de fréquences $[0; 3f_e]$ pour $f_0 = 1$ kHz; 2 kHz et 4 kHz

---

Exercice 2. Échantillonnage d'un signal créneau IMPORTANT | 1 | 1

Considérons un signal créneau de fréquence $f_0 = 2$ kHz, décrit par ses premiers harmoniques :

$$s(t) = A sin(2\pi f_0 t) + \frac{A}{3} sin(2\pi\ 3 f_0 t) + \frac{A}{5} sin(2\pi\ 5 f_0 t) + \frac{A}{7} sin(2\pi\ 7 f_0 t)\ .$$

Les suivantes sont supposées négligeables. Ce signal est échantillonné à $f_e = 15$ kHz. Représenter le spectre du signal échantillonné entre 0 et 15 kHz. A-t-on repliement spectral ? quelle fréquence minimale d'échantillonnage faut-il choisir ?

Exercice 3. Enregistrement sonore 2 | 0

Un microphone enregistre un son composite constitué de musique au spectre borné s'étalant de 20 Hz à 20 kHz, d'un bruit blanc d'amplitude uniforme s'étalant de 0 Hz à 40 kHz et d'un parasite ultrasonore de fréquence 35 kHz. L'enregistrement numérisé à la fréquence d'échantillonnage standard de la qualité CD de 44,1 kHz.

1) Qu'entend-t-on à l'écoute de cet enregistrement ?

2) Que proposez-vous pour améliorer cet enregistrement ?

Exercice 4. Fréquence d'échantillonnage en téléphonie 1 | 0

Exemples de signaux numériques couramment utilisés et fréquence d'échantillonnage utilisée :

Type de support ou canal de transmission	Fréquence d'échantillonnage
Cd audio	44,1 kHz
DVD	48 kHz
Téléphonie	8 kHz
Radio numérique	22,5 kHz

Comment peut-on expliquer la faible valeur de la fréquence de la fréquence d'échantillonnage de la téléphonie ?

Exercice 5. Fréquence minimale d'échantillonnage IMPORTANT | 1 ou 2 | 1 ou 2

1. Une tension analogique $e(t)$ est numérisée avec une fréquence d'échantillonnage f_e. Les fréquences f_1 et f_2 valent respectivement 1,00 kHz et 200 Hz. Pour chacun des cas suivants, préciser la fréquence minimale d'échantillonnage à choisir afin de réaliser respecter le critère de Shannon ;

a) $e_1(t) = E\cos(2\pi f_1 t)$ b) $e_2(t) = E\sin(2\pi f_2 t)$ c) $e_3(t) = E\cos(2\pi(f_1 + f_2)t)$

d) $e_4(t) = E(\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t))$ e) $e_5(t) = E\cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t)$ f) $e_6(t) = E\cos^2(2\pi f_1 t)$

g) $e_7(t) = \frac{2E}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{2p+1}\sin((2p+1)\,2\pi f_2 t)$

2. On échantillonne le signal carré $e_7(t)$ à la fréquence de 1,5 kHz. Indiquer les fréquences parasites apparaissant dans l'intervalle de Nyquist $[0; f_e/2]$ du spectre du signal e_7 numérisé.

3. Si l'on accepte de supprimer (par filtrage) les harmoniques de e_7 dont l'amplitude est inférieure à 5 % de celle du fondamental, à quelle fréquence d'échantillonnage doit-on monter pour que le phénomène de repliement ne soit pas problématique

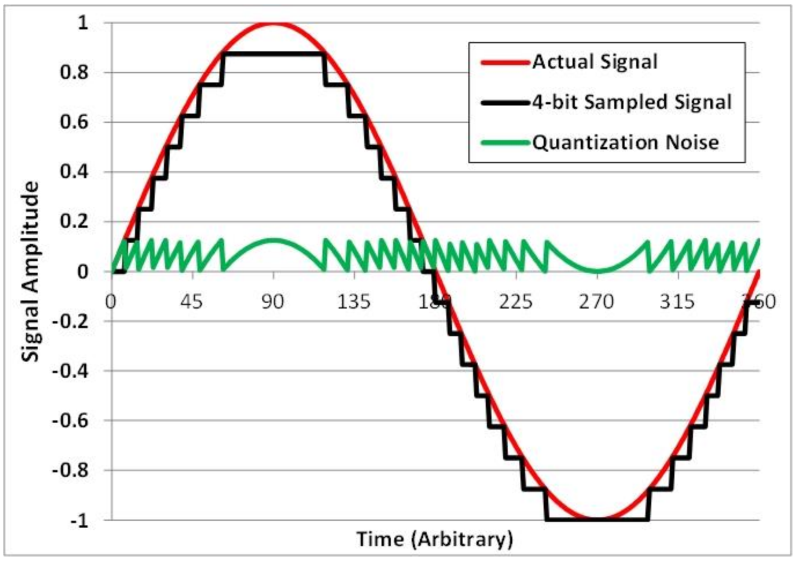
Exercice 6. Fréquences présentes dans un spectre numérique | 1 ou 2 | 1

Considérons un signal échantillonné à 100 kHz pendant 500 µs. Combien d'échantillons auront été enregistrés ?

Quelles seront les fréquences présentes dans le spectre du signal échantillonné ?

