

DS. DE PHYSIQUE N°2 - MPI

Durée : 3h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

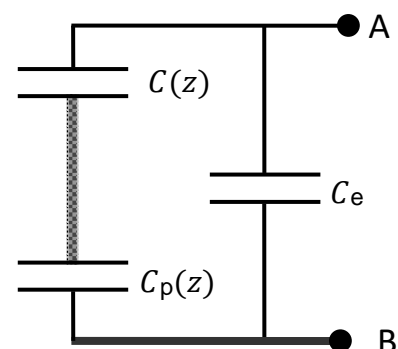
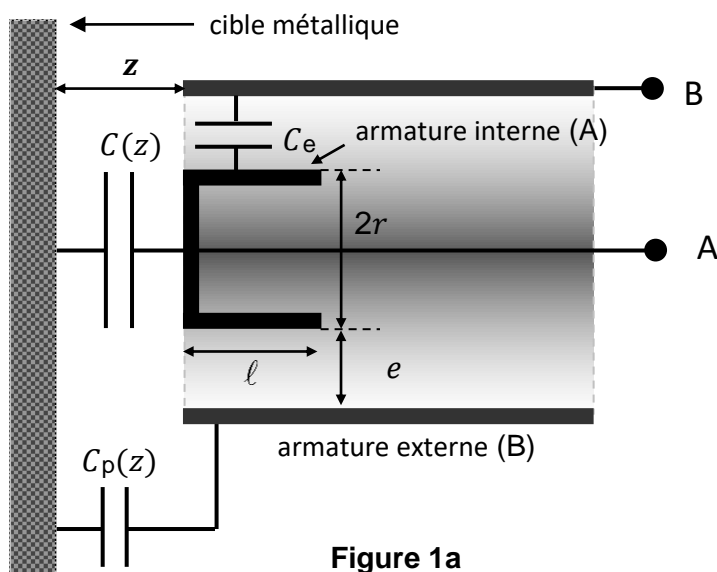
Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Attention ! il faudra choisir entre le problème 1A (E3A PSI) et le problème 1B (CCS = Concours Centrale Supélec MP), puis choisir à nouveau entre les parties B1 et B2 du problème 2

PROBLEME N°1A : SUJET « FACILE » - CAPTEUR DE PROXIMITE CAPACITIF

Cette partie étudie le condensateur de mesure d'un capteur de proximité capacitif. Les capteurs de proximité sont caractérisés par l'absence de liaison mécanique entre le dispositif de mesure et l'objet constituant la cible. L'interaction entre eux est réalisée par l'intermédiaire d'un champ électrique, d'un champ magnétique ou d'un champ électromagnétique. Ils sont utilisés :

- soit en mode analogique : l'amplitude du signal détecté est fonction de la distance relative entre capteur et cible (et surtout de ses variations) ;
- soit en mode binaire : le signal ne peut avoir que deux niveaux (haut ou bas) selon l'absence ou la présence de l'objet à une distance fixée ou non du capteur.



La tête de mesure de ce capteur est formée d'un conducteur cylindrique (A) et d'une enveloppe métallique coaxiale (B) réalisant un condensateur cylindrique de capacité fixe C_e (Cf. figure 1a).

Le but de la mesure est de détecter la distance z entre la tête de mesure et la cible. Lorsque la cible métallique s'approche de l'extrémité des conducteurs (A) et (B), ceux-ci constituent avec elle deux autres condensateurs :

- l'un, de capacité $C(z)$, a pour armatures le disque externe du conducteur central cylindrique (A) de diamètre $2r$ et la cible métallique, avec z la distance qui sépare le disque externe de la cible ;
- l'autre est un condensateur parasite, de capacité $C_p(z)$, formé par l'enveloppe extérieure (B) du capteur et la cible.

Le schéma électrique équivalent du capteur est représenté sur la figure 1b.

