

Colle N°5 : 12 au 16 Octobre 2026■ **Au programme des exercices**

- Révisions de mécanique de MP2I – théorèmes généraux, oscillateurs, poussées d'Archimède, mécanique du solide (**attention !** pas encore de particules chargées ni de forces centrales !)
- Révisions de thermodynamique de MP2I
- Révisions d'induction de MP2I **Attention ! Pas encore d'exercices faisant intervenir des moments magnétiques**
- **Chapitre CHIM1** : Systèmes chimiques, réaction chimique, constante d'équilibre thermodynamique et loi d'action de masse. Application à la détermination du sens d'évolution d'un système et à la recherche de son état final. Ruptures d'équilibre, formulation d'hypothèse sur le caractère très peu avancé ou quasi-total d'une réaction.

Si les réactions avec solides peuvent être étudiées, les notions de solubilité ou de constante de solubilité sont hors-programme.

Les réactions acido-basiques n'ont pas encore été traitées (les K_a , K_e , pH etc. ne sont pas encore définis)

Pas d'exercice avec des mélanges gazeux

■ **Questions de cours seules**

1. ♥ Déterminer la masse de soude $\text{NaOH}_{(s)}$ (sel dont la dissociation est totale dans l'eau) à utiliser pour préparer 50 mL d'une solution à 0,1 mol/L en ions hydroxyde HO^- . Donner les activités des ions hydroxydes HO^- et de l'eau.

Données : $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{Na}) = 23 \text{ g.mol}^{-1}$

2. ♥ On mélange un volume $V_1 = 10 \text{ mL}$ d'une solution de chlorure de magnésium MgCl_2 entièrement dissous pour donner des ions magnésium Mg^{2+} et des ions chlorure Cl^- , de concentration $c_1 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 20 \text{ mL}$ d'une solution de chlorure de potassium KCl entièrement dissous pour donner des ions sodium K^+ et des ions chlorure Cl^- , de concentration $c_2 = 0,15 \text{ mol.L}^{-1}$. Calculer les concentrations dans le mélange.

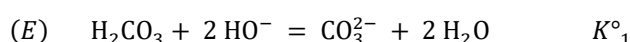
3. ♥ Considérons la réaction totale suivante en milieu de pH tamponné ($[\text{H}^+] = \text{cte}$) :



Dresser le tableau d'avancement et déterminer l'état final du système.

4. a- ♥ Indiquer comment obtenir la constante d'équilibre d'une réaction étant la combinaison linéaire de réactions de constantes d'équilibre connues. Traiter les cas particuliers d'une réaction inverse et d'une réaction dont on double les coefficients stœchiométriques.

b- Exprimer la constante d'équilibre K°_1 de la réaction d'équation-bilan ci-dessous :

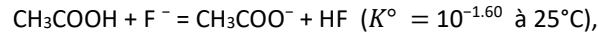


Données :

- (1) $\text{H}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O} = \text{HCO}_3^- + \text{H}_3\text{O}^+ \quad K_{a1} = 10^{-6,3}$
- (2) $\text{HCO}_3^- + \text{H}_2\text{O} = \text{CO}_3^{2-} + \text{H}_3\text{O}^+ \quad K_{a2} = 10^{-10,3}$
- (3) $2\text{H}_2\text{O} = \text{H}_3\text{O}^+ + \text{HO}^- \quad K_e = 10^{-14}$

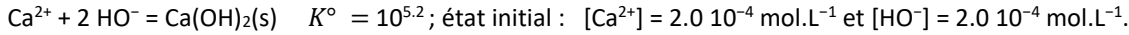
5. Prévoir le sens d'évolution et la composition à l'équilibre des réactions suivantes :

- 1) ♥ Réaction acido-basique entre l'acide éthanóïque et les ions fluorure :

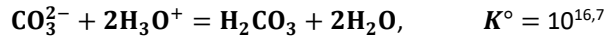


- a) ♥ Conditions initiales : $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$, $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$, $[\text{F}^-] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{HF}] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$.
b) ♥ Conditions initiales : $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1} = [\text{F}^-]$, $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{HF}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.

- 2) ** Réaction de formation de l'hydroxyde de calcium $\text{Ca(OH)}_2(\text{s})$:

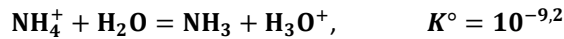


6. On considère la réaction en phase aqueuse diluée des ions carbonates avec des ions oxonium :



La concentration initiale en ions carbonate est de $10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et celle en ions oxonium est de $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Déterminer la composition de la solution à l'équilibre.

7. ♥ On met en solution des ions ammonium à la concentration de $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Ils réagissent avec l'eau selon l'équation bilan :



Déterminer la composition de la solution à l'équilibre.

8. Calculer la charge totale portée par :

- 1) ♥ un disque de rayon R uniformément chargé avec une densité superficielle de charge σ .
2) ♥ Un cylindre de rayon R et de hauteur h uniformément chargée avec une densité volumique de charge ρ .
3) Une boule de rayon R chargée avec une densité volumique de charge variant avec la distance r au centre de la boule : $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ pour $r \leq R$ et $\rho(r) = 0$ pour $r \geq R$.
9. ♥ On s'intéresse au champ électrostatique créé en $M(x, y, z)$ par le plan Oxy chargé uniformément avec une densité surfacique de charge σ . Étudier les symétries et invariances de la distribution et en déduire les caractéristiques du champ électrostatique créé en un point M quelconque.

10. ♥ Considérons un signal créneau de fréquence $f_0 = 2 \text{ kHz}$, décrit par ses premiers harmoniques :

$$s(t) = A \sin(2\pi f_0 t) + \frac{A}{3} \sin(2\pi 3f_0 t) + \frac{A}{5} \sin(2\pi 5f_0 t) + \frac{A}{7} \sin(2\pi 7f_0 t).$$

Ce signal est échantillonné à $f_e = 15 \text{ kHz}$. Représenter le spectre du signal échantillonné entre 0 et 15 kHz. A-t-on repliement spectral ? quelle fréquence minimale d'échantillonnage faut-il choisir ? Comment s'appelle le critère utilisé ?