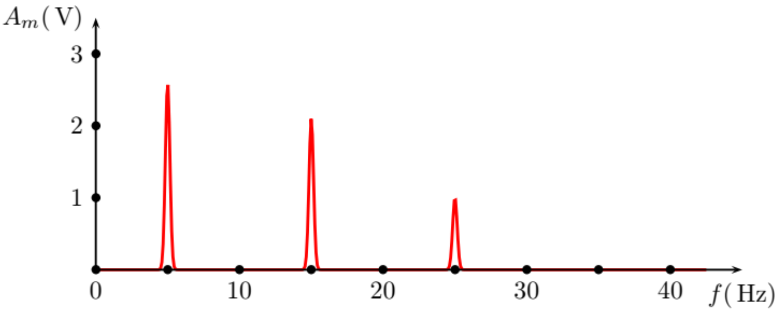
Exercice 7. Analyse graphique de la quantification | 1 ou 2 | 1

Déterminer sur l'exemple ci-contre le pas de quantification, la pleine échelle et l'amplitude du bruit de quantification.



Exercice 8. Etude d'un capteur de vibrations | 2 | 1

Un capteur de vibration transforme les vibrations mécaniques d'une charpente métallique en signal électrique. Ce signal est acquis à l'aide d'une carte d'acquisition réglée sur le calibre (-10 V ; 10 V) puis analysé spectralement. On obtient le spectre ci-contre.



1. Pour numériser ce signal, on a choisi une fréquence d'échantillonnage f_e= 80 Hz. Justifier ce choix.

2. Le signal subit un parasitage par le signal du réseau électrique à la fréquence de 50 Hz. Quelle modification du spectre cela provoque-t-il ? Pourquoi est-ce problématique ?

3. Quel type de filtrage doit-on faire subir au signal électrique pour éviter cet inconvénient (on indiquera ses caractéristiques) ?

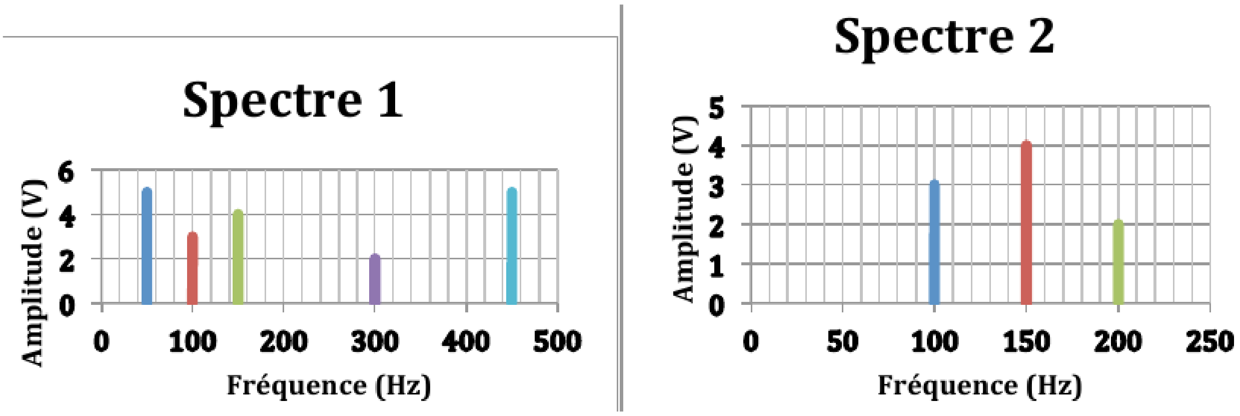
4. En observant les valeurs du signal temporel, on constate qu'il prend deux valeurs successives dans la partie basse du signal ; -5,0588 V puis -4,9804 V. En déduire le nombre de bits de la carte.

EXERCICES

Exercice 9. Echantillonnage et spectre *(exemple officiel Oral Banque PT)* 2 | 0

Un expérimentateur réalise des mesures qui sont ensuite échantillonnées avec deux fréquences d'échantillonnage $f_{e1} = 1\text{ kHz}$ et $f_{e2} = 500\text{ Hz}$.

On donne les spectres en amplitude obtenus après échantillonnage : spectre 1 pour f_{e1} et spectre 2 pour f_{e2}.



On suppose que le critère de Shannon Nyquist est vérifié pour l'échantillonnage à la fréquence $f_{e1} = 1\text{ kHz}$.

1) Est-il vérifié pour l'échantillonnage à la fréquence $f_{e2} = 500\text{ Hz}$?
2) Expliquer le spectre 2 obtenu.
3) On constate que la fréquence 50 Hz a disparu dans le spectre 2. L'expliquer en faisant appel au spectre de Fourier en phase