Considérons un condensateur plan dont les faces en regard sont distantes de d et de surfaces S ; le vide règne entre ces deux électrodes. La distance d est suffisamment faible pour supposer en première approximation que chaque plaque se comporte comme un plan infini en négligeant les effets de bords

- 1) Etablir soigneusement que le champ électrique créé par un plan infini d'équation $z = 0$ chargé avec une densité surfacique de charge σ a pour expression :

$$z > 0 : \vec{E} = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} \vec{u}_z ; \quad z < 0 : \vec{E} = - \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} \vec{u}_z$$

- 2) Exprimer, **en justifiant soigneusement**, le champ électrique \vec{E} dans le condensateur en fonction de la charge Q qu'il emmagasine, de S et de ε_0 . En déduire sa capacité C .

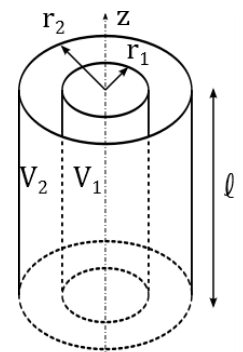
Étudions maintenant un condensateur cylindrique de grande longueur ℓ , constitué par deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe Oz .

Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors des charges électriques supposées uniformément réparties sur les **deux seules** surfaces des conducteurs qui sont de rayon r_1 et r_2 .

On modélise le condensateur cylindrique selon le schéma ci-contre : son armature interne a un rayon r_1 et est portée au potentiel V_1 , tandis que son armature externe a un rayon r_2 et un potentiel V_2 , qu'on suppose nul.

ε_0 est la permittivité du vide entre ces 2 électrodes et Q la charge de l'armature interne.

La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie**.



- 3) Etablir soigneusement l'expression du champ électrique \vec{E} entre les armatures du condensateur ($r_1 < r < r_2$).
- 4) En déduire la capacité C de ce condensateur pour une longueur commune ℓ des électrodes. Écrire le résultat sous la forme : $C = \frac{\alpha}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$ en identifiant le coefficient α ; comparer brièvement les expressions du condensateur plan et du condensateur cylindrique.
- 5) En déduire **simplement** l'expression de l'énergie électrostatique W_e emmagasinée par un condensateur de longueur ℓ .
- 6) Écrire l'expression de la capacité $C(z)$ en fonction de ε_0 , r et z , puis celle de la capacité C_e en fonction de ε_0 , ℓ , r et e .
- 7) Déterminer la capacité C_{AB} de la tête de mesure en fonction de C_e , $C(z)$ et $C_p(z)$.

- 8) Proposer une opération technique simple permettant de s'affranchir de la capacité parasite $C_p(z)$ (ce qui sera le cas dans la suite du problème : $C_p \rightarrow +\infty$).
- 9) Écrire l'expression finale de la capacité C_{AB} en fonction de ε_0 , ℓ , r , e et z en exploitant le fait que la distance e entre les armatures en regard est faible devant leurs rayons respectifs à l'aide d'un développement limité au 1^{er} ordre en $\frac{e}{r}$.

Le capteur fonctionne pour une distance cible-tête de mesure z variant d'une faible quantité Δz à partir d'une valeur de référence z_0 : $z = z_0 + \Delta z$ (avec l'approximation $\frac{\Delta z}{z} \ll 1$).

- 10) Montrer que la capacité C_{AB} peut s'écrire sous la forme :

$$C_{AB} = C_0 \left(1 + k \frac{\Delta z}{z_0} \right)$$

identifier C_0 et k , puis calculer de façon approchée leurs valeurs numériques à l'aide des données suivantes : $r = 10 \text{ mm}$; $\ell = 10 \text{ mm}$; $e = 1 \text{ mm}$; $z_0 = 2 \text{ mm}$ et $\varepsilon_0 = 9.10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$.

PROBLEME N°1B : SUJET « DIFFICILE » - GEOPHYSIQUE DE LA PLANETE TERRE - GRAVIMETRIE

- 11) Énoncer le théorème de Gauss appliqué à la gravitation en précisant les analogies entre forces électrostatiques et gravitationnelles. On notera \vec{G} le champ gravitationnel.