11. On étudie une fonction continue et monotone $f(x)$ sur un intervalle $[a; b]$ telle que $f(a)$ et $f(b)$ soient de signes opposés. Expliquer le principe de l'algorithme de recherche par dichotomie du zéro de cette fonction (valeur x_0 telle $f(x_0) = 0$) et proposer le code en python.
12. ♥ Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail W reçu au cours d'une compression d'un volume V_1 à un volume V_2 telle que les lois de Laplace s'appliquent (pression initiale P_1 connue).
13. ♥ Énoncer le second principe de la thermodynamique en détaillant les différents termes
14. ♥ Une masse m d'eau passe de l'état solide à -10°C à l'état liquide à $+10^\circ\text{C}$ sous une pression de 1 atm. Calculer pour cette évolution l'énergie thermique reçue par la masse d'eau.

Données :

Enthalpie de fusion de l'eau :	$\Delta_{fus}h = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$ à 0°C sous 1 atm
Capacité thermique massique de l'eau liquide :	$c_l = 4,2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau solide :	$c_s = 2,1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

15. Un ballon d'eau chaude d'un volume de $10,0 \text{ m}^3$ contient 169 kg d'eau sous $10,0 \text{ bar}$.

Extrait d'une table donnant les grandeurs massiques pour une vapeur d'eau saturante :

Vapeur d'eau saturante

$$P = 10 \text{ bar}$$

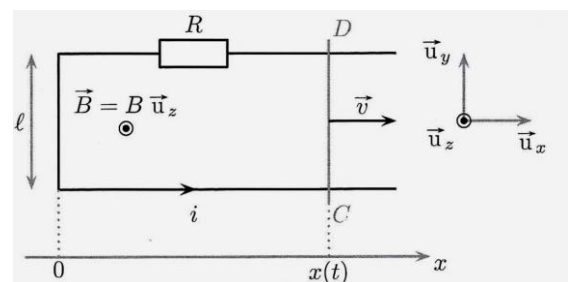
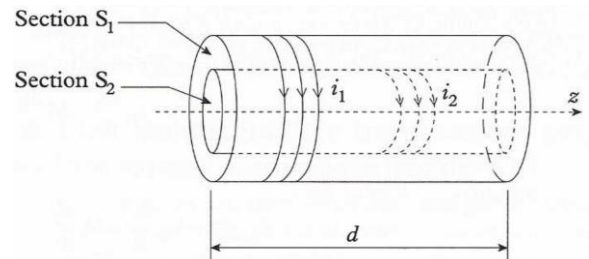
$$\theta = 179,86^\circ\text{C}$$

Volume massique		Enthalpie massique	
liquide	vapeur	liquide	vapeur
$v_l (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$v_v (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_l (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_v (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$
$1,127 \cdot 10^{-3}$	0,1947	761,2	2772

- a) Quel est l'état de l'eau ? On précisera sa pression et sa température, son titre en vapeur et son enthalpie totale.
- b) Déterminer l'enthalpie de vaporisation de l'eau à $\theta = 179,86^\circ\text{C}$ ainsi que la quantité de chaleur nécessaire pour obtenir de la vapeur juste sèche dans le ballon en restant à une pression de $10,0 \text{ bar}$.
16. A l'aide des principes de la thermodynamique, établir l'expression de l'efficacité maximale, au choix du colleur, d'un moteur cyclique, d'un réfrigérateur ou d'une pompe à chaleur ditherme en fonction des températures des sources chaude et froide, ainsi que les conditions dans lesquelles elle est atteinte.
17. ♥ Rappeler les principales caractéristiques des machines thermiques dithermes : forme du 1^{er} principe sur un cycle, signes des différents échanges d'énergie, efficacité, efficacité de Carnot (conditions d'obtention ?)
18. ♥ Enoncer la condition d'équilibre d'un solide. Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe : rappeler les principales analogies avec un point en translation, puis énoncer le théorème du moment cinétique scalaire.
19. Considérons un solénoïde d'axe (Oz) , de longueur ℓ , de section S , contenant N . Etablir l'expression de son inductance propre L . En déduire l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique associée.
20. ** On considère 2 bobines longues (ou solénoïdes) Γ_1 et Γ_2 , de même axe (Oz) et de même longueur d , disposées comme indiqué sur la figure ci-contre. On appelle S_1 et S_2 leurs sections et N_1 et N_2 leurs nombres de spires. Déterminer l'inductance mutuelle M entre les deux circuits.
21. ♥ On considère une barre métallique posée sur deux rails conducteurs ; la distance entre les 2 points de contact est $\ell = CD$. On note R la résistance du circuit électrique, supposée constante. La barre $[CD]$ est la seule partie mobile du circuit. Elle est mise en mouvement par un opérateur qui exerce une force $\vec{F}_{op} = F_{op}\vec{u}_x = cte$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$ orthogonal au plan des rails. On négligera les phénomènes d'auto-induction ainsi que les frottements. Effectuer une analyse qualitative des phénomènes mis en jeu, puis établir l'équation électrique et l'équation mécanique vérifiées par le système. Etablir le bilan énergétique associé ; commenter.
22. Soit un champ magnétique tournant d'expression :

$$\vec{B} = B_0(\cos \omega t \vec{e}_x + \sin \omega t \vec{e}_y)$$

Une spire de surface S est entièrement plongée dans ce champ. Elle se trouve dans le plan (Oyz) . La spire se comportant comme une résistance R , établir l'expression du courant i qui la parcourt.



■ Questions de cours avec éléments de réponse

1. ❤️ Déterminer la masse de soude $\text{NaOH}_{(s)}$ (sel dont la dissociation est totale dans l'eau) à utiliser pour préparer 50 mL d'une solution à 0,1 mol/L en ions hydroxyde HO^- . Donner les activités des ions hydroxydes HO^- et de l'eau.