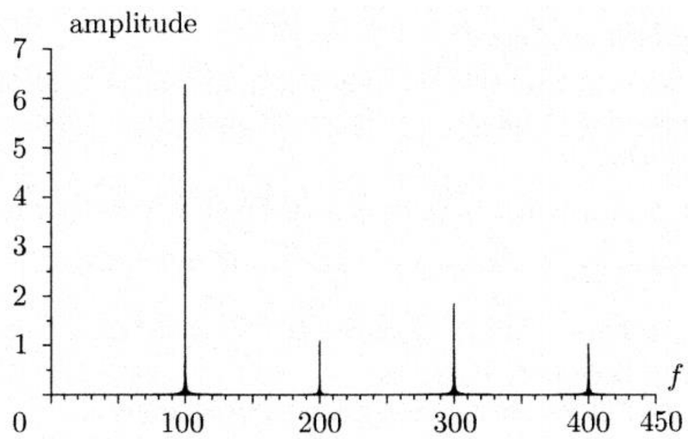
Exercice 10. Critère de Shannon IMPORTANT | 1 ou 2 | 1

1. Que vaut la période d'échantillonnage et l'intervalle minimum entre deux raies pour une acquisition de N = 1 000 points et f_e = 20 kHz. Comment diminuer l'intervalle minimum entre deux raies ?

2. Les oscilloscopes numériques fonctionnent généralement à nombre de points d'acquisition fixé. Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage pour visualiser correctement deux signaux sinusoïdaux de fréquences 4 000 et 4 020 Hz avec N = 4 096.

3. On souhaite visualiser le spectre de Fourier d'un signal créneau d'amplitude 5 V et de fréquence 100 Hz. Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage. Combien de périodes du créneau observera-t-on à l'écran ?

4. Avec f_e = 900 Hz, on observe le spectre suivant du signal précédent Interpréter.



Exercice 11. CD audio | 1 ou 2 |

On cherche à enregistrer en stéréo un concert sur un CD audio en format non compressé (.wav par exemple) afin de ne pas perdre en qualité. Un enregistrement stéréo (pour stéréophonique) correspond habituellement à un enregistrement simultané sur deux pistes, visant à reconstituer la répartition dans l'espace des sources d'origine. Le son est donc capté par deux microphones et échantillonné avec une fréquence f_e = 44,1 kHz sur un format 16 bits.

1. Quelle est la gamme de fréquences audibles ? La fréquence f_e choisie est-elle donc acceptable ?
2. On choisit tout d'abord de ne pas mettre le filtre passe-bas en amont du CAN. Un signal de surpression de fréquence $f_1 =$ 43 kHz est enregistré en plus lors du concert.
   - **a)** Ce signal est est-il audible lors du concert ? après échantillonnage ?
   - **b)** Expliquer en détaillant comment empêcher ce problème, et commenter les problèmes potentiels associés.
3. On cherche maintenant à calculer la durée d'enregistrement que peut contenir un CD audio enregistrable du commerce à 700 Mo.
   - **a)** De combien de bits a-t-on besoin pour enregistrer 1s de concert en stéréo non compressé (16 bits ; 44,1 kHz) ? En déduire la durée totale d'enregistrement du CD audio (en négligeant la présence d'autres informations à coder).
   - **b)** Il est possible de compresser le signal pour l'enregistrer au format MP3. La fréquence d'échantillonnage et la quantification sont inchangées, mais un traitement numérique du signal repère les redondances pour ne les écrire qu'une seule fois et enlève les signaux peu audibles ; le taux de compression peut aller typiquement de 4 à 20. Quelle durée de musique peut-on alors enregistrer sur 700 Mo ?

Exercice 12. Pas de quantification d'un oscilloscope 1 | 0

La carte d'acquisition de l'oscilloscope utilisé en TP a une résolution de 8 bits. Le calibre est réglé à l'aide des boutons CH1 et CH2 dont l'effet se traduit par un zoom sur l'écran.

1 - Combien de valeurs différentes peuvent être affichées à l'écran ?

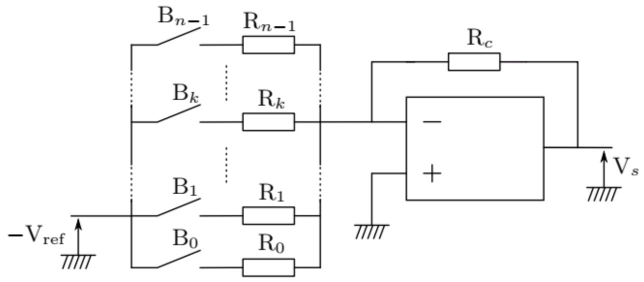
2 - Déterminer le pas de quantification pour un calibre correspondant à 5 V par carreau, sachant que huit carreaux sont affichés à l'écran. Même question pour un calibre de 200 mV par carreau.

3 - En déduire l'intérêt de toujours adapter la fenêtre de visualisation de l'oscilloscope au signal étudié avant d'utiliser une fonctionnalité de mesure ou de traitement mathématique.

Exercice 13. CNA à résistance pondérée 2 | 1 ou 2

La figure suivante précise la structure d'un CNA de type « à résistance pondérées » à n bits. Il y a deux parties dans cette structure :

- Un ensemble de résistances $R_k, k \in [0, n-1]$ en dérivation, alimentées par une tension continue de référence $-V_{réf}$. Chaque résistance R_k a pour valeur $R_k = R_0/2^k$ et est en série avec un interrupteur commandé B_k; un tel ensemble constitue une échelle de résistances.
- Un amplificateur ALI supposé sans courant d'entrée et fonctionnant en régime linéaire, ce qui assure que $V_- = V_+ = 0$.