Données : $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{Na}) = 23 \text{ g.mol}^{-1}$

dissociation de n_0 moles du sel dans l'eau :



$$\text{E.F.} : n_F(\text{HO}^-) = n_0 \text{ et } [\text{HO}^-]_{\text{eq}} = \frac{n_0}{V} = 0,1 \text{ mol/L}$$

$$\text{Nombre } n_0 = V [\text{HO}^-]_{\text{eq}} \text{ de moles de NaOH introduites dans la solution : } n_0 = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M(\text{NaOH})}$$

$$\text{avec } M(\text{NaOH}) = M(\text{Na}) + M(\text{O}) + M(\text{H}) = 40 \text{ g/mol} :$$

$$m_{\text{NaOH}} = n_0 M(\text{NaOH}) = V [\text{HO}^-]_{\text{eq}} M(\text{NaOH})$$

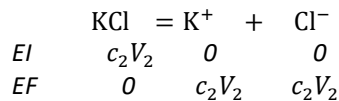
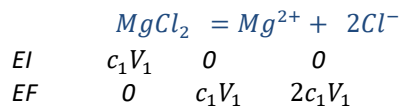
$$\text{A.N.} : m_{\text{NaOH}} = 0,05 * 0,1 * 40 = 0,2 \text{ g}$$

$$a_{\text{OH}} = \frac{[\text{HO}^-]}{C^\circ} = 0,1 \quad a_{\text{eau}} = a_{\text{solvant}} = 1$$

2. ❤️ On mélange un volume $V_1 = 10 \text{ mL}$ d'une solution de chlorure de magnésium MgCl_2 entièrement dissous pour donner des ions magnésium Mg^{2+} et des ions chlorure Cl^- , de concentration $c_1 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 20 \text{ mL}$ d'une solution de chlorure de potassium KCl entièrement dissous pour donner des ions sodium K^+ et des ions chlorure Cl^- , de concentration $c_2 = 0,15 \text{ mol.L}^{-1}$. Calculer les concentrations dans le mélange.

Eléments de réponse :

Réactions de dissolution :



Les concentrations correspondent par définition au nombre de mole du soluté considéré sur le volume total, soit ici :

$$[\text{Mg}^{2+}]_{\text{eq}} = \frac{n_{\text{Mg}^{2+}, \text{eq}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{c_1 V_1}{V_1 + V_2} = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L} \quad [\text{K}^+]_{\text{eq}} = \frac{n_{\text{K}^+, \text{eq}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{c_2 V_2}{V_1 + V_2} = 0,1 \text{ mol/L}$$

Les ions chlorure sont apportés par les deux solides :

$$[\text{Cl}^-]_{\text{eq}} = \frac{n_{\text{Cl}^-, \text{eq}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{2c_1 V_1 + c_2 V_2}{V_1 + V_2} = 1,33 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

3. ❤️ Considérons la réaction totale suivante en milieu de pH tamponné ($[\text{H}^+] = \text{cte}$) :



Dresser le tableau d'avancement et déterminer l'état final du système.

Eléments de réponse :

	avancement (mol)	IO_3^-	+	5I^-	+	6H^+	=	3I_2	+	$3 \text{H}_2\text{O}$
Etat initial	0	0,1		0,2		Cte		0		0
A t	ξ	$0,1 - \xi$		$0,2 - 5\xi$		Cte		3ξ		3ξ
A t_∞ (état final)	ξ_{max}	$0,1 - \xi_{\text{max}}$		$0,2 - 5\xi_{\text{max}}$		Cte		$3\xi_{\text{max}}$		$3\xi_{\text{max}}$

	16	$0,1 - 0,04 = 0,06$	0	Cte	$\frac{3 \times 0,04}{= 0,12}$	$\frac{3 \times 0,04}{= 0,12}$
--	----	---------------------	---	-----	--------------------------------	--------------------------------

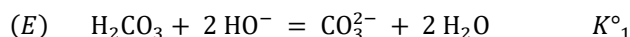
Si IO_3^- est l'espèce limitante, dans l'état final $0,1 - \xi_{\max,1} = 0$ soit $\xi_{\max,1} = 0,1 \text{ mol}$;

Si I^- est l'espèce limitante, dans l'état final $0,2 - 5\xi_{\max,2} = 0$ soit $\xi_{\max,2} = \frac{0,2}{5} \text{ mol} < \xi_{\max,1} = 0,1 \text{ mol}$;

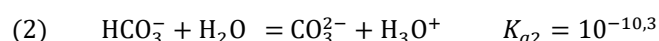
C'est donc I^- qui est l'espèce limitante, avec $\xi_{\max,2} = \frac{0,2}{5} \text{ mol} = 0,04 \text{ mol}$

4. a- ♥ Indiquer comment obtenir la constante d'équilibre d'une réaction étant la combinaison linéaire de réactions de constantes d'équilibre connues. Traiter les cas particuliers d'une réaction inverse et d'une réaction dont on double les coefficients stœchiométriques.

b- Exprimer la constante d'équilibre K°_1 de la réaction d'équation-bilan ci-dessous :



Données :



- a- ♥ Si l'équation bilan (E) est une combinaison linéaire d'équations (E_j) telle que $(E) = \sum \alpha_j (E_j)$, sa constante d'équilibre K° s'exprime en fonction des constantes d'équilibre K°_j relatives aux réactions d'équation (E_j) selon :

$$K^\circ = \prod_j K_j^{\alpha_j}$$

et en particulier :

pour une réaction inverse d'une réaction de constante K° : $(E') = -(E) \Rightarrow K^{\circ'} = (K^\circ)^{-1} = \frac{1}{K^\circ}$

pour une réaction (E) : $0 = \sum \nu_i B_i$ de constante K° dont on double les ν_i : $(E') : 0 = \sum 2\nu_i B_i \Rightarrow K^{\circ'} = K^{\circ 2}$

b- Méthode N°1 : Par combinaison linéaire : $(E) = (1) + (2) - 2 \times (3)$ or

Ici, on a donc

$$K^\circ_1 = \frac{K_{a1}K_{a2}}{K_e^2} = 10^{11,4} = 2,5 \cdot 10^{11}$$

Méthode N°2 : on peut retrouver cette relation en exploitant les L.A.M. pour retrouver $K^\circ_1 = \frac{K_{a1}K_{a2}}{K_e^2}$

Avec L.A.M. :