1. Déterminer la valeur du potentiel de sortie du CNA en fonction, notamment de l'état ouvert (b_k = 0) ou fermé (b_k = 1) de chaque interrupteur B_k. Expliquez en quoi ce montage réalise la conversion numérique analogique ?
2. Définir et expliciter le quantum de ce CNA.
3. Quels inconvénients voyez-vous à ce type de CNA ?
4. Indiquer comment choisir R_0, R_c et $V_{réf}$ afin que l'ALI ne sorte jamais de son régime linéaire délimité par $v_s < V_{sat} = 15\ V$.

■ EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 14. Enregistrement d'un concert 1| 1

On souhaite procéder à l'enregistrement d'un concert, d'une durée $T = 60$ min, dans un format numérique sans compression (WAV par exemple). La fréquence d'échantillonnage choisie est $f_e = 44\ 100$ Hz, et les valeurs sont enregistrées en stéréo sur un format 16 bit.

1 - Quelle sont les fréquences minimales et maximales théoriques enregistrées dans ces conditions ? Pourquoi un tel choix de fréquence d'échantillonnage ?

2 - Quelle taille mémoire doit-on prévoir pour ce stockage ?

Exercice 15. CAN flash 2| 1 ou 2

La figure ci-contre représente un convertisseur analogique numérique « flash » convertissant et codant sur N = 3 bits des tensions analogiques comprise entre $0 \le u_e \le V_{réf}$. On choisit ici $V_{réf} = 2\ V$. Il est constitué de trois parties :

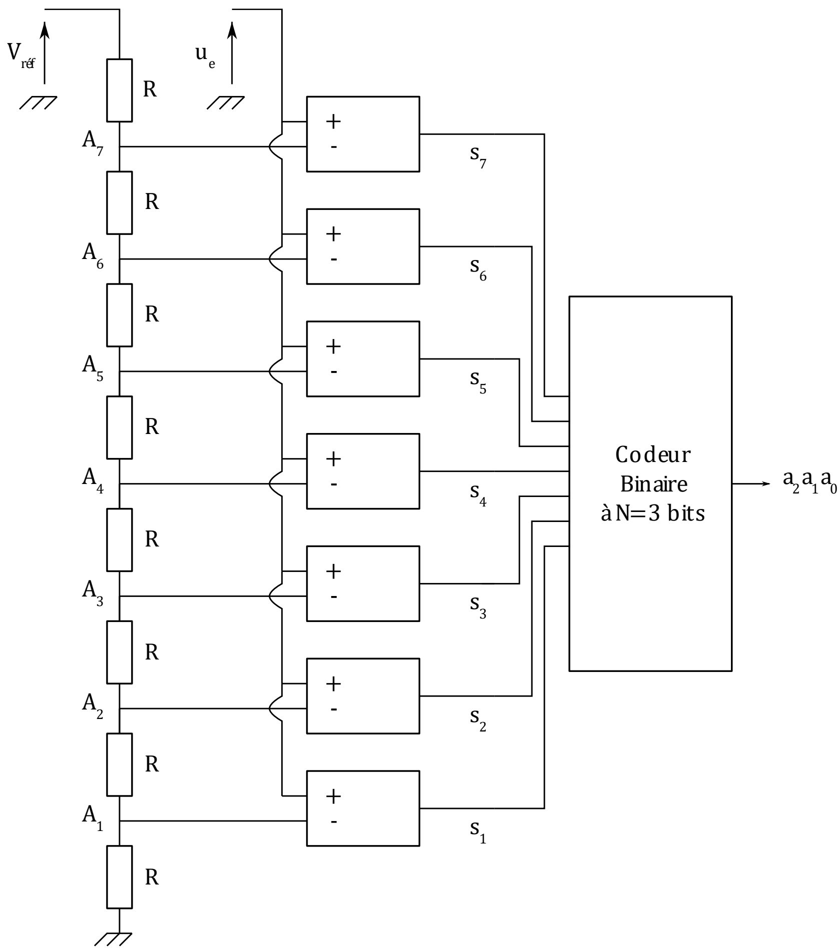
- Une échelle de 2^N résistances identiques entre la masse et une tension continue de référence $V_{réf}$ strictement positive.
- Une échelle de 2^N - 1 comparateurs idéaux (d'alimentations continues non représentées) dont les sorties (s_k) à commutation infiniment rapide ont une valeur obtenue par l'opération $\mathrm{sgn}[v_+ - v_-]\mathrm{x}V_{sat}$ (où V_{sat} > 0 est constante et v_+ et v_- désignent respectivement les potentiels des entrées + et -). Ces comparateurs ont des impédances d'entrée infini ; les courants d'entrées y sont donc nuls.
- Un codeur binaire chargé de réaliser le mot binaire en sortie du CAN à partir des valeurs des 2^N - 1 sorties (s_k) des comparateurs.

1. Établir l'état de sortie du premier convertisseur s_1 en fonction de la valeur de u_e. Faire de même pour s_2.
2. On convient de retenir le codage suivant pour la sortie des comparateurs : 1 si $s_k = +V_{sat}$ et 0 si $s_k = -V_{sat}$. Combien y-a-t-il de codes différents en sortie des $N - 1$ comparateurs ? Proposer un tableau de ces codes selon la valeur de u_e (on parle de code « thermomètre » ou unaire)

3. Compléter ce tableau en écrire les mots binaires codés sur 3 bits obtenus en sortie du codeur logique (on parle de code binaire « naturel »).