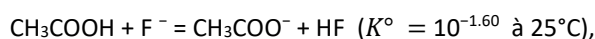
$$K^\circ_1 = \frac{a_{\text{eq}}(\text{CO}_3^{2-})a_{\text{eq}}(\text{H}_2\text{O})^2}{a_{\text{eq}}(\text{H}_2\text{CO}_3)a_{\text{eq}}(\text{HO}^-)^2} \underset{\substack{\text{a}(\text{H}_2\text{O})=1 \\ (\text{solvant})}}{=} \frac{a_{\text{eq}}(\text{CO}_3^{2-})}{a_{\text{eq}}(\text{H}_2\text{CO}_3)a_{\text{eq}}(\text{HO}^-)^2}$$

et

$$K_{a1} = \frac{a_{\text{eq}}(\text{HCO}_3^-)a_{\text{eq}}(\text{H}_3\text{O}^+)}{a_{\text{eq}}(\text{H}_2\text{CO}_3) \times 1} \quad K_{a2} = \frac{a_{\text{eq}}(\text{CO}_3^{2-})a_{\text{eq}}(\text{H}_3\text{O}^+)}{a_{\text{eq}}(\text{HCO}_3^-) \times 1} \quad K_e = \frac{a_{\text{eq}}(\text{H}_3\text{O}^+)a_{\text{eq}}(\text{HO}^-)}{1}$$

5. Prévoir le sens d'évolution et la composition à l'équilibre des réactions suivantes :

- 1) ♥ Réaction acido-basique entre l'acide éthanöïque et les ions fluorure :



- c) ♥ Conditions initiales : $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$, $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$, $[\text{F}^-] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{HF}] = 0 \text{ mol.L}^{-1}$.

d) ❤ Conditions initiales : $[\text{CH}_3\text{COOH}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1} = [\text{F}^-]$, $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{HF}] = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$.

2) ** Réaction de formation de l'hydroxyde de calcium $\text{Ca}(\text{OH})_2(\text{s})$:

$\text{Ca}^{2+} + 2 \text{HO}^- = \text{Ca}(\text{OH})_2(\text{s}) \quad K^\circ = 10^{5,2}$; état initial : $[\text{Ca}^{2+}] = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{HO}^-] = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$.

Eléments de réponse :

1) a) On a $Q_0 = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_0 \cdot [\text{HF}]_0}{[\text{F}^-]_0 \cdot [\text{CH}_3\text{COOH}]_0} = 0 < K^\circ$: Evolution dans le sens direct

Bilan en concentrations	CH_3COOH	+	F^-	=	HF	+	CH_3COO^-
E.I.	c_0		c_0		0		0
E.F.	$c_0(1 - \alpha)$		$c_0(1 - \alpha)$		$c_0\alpha$		$c_0\alpha$

L.A.M. : $K^\circ = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{eq}} \cdot [\text{HF}]_{\text{eq}}}{[\text{F}^-]_{\text{eq}} \cdot [\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{eq}}} = \frac{(c_0\alpha)^2}{(c_0(1-\alpha))^2} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^2$ d'où $\alpha = \frac{\sqrt{K^\circ}}{1+\sqrt{K^\circ}} = 13,7\%$

b) On a $Q_0 = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_0 \cdot [\text{HF}]_0}{[\text{F}^-]_0 \cdot [\text{CH}_3\text{COOH}]_0} = 1 > K^\circ = 10^{-1,6}$

Evolution dans le sens indirect :

on peut par exemple considérer la réaction inverse de constante $K'^{\circ} = \frac{1}{K^\circ} = 10^{+1,6}$

Bilan en concentrations	CH_3COO^-	+	HF	=	F^-	+	CH_3COOH
E.I.	c_0		c_0		c_0		c_0
E.F.	$c_0(1 - \alpha)$		$c_0(1 - \alpha)$		$c_0(1 + \alpha)$		$c_0(1 + \alpha)$

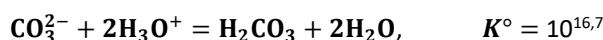
L.A.M. : $K'^{\circ} = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{eq}} \cdot [\text{F}^-]_{\text{eq}}}{[\text{HF}]_{\text{eq}} \cdot [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{eq}}} = \frac{(c_0(1+\alpha))^2}{(c_0(1-\alpha))^2} = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^2$ d'où $1 + \alpha = \sqrt{K'^{\circ}}(1 - \alpha)$ soit

$$\alpha = \frac{\sqrt{K'^{\circ}} - 1}{1 + \sqrt{K'^{\circ}}} = 72,6\%$$

2) $Q_{r,0} = \frac{1}{[\text{Ca}^{2+}]_0 [\text{HO}^-]_0^2} = \frac{1}{2,10^{-4} \times 4,10^{-8}} = \frac{1}{8} 10^{12} > K^\circ = 10^{5,2}$:

évolution dans le sens indirect, or en l'absence de produit dans l'état initial, absence de réaction : il ne se passe rien.

6. On considère la réaction en phase aqueuse diluée des ions carbonates avec des ions oxonium :



La concentration initiale en ions carbonate est de $10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et celle en ions oxonium est de $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Déterminer la composition de la solution à l'équilibre.

Eléments de réponse :

Absence de réactifs dans l'état initial, $Q_r = 0$, avancement dans le sens direct. Tableau d'avancement :

Bilan en mol /L	CO_3^{2-}	+	$2\text{H}_3\text{O}^+$	=	$\text{H}_2\text{CO}_3 + 2\text{H}_2\text{O}$
E.I.	10^{-3}		10^{-2}		0 /
E.F.	$10^{-3} - x$		$10^{-2} - 2x$		x /
E.F. approché	ε		$8 \cdot 10^{-3}$		10^{-3} /

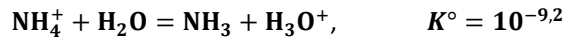
Avec $K^\circ = 10^{16,7} \gg 1$, on peut faire l'hypothèse d'une réaction quasi-totale, avec consommation complète du réactif limitant, soit ici $x \approx 10^{-3} \text{ mol/L}$ et $\varepsilon = 10^{-3} - x \ll 10^{-3} \text{ mol/L}$

A l'équilibre, d'après la L.A.M. :

$$K^\circ = \frac{[\text{H}_2\text{CO}_3] \times 1}{[\text{CO}_3^{2-}] \times [\text{H}_3\text{O}^+]^2} = \frac{x}{(10^{-3} - x)(10^{-2} - 2x)^2} \approx \frac{10^{-3}}{\varepsilon(8 \cdot 10^{-3})^2} = 10^{16,7}$$

Soit $\varepsilon = \frac{10^{-13,7}}{64} = 3,1 \cdot 10^{-16} \text{ mol/L}$: on a bien $\varepsilon = 10^{-3} - x \ll 10^{-3} \text{ mol/L}$, hypothèse validée.