4. Donner le code de sortie des comparateurs ainsi que le mot binaire à 3 bits correspondant à une tension $u_e = 1{,}28\ V$.

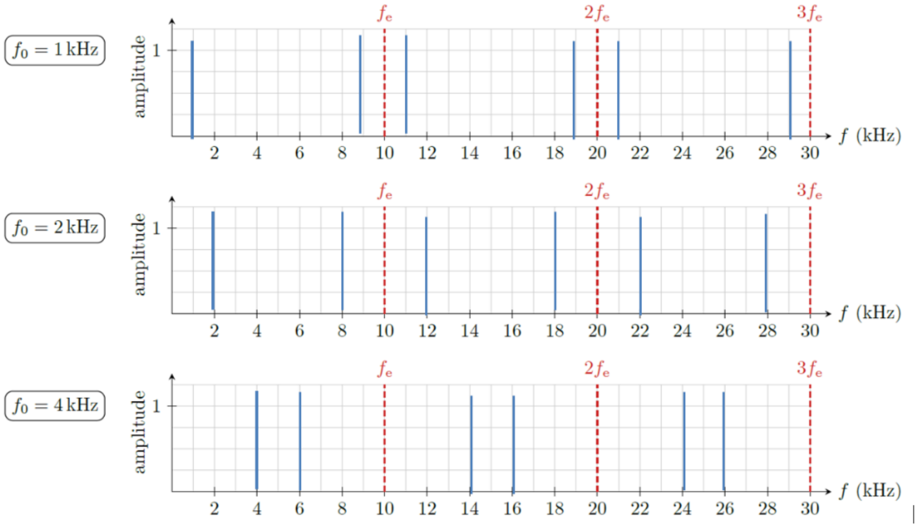
5. Pourquoi appelle-t-on ce comparateur un convertisseur flash ? Pour un convertisseur à 8 bits, combien faut-il de comparateurs ? Commenter cette valeur sous un angle technologique.



TD CHAPITRE ELEC.2 : ELECTRONIQUE NUMERIQUE – ELEMENTS DE CORRECTION

APPLICATIONS DE COURS

Exercice 1.Réplication de spectre



Exercice 2. Echantillonnage d'un créneau

Composantes du signal : pics à $f_0, 3f_0, 5f_0$ et $7f_0$ d'amplitudes respectives $A, \frac{A}{3}, \frac{A}{5}$ et $\frac{A}{7}$

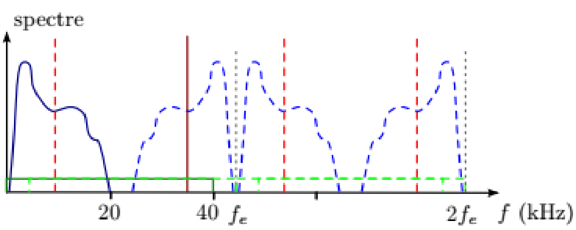
Réplication du spectre : entre 0 et 15 kHz, **fréquences supplémentaires à** $f_e - 7f_0 = 1$ kHz (amplitude $\frac{A}{7}$) $f_e - 5f_0 = 5$ kHz (amplitude $\frac{A}{5}$), $f_e - 3f_0 = 9$ kHz (amplitude $\frac{A}{3}$) , $f_e - f_0 = 14$ kHz (amplitude A) : **phénomène de recouvrement** entre les composantes du spectre du signal analogique et celles associées à ses répliques, menant dans la plage $f < f_N = f_e/2$ à la présence de « fausses fréquences » ou fréquences « fantômes » (repliement spectral).

Critère de Shannon : il faut au minimum $\boldsymbol{f_e > 2f_{max} = 2 \times 7f_0 = 28}$ **kHz**

Exercice 3. Enregistrement sonore 2| 0

1) Après échantillonnage, la musique est bien retranscrite car la fréquence d'échantillonnage respecte le critère de Shannon.

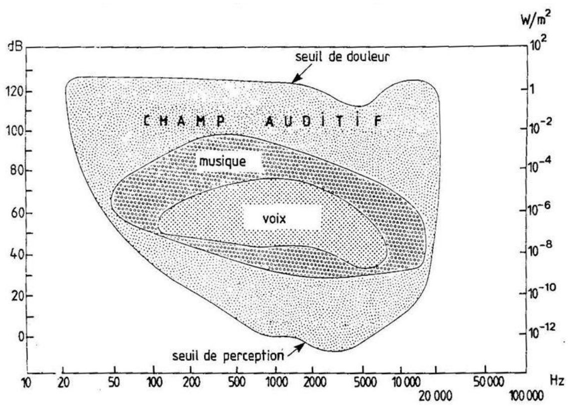
   En revanche, le repliement du parasite ultrasonore donne naissance à une composante spectrale repliée à $f_e - f_{parasite} = 44{,}1 - 35 = 9\ kHz$ désormais audible !