7. ❤ On met en solution des ions ammonium à la concentration de $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Ils réagissent avec l'eau selon l'équation bilan :



Déterminer la composition de la solution à l'équilibre.

Éléments de réponse :

Absence de réactifs dans l'état initial, $Q_r = 0$, avancement dans le sens direct. Tableau d'avancement :

Bilan en mol /L	NH_4^+	+	H_2O	=	NH_3	+	H_3O^+
E.I.	10^{-2}		/		0		0
E.F.	$10^{-2} - x$		/		x		x
E.F. approché	10^{-2}		/		ε		ε

Avec $K^\circ = 10^{-9,2} \ll 1$, on peut faire l'hypothèse d'une réaction très peu avancée, soit ici $10^{-2} - x \approx 10^{-2} \text{ mol/L}$ et $x = \varepsilon \ll 10^{-2} \text{ mol/L}$

A l'équilibre, d'après la L.A.M. :

$$K_s = \frac{[\text{NH}_3] \times [\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{NH}_4^+] \times 1} = \frac{x^2}{(10^{-2} - x)} \approx \frac{\varepsilon^2}{10^{-2}} = 10^{-9,2}$$

Soit $\varepsilon = 10^{-5,6} \text{ mol/L} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ mol/L}$

On a bien $\varepsilon \ll 10^{-2} \text{ mol/L}$ hypothèse validée.

8. Calculer la charge totale portée par :

- ❤ un disque de rayon R uniformément chargé avec une densité superficielle de charge σ .
- ❤ Un cylindre de rayon R et de hauteur h uniformément chargée avec une densité volumique de charge ρ .
- Une boule de rayon R chargée avec une densité volumique de charge variant avec la distance r au centre de la boule : $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ pour $r \leq R$ et $\rho(r) = 0$ pour $r \geq R$.

9. ❤ On s'intéresse au champ électrostatique créé en $M(x, y, z)$ par le plan Oxy chargé uniformément avec une densité surfacique de charge σ . Etudier les symétries et invariances de la distribution et en déduire les caractéristiques du champ électrostatique créé en un point M quelconque.

10. ❤ Considérons un signal créneau de fréquence $f_0 = 2 \text{ kHz}$, décrit par ses premiers harmoniques :

$$s(t) = A \sin(2\pi f_0 t) + \frac{A}{3} \sin(2\pi 3f_0 t) + \frac{A}{5} \sin(2\pi 5f_0 t) + \frac{A}{7} \sin(2\pi 7f_0 t).$$

Ce signal est échantillonné à $f_e = 15 \text{ kHz}$. Représenter le spectre du signal échantillonné entre 0 et 15 kHz. A-t-on repliement spectral ? quelle fréquence minimale d'échantillonnage faut-il choisir ? Comment s'appelle le critère utilisé ?

Composantes du signal : pics à $f_0, 3f_0, 5f_0$ et $7f_0$ d'amplitudes respectives $A, \frac{A}{3}, \frac{A}{5}$ et $\frac{A}{7}$

Réplication du spectre : entre 0 et 15 kHz, fréquences supplémentaires à $f_e - 7f_0 = 1 \text{ kHz}$ (amplitude $\frac{A}{7}$) $f_e - 5f_0 = 5 \text{ kHz}$ (amplitude $\frac{A}{5}$), $f_e - 3f_0 = 9 \text{ kHz}$ (amplitude $\frac{A}{3}$) , $f_e - f_0 = 14 \text{ kHz}$ (amplitude A) : **phénomène de recouvrement** entre les composantes du spectre du signal analogique et celles associées à ses répliques, menant dans la plage $f < f_N = f_e/2$ à la présence de « fausses fréquences » ou fréquences « fantômes » (repliement spectral).

Critère de Shannon : il faut au minimum $f_e > 2f_{\max} = 2 \times 7f_0 = 28 \text{ kHz}$

11. On étudie une fonction continue et monotone $f(x)$ sur un intervalle $[a; b]$ telle que $f(a)$ et $f(b)$ soient de signes opposés. Expliquer le principe de l'algorithme de recherche par dichotomie du zéro de cette fonction (valeur x_0 telle $f(x_0) = 0$) et proposer le code en python.

Comme f est continue et change de signe entre a et b , elle s'annule dans $[a; b]$ (théorème des valeurs intermédiaires).
On se donne les bornes a et b de l'intervalle de recherche et une précision ε .

Tant que $|a - b| > \varepsilon$, on réalise la boucle suivante :

On définit le milieu de l'intervalle : $m = \frac{a+b}{2}$

→ Si $f(a) \times f(m) \leq 0$, f change de signe entre a et m : la solution appartient à $[a, m]$

nouvel intervalle de recherche : $a = a$ et $b = m$ (on réaffecte $b \leftarrow m$)

→ sinon : $f(a) \times f(m) > 0$, $f(a)$ et $f(m)$ ont le même signe, donc f change de signe entre m et b : la solution appartient à $[m, b]$, donc on réaffecte $a \leftarrow m$

nouvel intervalle de recherche : $a = m$ ($a \leftarrow m$) et $b = b$.

À chaque étape l'intervalle contient toujours le zéro et sa largeur est divisée par 2.

La boucle se poursuit tant que m n'est pas suffisamment proche de la valeur recherchée, soit tant que

$$|a - b| > \varepsilon$$

Lorsqu'on sort de la boucle, le zéro est donné par la valeur de m , à $\varepsilon/2$ près.

def dico(f, a, b, eps):

"""zéro de f sur [a, b] ; on suppose f(a)*f(b) < 0"""

g, d = a, b

while d - g > eps:

m = (g + d)/2

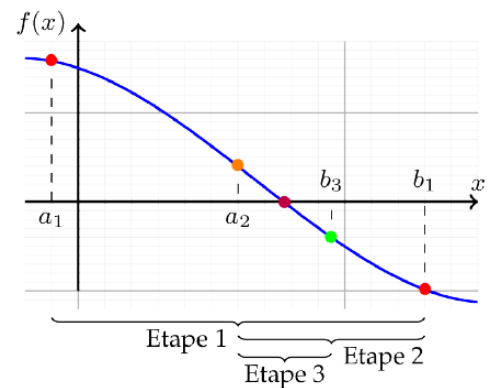
if f(g)*f(m) > 0: # même signe en g et m : le zéro est dans [m, d]

g = m

else: # changement de signe (ou f(m) = 0) : le zéro est dans [g, m]

d = m

return (g + d)/2



12. ♥ Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail W reçu au cours d'une compression d'un volume V_1 à un volume V_2 telle que les lois de Laplace s'appliquent (pression initiale P_1 connue).