2) En amont de l'échantillonnage, utilisation d'un filtre anti-repliement = passe-bas de fréquence de coupure aux environs de $f_e/2$ soit quelques 22 kHz, ainsi la composante ultrasonore à 35 kHz est supprimée avant d'être repliée tandis que le signal sonore dans sa plage audible n'est pas altéré.

Exercice 4. Fréquence d'échantillonnage en téléphonie

Cf. schéma ci-contre : la voix contient des fréquences pouvant dépasser 10 kHz (composantes de la voix et des bruits) mais le signal associé est souvent limité à l'intervalle $[0\ \mathrm{Hz}, 3\,400\ \mathrm{Hz}]$ lors des transmissions téléphoniques, ce qui se traduit par une perte de qualité sonore mais qui permet de réduire son encombrement spectral et donc le volume des informations à transmettre.



La musique couvre quasi tout le spectre audible avec un intervalle d'environ $[50\ \mathrm{Hz}, 18\,000\ \mathrm{Hz}]$.

Pour une meilleure qualité, la fréquence maximale d'un signal musical destiné à être échantillonné est au contraire choisie à 20 kHz. L'échantillonnage s'effectue à 44,1 voire 48 kHz.

Exercice 5. Fréquence minimale d'échantillonnage

1. Le critère de Shannon impose de choisir $f_e > 2f_{max}$.

Signal	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
f_{max}	f_1	f_2	f_1+f_2	f_1	f_1+f_2	$2f_1$	$+\infty$
$f_{e,min} = 2f_{max}$	2,00 kHz	400 Hz	2,40 kHz	2,00 kHz	2,40 kHz	4,00 kHz	

Remarques :

e_2 : la phase du signal importe peu.

e_5 : Par linéarisation, $e_5(t) = E\cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t) = \frac{E}{2}(\cos(2\pi(f_1+f_2)t) + \cos(2\pi(f_1-f_2)t))$ qui est un signal composite tq $f_{max} = f_1 + f_2$.

e_6 : Par linéarisation, $e_6(t) = E\cos^2(2\pi f_1 t) = \frac{E}{2}(1+\cos(2\pi(2f_1)t))$, signal composite de $f_{max} = 2f_1$.

e_7 : Le spectre du signal carré est d'extension infinie, on ne peut pas trouver rigoureusement de fréquence d'échantillonnage respectant le critère de Shannon.

2. On trouve dans le spectre des fréquences repliées à $f_e \pm (2p+1)f_2\ [f_e]$. En plus des harmoniques du signal analogique de départ à 200 et 600 Hz, le repliement des huit premiers harmoniques non nuls du signal carré fait apparaitre dans l'intervalle de Shannon diverses fréquences parasites à 0, 100, 300, 400, 500 et 700 Hz.

p	0	1	2	3	4	5	6	7
$(2p+1)f_2 = f_i$	**200**	**600**	1000	1400	1800	2200	2600	3000
$f_e - f_i$	1300	900	**500**	**100**	-300	-700	-1100	-1500
$2f_e - f_i$	2800	2400	2000	1600	1200	800	**400**	0
$-f_e + f_i$	-1300	-900	-500	-100	**300**	700	1100	1500

3. Amplitude des harmoniques : au rang p, $A_p = \frac{2E}{(2p+1)\pi}$

Amplitude négligeable si $A_p = \frac{2E}{(2p+1)\pi} < 5\% \frac{2E}{\pi} = \frac{1}{20}\frac{2E}{\pi}$ soit pour $(2p+1) > 20$ ou encore $p > 9$

L'harmonique de fréquence maximale est donc telle que $p = 9$, soit $2p+1 = 19$: $f_{19} = 19f_2 = 3800$ Hz

Il faudra donc échantillonner à $f_e > 2 \times f_{19} = 7{,}6$ kHz

Exercice 6. Fréquences présentes dans un spectre numérique

Période d'échantillonnage : $T_e = \frac{1}{f_e} = 10^{-5}$ s, donc $N_e = \frac{T_a}{T_e} = 50$

Résolution spectrale : $\Delta f = \frac{1}{T_a} = 2.10^3$ Hz = 2 kHz.

Fréquences présentes dans le spectre du signal échantillonné : 0, 2, 4, 6, ..., 100 kHz. Il y a 50 fréquences, autant que d'échantillons, ce qui est normal.

si les paramètres de l'acquisition sont tels qu'il n'y a pas un nombre entier de périodes visualisées, on travaillera sur un domaine temporel plus réduit de durée $\tau' = kT$.

Exercice 7. Analyse graphique de la quantification

Pleine échelle PE = 2 V, pas $q = \frac{PE}{2^n} = \frac{2}{2^4} = 0{,}125$ V, et l'amplitude du bruit de quantification également de 0,125 V (il s'agit du plus grand écart entre la vraie valeur du signal et la valeur quantifiée qui lui est associée.

Exercice 8. Etude d'un capteur de vibrations

Le spectre fait apparaitre des fréquences à 5, 15 et 25 Hz. Si ces harmoniques sont celles du signal analogique, alors le critère de Shannon est bien respecté puisque $\boldsymbol{f_e > 2f_{max}} = 2 \times 25 = 50$ Hz

On ajoute les composantes $nf_e \pm 50$ soit 50 Hz, 30 Hz, 130 Hz, 110 Hz… L'harmonique à 30 Hz est une **« fausse » fréquence** qui vient s'ajouter au vrai spectre de vibration dans l'intervalle de Nyquist $[0;\frac{f_e}{2}]$ de représentation du spectre.

Filtre anti repliement à la fréquence de Nyquist-Shannon $f_{Nyquist} = \frac{f_e}{2} = 40\ Hz$ d'ordre très élevé car il doit conserver la composante à 25 Hz et supprimer celle à 50 Hz séparées d'une simple octave.

L'écart entre ces deux valeurs est le quantum de la carte, soit $q = 5{,}0588 - 4{,}9804 = 0{,}0784\ V$.

La pleine échelle d'acquisition est $PE = 20$ V, avec $q = PE/2^N$ soit $2^N = \frac{PE}{q} = \frac{20}{0{,}0784} = 255{,}1 \simeq 256 = 2^8$ valeurs.

Calcul direct : $\boxed{N = \frac{\ln\left(\frac{PE}{q}\right)}{\ln(2)}} = 7{,}99 \approx 8$ bits. Il s'agit donc d'une **carte 8 bits**.

EXERCICES

Exercice 9. Echantillonage et spectre *(exemple officiel Oral Banque PT)* 2| 0

1. Comme le critère de Shannon est vérifié pour le spectre 1, alors la fréquence maximale du signal analogique est $f_{max} =$ 450 Hz. Puisque $f_{max} > f_{e2}$, alors le critère de Shannon **n'est pas respecté** pour le spectre 2.
2. Lors de l'échantillonnage, toute composante de fréquence f se retrouve répliquée à la fréquence $f_e - f$. Ainsi, le pic présent dans le spectre 1 à 300 Hz a une réplique dans le spectre 2 à 200 Hz.
3. Le pic à 450 Hz du spectre 1 se trouve répliqué à 50 Hz lors de l'échantillonnage à f_{e2}, où le spectre 1 possède déjà un pic de même amplitude. Les deux composantes se somment alors dans le signal échantillonné. Si jamais les deux composantes sont en opposition de phase, comme elles sont de même amplitude, alors elles s'annulent dans le signal échantillonné, qui en fin de compte ne fait plus apparaître de composante à 50 Hz.

Exercice 10. Critère de Shannon IMPORTANT | 1 ou 2 | 1

1. $T_e = 1/f_e = 50\ \mu s$, $\Delta f = \frac{f_e}{N} = \frac{1}{NT_e} = \frac{1}{T_a} =$ 20 Hz, il faut augmenter la durée d'acquisition.

2. Il faut vérifier le critère de Shannon, soit $f_e > 2f_{max}$ et avoir une résolution spectrale plus petite que 20 Hz, soit $\Delta f = \frac{f_e}{N} = \frac{1}{NT_e} < 20$ Hz, ce qui impose $\text{Nx}20 > f_e > 2\text{x}4020 \Rightarrow 81{,}9\ \text{kHz} > f_e > 8{,}0$ kHz. Afin de ne pas alourdir le fichier, on pourra choisir $f_e = 10$ kHz.

3. Afin de visualiser correctement au moins 5 harmoniques non nulles, on doit respecter le critère de Shannon pour $f_9 = 9f_{signal} = 900$ Hz, ce qui impose $f_e > 1800$ Hz. Si on choisit $f_e = 2\ k$Hz, $T_a = (N-1)T_e = 2{,}05$ s, soit quelques 200 périodes du signal créneau.

4. Il s'agit des harmoniques 100 Hz, 300 Hz et des harmoniques du signal replié à $f_e - f_7 = 200$ Hz et à $f_e - f_5 = 400$ Hz.

Exercice 11. CD audio 1 ou 2|

1. on retient en général pour le spectre audible : [20 Hz ; 20 kHz] ;

$f_e = 44{,}1\ \text{kHz} > 2f_{max} = 40\ \text{kHz}$: critère de Nyquist-Shannon respecté.

2.a) non audible, f_1 = 43 kHz en dehors du champ audible [20 Hz ; 20 kHz] .

Après échantillonnage, repliement à $f_e - f_1 = 1{,}1$ kHz, ce signal est audible et vient perturber l'enregistrement.

2.b) filtre anti repliement de coupure $f_c \sim f_e/2$ = 22,1 kHz. Cela peut entrainer de possibles dégradations des composantes hautes fréquences du signal audible. Afin de ne pas dégrader les hautes fréquences de l'ordre de 20 kHz, il faut éviter que celles-ci se trouvent dans le début de la bande coupée. Pour cela, il faut utiliser un filtre d'ordre élevé, et suréchantillonner afin d'augmenter la valeur de la première composante repliée à $f_e - f_{max}$ = 24,1 kHz par exemple.

3.a) On a $T_a = (N_e - 1)T_e \approx N_e T_e = \frac{N_e}{f_e}$; le nombre de signaux échantillonnés est donc $N_e = T_a f_e$, chaque signal occupant $N = 16$ bits, soit un nombre N_{tot} total de bits : $N_{tot} = NN_e = NT_a f_e$ pour chaque canal, ou encore $2N_{tot} = 2NN_e = 2NT_a f_e$ pour l'ensemble de l'enregistrement. Pour $T_a = 1s$: $2N_{tot} = 2NN_e = 2NT_a f_e = 2 \times 16 \times 44\,100 =$ 1,41 Mbit

Sur un CD audio de 700 Mo, il y a $N_{CD} = 700 \times 8$ Mbit $= 5\,600$ Mbit.