Conditions d'application des lois de Laplace : transformation adiabatique réversible pour un gaz parfait (et rigoureusement : avec un coefficient isentropique constant, en l'absence de travail autre que le travail des forces de pression). : Lois de Laplace : $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

$\Delta U_{12} \stackrel{\text{1er principe}}{=} W_{12} + Q_{12}$ avec $Q_{12} = 0$ car la transformation est adiabatique, et

$$\Delta U_{12} \stackrel{\text{G.P.}}{=} \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma-1}$$

13. ♥ Enoncer le second principe de la thermodynamique en détaillant les différents termes

Second principe de la thermodynamique : Pour tout système, on peut définir une entropie $S > 0$ qui est une fonction d'état extensive et non conservative, indiquant l'importance du désordre / manque d'information telle que :

Bilans d'entropie (hors programme ATS) : $\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}}$

L'entropie S est une grandeur telle que l'entropie créée $S_{\text{créée}} \geq 0$, avec $S_{\text{créée}} = 0$ pour une transformation réversible

$S_{crée} > 0$ pour une transformation irréversible

Echanges d'entropie : ils ont lieu par le biais d'éventuels échanges de matière et/ou d'énergie thermique avec le milieu extérieur. Au cours d'une transformation quelconque pendant laquelle un système fermé reçoit des transferts thermiques Q_i de la part de thermostats (sources de chaleur) aux températures T_i , $S_{éch} = \sum_i \frac{Q_i}{T_i}$

Dimension et unité de l'entropie : J/K

14. ❤ Une masse m d'eau passe de l'état solide à -10°C à l'état liquide à $+10^\circ\text{C}$ sous une pression de 1 atm. Calculer pour cette évolution l'énergie thermique reçue par la masse d'eau.

Données :

Enthalpie de fusion de l'eau : $\Delta_{fus}h = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ à 0°C sous 1 atm

Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_l = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Capacité thermique massique de l'eau solide : $c_s = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Transformation isobare en l'absence de travail autre que celui des forces de pression : $\Delta H = Q$

L'enthalpie étant une fonction d'état, on peut choisir un chemin fictif commode d'un point de vue théorique ; ici, on peut considérer les étapes suivantes :

Etape 1 : solide réchauffé de θ_i à θ_0 où $\theta_0 = 0^\circ\text{C} = \theta_{fus}$ température de fusion à pression atmosphérique ;

Etape 2 : solide totalement fondu à la température θ_0 ,

Etape 3 : liquide obtenu chauffé de θ_0 à θ_f , soit :

$$\Delta H = m \left(c_s(\theta_0 - \theta_i) + l_f + c_l(\theta_f - \theta_0) \right) = Q$$

15. Un ballon d'eau chaude d'un volume de $10,0 \text{ m}^3$ contient 169 kg d'eau sous $10,0 \text{ bar}$.

Extrait d'une table donnant les grandeurs massiques pour une vapeur d'eau saturante :

Vapeur d'eau saturante $P = 10 \text{ bar}$ $\theta = 179,86^\circ\text{C}$	Volume massique		Enthalpie massique	
	liquide	vapeur	liquide	vapeur
	$v_l (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$v_v (\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_l (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	$h_v (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$
	$1,127 \cdot 10^{-3}$	0,1947	761,2	2772

- c) Quel est l'état de l'eau ? On précisera sa pression et sa température, son titre en vapeur et son enthalpie totale.
- d) Déterminer l'enthalpie de vaporisation de l'eau à $\theta = 179,86^\circ\text{C}$ ainsi que la quantité de chaleur nécessaire pour obtenir de la vapeur juste sèche dans le ballon en restant à une pression de $10,0 \text{ bar}$.

16. A l'aide des principes de la thermodynamique, établir l'expression de l'efficacité maximale, au choix du colleur, d'un moteur cyclique, d'un réfrigérateur ou d'une pompe à chaleur ditherme en fonction des températures des sources chaude et froide, ainsi que les conditions dans lesquelles elle est atteinte.

Exemple du moteur : Bilan issu du 1^{er} principe de la thermodynamique sur un cycle : $\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q_{ch} + Q_{fr}$

$$\sum_{\text{Cycle}} U = 0 \quad (1)$$

U fonction d'état

Bilan issu du 2nd principe de la thermodynamique sur un cycle : $\Delta S = S_e + S_c$ $\sum_{\text{Cycle}} S = 0$ avec d'après le second principe, S fonction d'état

$S_c \geq 0$, égalité pour une transformation réversible. Il s'agit d'un moteur ditherme, échanges de chaleur avec deux sources aux températures T_{fr} et T_{ch} , d'où : $S_e = \frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}}$, soit $\frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} \leq 0$ (2) ; inégalité de Clausius.

Expression de l'efficacité d'un moteur thermique : $\eta_{\text{moteur}} = \left| \frac{\text{grandeur d'intérêt}}{\text{grandeur de coût}} \right| = \frac{-W}{Q_{ch}}$ (3)

Or d'après (1), $-W = Q_{ch} + Q_{fr}$ soit dans (3) : $\eta_{\text{moteur}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}}$.

D'après (2) : $\frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} \leq -\frac{T_{fr}}{T_{ch}}$ soit : $\eta_{moteur} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} \leq 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$

Efficacité de Carnot : $\eta_{carnot,m} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$

obtenue pour un fonctionnement **réversible**, correspondant à l'**efficacité maximale** pouvant être atteinte.