On peut donc enregistrer en stéréo une durée $\Delta t = \frac{N_{CD}}{2N_{tot}} = \frac{5600}{1{,}41} s = 1{,}1$ h soit environ 66 min au format .wav.

3.b) avec un facteur de compression de 4 à 20, on obtient des durées de 4 h 20 min à 22 h.

Exercice 12. Pas de quantification d'un oscilloscope 1| 0

1. L'oscilloscope peut afficher $2^N = 2^8 = 256$ valeurs.

2 - Pour une échelle de 5 V par carreau, avec 8 carreaux en tout, la pleine échelle correspond à PE $= 8 \times 5 = 40$ V donc le pas de quantification est $q = \frac{PE}{2^N} = \frac{40}{256} = 0{,}15$ V.

Pour une échelle de 200 mV, PE $= 8 \times 0{,}2 = 1{,}6\ V$: $q = \frac{PE}{2^N} = \frac{1{,}6}{256} = 6{,}25$ mV

3 - Adapter la fenêtre de visualisation ne signifie pas seulement changer le zoom à l'écran, mais impacte tous les paramètres de l'acquisition. Avec une fenêtre adaptée, les valeurs obtenues par les fonctionnalités de l'oscilloscope sont plus précises, comme le montre la question précédente.

Exercice 13. CNA à résistance pondérée 1| 0

1. On définit la résistance équivalente $R_{éq}$ associée à l'ensemble des résistances de l'échelle. Millmann en V_- :

$$\frac{-V_{réf}}{R_{éq}} + \frac{v_s}{R_c} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad v_s = \frac{R_c}{R_{éq}} V_{réf}$$

Résistances de l'échelle associées en parallèle : en prenant $b_k = 1$ lorsque l'interrupteur est ouvert et $b_k = 0$ lorsqu'il est fermé, on a

$$\frac{1}{R_{éq}} = \sum_{k=0}^{n-1} b_k \frac{1}{R_k} = \sum_{k=0}^{n-1} b_k \frac{1}{R_0/2^k} = \sum_{k=0}^{n-1} b_k \frac{2^k}{R_0} = \frac{1}{R_0} \sum_{k=0}^{n-1} b_k\, 2^k$$

$$\boxed{v_s = \frac{R_c}{R_{éq}} V_{réf} = \frac{R_c\, V_{réf}}{R_0} \sum_{k=0}^{n-1} b_k 2^k}$$

La tension de sortie est proportionnelle au nombre binaire $\sum_{k=0}^{n-1} b_k 2^k$.

2. Le quantum vaut $q = \frac{R_c}{R_0} V_{réf}$: plus petite valeur possible de v_s pour $n = 1$ avec $b_0 = 1$, correspondant également à l'écart entre deux valeurs successives possibles de v_s.

3. Résistances nombreuses et précises, alimentation de référence idéale.

4. on a $v_{s,max}$ pour la valeur maximale de $v_s = \frac{R_c\, V_{réf}}{R_0} \sum_{k=0}^{n-1} b_k 2^k$ soit avec $\frac{R_c\, V_{réf}}{R_0} = cte$ pour la valeur maximale de

$$\sum_{k=0}^{n-1} b_k 2^k$$

Celle-ci est obtenue lorsque tous les interrupteurs sont fermés, avec $\forall k, b_k = 1$. On a alors

$$\sum_{k=0}^{n-1} b_k 2^k = \sum_{k=0}^{n-1} 2^k \underbrace{=}_{\substack{somme \\ géométrique}} \frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$$

Rappel mathématique :

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

On obtient alors la condition :

$$\boxed{v_{s,max} = (2^n - 1)\frac{R_c}{R_0}V_{réf} < V_{sat}}$$

EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 14. Enregistrement d'un concert 1| 0

1 - Shannon : $f_{max} = fe/2 =$ 22 kHz, couvrant le spectre des fréquences audibles. La fréquence minimale est donnée par la résolution spectrale, reliée à la durée totale d'acquisition par $f_{min} = \frac{1}{T} = 2{,}8.10^{-4}$ Hz

2 – Enregistrement stéréo sur deux pistes, nombre de valeurs enregistrées $N = 2 \times T \times f_e = 317.10^6$

Chaque valeur occupe 16 bits, soit un total de $\mathbf{5{,}08\ Gbit = 635\ Mo}$

Exercice 15. CAN flash 1| 0

1. Comparaison de u_e à respectivement $V_{Ai} = \frac{i}{2^N}V_{réf}$ pour donner s_i.

2.3 Il y a 2^N codes possibles

4. Code 101 en binaire.

$u_e/V_{réf}$	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	a_2	a_1	a_0
entre 0 et 1/8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
entre 1/8 et 1/4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
entre 1/4 et 3/8	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
entre 3/8 et 1/2	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
entre 1/2 et 5/8	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
entre 5/8 et 3/4	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
entre 3/4 et 7/8	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
entre 7/8 et 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1