17. ♥ Compléter le tableau des principales caractéristiques des machines thermiques dithermes : forme du 1^{er} principe sur un cycle, signes des différents échanges d'énergie, efficacité, efficacité de Carnot (conditions d'obtention ?)

Machine cyclique ditherme	Moteur	Réfrigérateur	Pompe à chaleur
Formes du premier principe sur un cycle pour les machines cycliques dithermes $\Delta U_{cycle} = 0 \quad \underset{\substack{\text{cycle+} \\ U \text{ fonction d'état}}}{=} \quad \underset{\substack{\text{1er principe}}}{=} \quad W + Q_c + Q_f \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{P}_{méca} + \mathcal{P}_{th,c} + \mathcal{P}_{th,f} = 0$ $\underset{\substack{\text{1er principe} \\ \text{+cycle+} \\ U \text{ fonction d'état}}}{=}$			
Signe du travail reçu W reçu par le système	$W < 0$	$W > 0$	$W > 0$
Signe de la quantité de chaleur Q_f reçue en provenance de la source froide	$Q_f < 0$	$Q_f > 0$	$Q_f > 0$
Signe de la quantité de chaleur Q_c reçue en provenance de la source chaude	$Q_c > 0$	$Q_c < 0$	$Q_c < 0$
Expression de l'efficacité expression toujours vérifiée	$e_m = r = \frac{-W}{Q_c} = \frac{-\mathcal{P}_{méca}}{\mathcal{P}_{th,c}}$	$e_{frig} = CoP_{frig} = \frac{Q_f}{W} = \frac{\mathcal{P}_{th,f}}{\mathcal{P}_{méca}}$	$e_{PAC} = CoP_{PAC} = -\frac{Q_c}{W} = -\frac{\mathcal{P}_{th,c}}{\mathcal{P}_{méca}}$
Efficacité de Carnot = efficacité théorique maximale vérifiée dans le cas d'un cycle réversible	$e_{mot,c} = r_{mot,c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$	$e_{frig,max} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$	$e_{PAC,max} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$

18. ♥ Énoncer la condition d'équilibre d'un solide. Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe : rappeler les principales analogies avec un point en translation, puis énoncer le théorème du moment cinétique scalaire.

Condition d'équilibre d'un solide

$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ ET $\sum \vec{\mathcal{M}}_{ext/O} = \vec{0}$ (avec des vitesses initiales nulles)

Loi du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe $\Delta = (Oz)$ fixe dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$, soumis à N actions mécaniques de moment $\mathcal{M}_{\Delta,n}$ ($1 \leq n \leq N$) par rapport à cet axe :

$$\left. \frac{dL_{\Delta}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \sum_{n=1}^N \mathcal{M}_{\Delta,n} = \mathcal{M}_{ext/\Delta} \quad \text{avec } L_{\Delta} = J_{\Delta} \omega \quad \text{donc} \quad J_{\Delta} \frac{d\omega}{dt} = \mathcal{M}_{ext/\Delta}$$

Equivalence entre les variables translation et les variables rotation

translation	X	$\dot{X} = v$	$a \doteq \dot{v} = \ddot{X}$	m	$p = mv$	$\frac{1}{2}mv^2$	F	$m\dot{X} = F$	$\mathcal{P} = Fv$
Rotation par rapport à un axe Δ	θ	$\dot{\theta} = \omega$	$\dot{\omega} = \ddot{\theta}$	J_{Δ}	$L_{/\Delta} = J_{\Delta} \omega$	$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega^2$	$\mathcal{M}_{/\Delta}$	$J_{\Delta}\dot{\theta} = \mathcal{M}_{/\Delta}$	$\mathcal{P} = \mathcal{M}_{/\Delta}\omega$

19. Considérons un solénoïde d'axe (Oz) , de longueur ℓ , de section S , contenant N . Établir l'expression de son inductance propre L . En déduire l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique associée.

On suppose la bobine parcourue par un courant I (attention ! il faut l'orienter !) ; le champ magnétique créé par ce courant est $\vec{B}_{int} = \mu_0 n I \vec{e}_z$ à l'intérieur de la bobine.

Orientier $d\vec{S}$ avec I .

$\vec{B}_{int}$ et $d\vec{S}$ sont nécessairement dans le même sens, imposé par l'orientation de I .

Calcul du flux de ce champ à travers une spire de la bobine est $\Phi_1 = \iint_{1 \text{ spire}} \vec{B}_{int} \cdot d\vec{S} = \mu_0 n I S = \frac{\mu_0 N I S}{\ell}$

Le flux de ce champ à travers les N spires de la bobine est $\Phi_N = N \Phi_1 = \frac{\mu_0 N^2 I S}{\ell}$

L'inductance de la bobine longue est : $L = \frac{\Phi}{i}$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} = 0,25 \text{ mH}$$

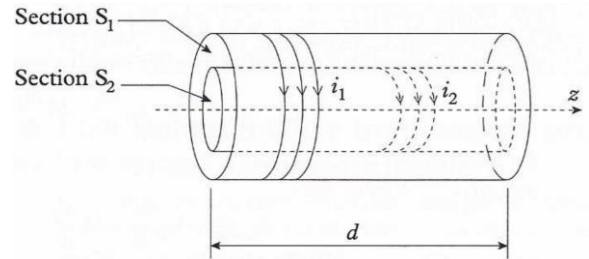
Energie stockée par la bobine : en fonction de i , N , μ_0 , ℓ et S : $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} i^2$

Densité volumique d'énergie magnétique : énergie stockée par la bobine par unité de volume :

$$w_m = \frac{\mathcal{E}_L}{\ell S} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell^2 S} i^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2}{\ell^2} i^2 = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\mu_0 N i}{\ell}\right)^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$

On admet que ce résultat est général et que l'énergie est localisée dans les régions de l'espace où règne un champ magnétique et non au niveau de ses sources.

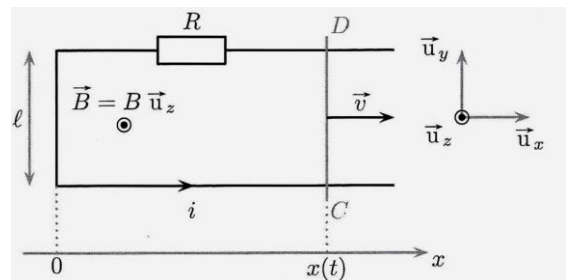
20. ** On considère 2 bobines longues (ou solénoïdes) Γ_1 et Γ_2 , de même axe (Oz) et de même longueur d , disposées comme indiqué sur la figure ci-contre. On appelle S_1 et S_2 leurs sections et N_1 et N_2 leurs nombres de spires. Déterminer l'inductance mutuelle M entre les deux circuits.



Calcul du flux Φ_{12} du champ créé par le circuit 1 à travers le circuit 2 ou du flux Φ_{21} du champ créé par le circuit 2 à travers le circuit 1 : on a alors $\Phi_{12} = Mi_1$ et $\Phi_{21} = Mi_2$ donnant la même mutuelle ; on choisit donc le calcul le plus simple, ici Φ_{12} .

a) Calcul de $M = M_{12}$ tel que $\Phi_{1 \rightarrow 2} = \oint_{\mathcal{C}_2} (\vec{B}_1) = M_{12} i_1$
 or $\vec{B}_1$ créé par $\mathcal{C}_1$: $\vec{B}_1 = \mu_0 \frac{N_1 i_1}{d} \vec{u}_z$ (cf orientation i_1)
 et $\Phi_{12} = \oint_{\mathcal{C}_2} (\vec{B}_1) = N_2 \oint_{1 \text{ spire}} (\vec{B}_1) = N_2 \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$
 flux de $\vec{B}_1$ à travers $\mathcal{C}_2$ or $d\vec{S}_2 = dS_2 \vec{u}_z$
 cf orientation i_2 + main droite
 soit $\Phi_{12} = N_2 \times B_1 S_2 = \underbrace{\mu_0 N_1 N_2 S_2}_M i_1$ $M = M_{12}$
 $\vec{B}_1$ uniforme sur toute la surface
 ! arbitraire! peut être en sens opposé!

21. ♥ On considère une barre métallique posée sur deux rails conducteurs ; la distance entre les 2 points de contact est $\ell = CD$. On note R la résistance du circuit électrique, supposée constante. La barre $[CD]$ est la seule partie mobile du circuit. Elle est mise en mouvement par un opérateur qui exerce une force $\vec{F}_{op} = F_{op} \vec{u}_x = cte$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ orthogonal au plan des rails. On négligera les phénomènes d'auto-induction ainsi que les frottements. Effectuer une analyse qualitative des phénomènes mis en jeu, puis établir l'équation électrique et l'équation mécanique vérifiées par le système. Etablir le bilan énergétique associé ; commenter.



⇒ **Analyse qualitative** : la force exercée par l'opérateur met en mouvement la barre, ce qui augmente la surface du circuit donc le flux de $\vec{B}_0$; d'après la loi de Faraday, apparition d'une fém induite donc d'un courant induit dans le circuit ; la barre est alors soumise à une force de Laplace qui vient, selon la loi de modération de Lenz, s'opposer à la force de l'opérateur (force de freinage)

⇒ Equation électrique

1. Orienter i : Choix orientation : Orientation arbitraire de i .
2. Orienter la surface
3. Calcul du flux : $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = Bax$
4. Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ or $\Phi = BS = Bax$, donc $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bav = e$
5. Schéma électrique équivalent, puis equation électrique :

Loi des mailles et caractéristique des dipôles : $e - Ri = 0$ soit $Ri = -Bav$ (E.E.)

⇒ Equation mécanique

1. Système ; 2. Bilan des actions mécaniques extérieures : poids $\vec{P}$; réactions des rails $\vec{R}$ (normale car pas de frottements) ; Force $\vec{F}_{op}$; Force de Laplace : $\vec{F}_{Laplace} = iBa \vec{u}_x$ (attention !!! se déplacer dans le sens de i le long de la tige !!)
3. PFD appliqué à la tige 4. projeté sur $\vec{u}_x$: $m \frac{dv}{dt} = F_{op} + iBa$ (E.M.)

Bilan énergétique

On multiplie (EE) par i : $ei = Ri^2 = -Ba \dot{x} i$

On multiplie (EM) par $\dot{x}$: $m\dot{x}\dot{x} = F\dot{x} + F_{Lx}\dot{x} = \frac{d(\frac{1}{2}m\dot{x}^2)}{dt} = F\dot{x} + Bia \dot{x}$

• Terme de couplage $Ba\dot{x}i$

$ei = -Ba\dot{x}i$ puissance fournie par le générateur induit

$F_{Lx}\dot{x} = Ba\dot{x}i$ puissance fournie par les forces de Laplace (négative, force opposée au déplacement)

La somme de ces deux puissances est nulle.

cette propriété est toujours vraie : $\mathcal{P}_{induction} + \mathcal{P}_{Laplace} = 0$

$$D'où \quad \underbrace{F\dot{x}}_{\mathcal{P}_{opérateur}} = \underbrace{\frac{d(\frac{1}{2}m\dot{x}^2)}{dt}}_{\frac{dEc}{dt}} + \underbrace{Ri^2}_{\mathcal{P}_{Joule}}$$

Il y a conversion de la puissance mécanique apportée par l'opérateur en puissance cinétique (qui met la tige en mouvement) et en puissance électrique, dissipée par effet Joule.

22. ♥ Soit un champ magnétique tournant d'expression :

$$\vec{B} = B_0(\cos \omega t \vec{e}_x + \sin \omega t \vec{e}_y)$$

Une spire plate de surface S est entièrement plongée dans ce champ. Elle se trouve dans le plan (Oyz) . La spire se comportant comme une résistance R , établir l'expression du courant i qui la parcourt.

On oriente le courant de manière à prendre pour orientation positive de la spire le sens donné par $d\vec{S} = \vec{e}_x$.

Le flux du champ magnétique au travers de cette spire est alors donné par:

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = SB_0 \cos \omega t$$

Ce flux variant dans le temps, d'après la loi de Faraday, La fem induite dans la spire s'exprime alors comme :

$$e_N = -\frac{d\phi}{dt} = SB_0 \sin(\omega t)$$

Avec un schéma électrique équivalent du circuit (attention ! fem en convention générateur), on obtient

$$e_N = Ri \quad i = \frac{SB_0}{R} \sin \omega t$$