La Terre est assimilée à une boule homogène de rayon R_T , de centre C et de masse M_T uniformément répartie en volume. On repère un point M de l'espace dans le système de coordonnées sphériques d'origine C , associé à la base locale $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$. On appelle $z = r - R_T > 0$ l'altitude d'un point M situé à l'extérieur de la Terre et on associe à ce point un axe (Oz) (verticale du lieu) dont l'origine O est en $r = R_T$ et tel que $\vec{e}_z = \vec{e}_r$.

- 12) Déterminer l'expression du champ gravitationnel \vec{G}_T créé par la Terre à une altitude $z > 0$.

La gravimétrie est l'étude des variations du champ de pesanteur dans l'espace et dans le temps. Elle permet de déterminer la répartition des masses au sein de la Terre et d'avoir ainsi accès à sa structure. Par exemple, la gravimétrie est utilisée pour déterminer la forme de la Terre (géodésie), pour détecter des cavités (génie civil ou archéologie), pour suivre les stockages d'eau (hydrologie continentale).

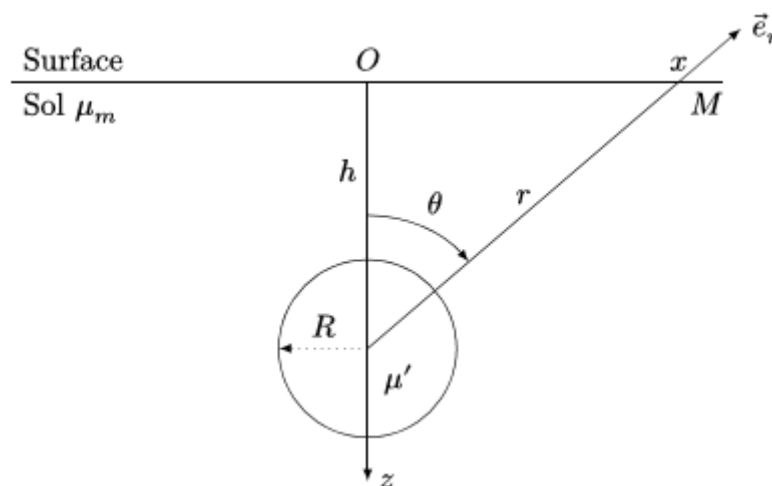


Figure 7

Dans cette partie, nous allons déterminer, par une analyse gravimétrique, les dimensions d'un corps sphérique enterré dans un sol de masse volumique moyenne μ_m (figure 7).

- 13) Donner l'expression du champ gravitationnel \vec{g}_B en un point M situé à l'extérieur d'une sphère homogène de rayon R et de masse volumique $\mu' = \mu_m + \Delta\mu$ en fonction de μ_m , $\Delta\mu$, G , R , r , distance de M au centre de la sphère, et du vecteur unitaire \vec{e}_r (figure 7).

Le corps sphérique se trouve à une profondeur h dans le sol. Loin de la sphère (pour $r \gg R$), le champ de pesanteur est vertical selon (Oz) de valeur g_0 . Dans la suite, on assimile le champ de pesanteur au champ de gravitation.

- 14) Déterminer g_{Bz} , la composante verticale du champ gravitationnel \vec{g}_B créé par la boule au point M situé à une distance x de la verticale.
- 15) Montrer que l'anomalie gravimétrique $\Delta g = g_z - g_0$, qui fait varier le champ de pesanteur apparent en un lieu, est identique au champ de pesanteur g'_z créé par une sphère de masse volumique $\Delta\mu$.
- 16) Montrer que l'anomalie gravimétrique s'écrit :

$$\Delta g = \frac{4\pi G \Delta\mu R^3 h}{3(x^2 + h^2)^{3/2}}$$

- 17) Tracer l'allure de la courbe Δg en fonction de x pour des sphères identiques enterrées à deux profondeurs différentes h_1 et $h_2 > h_1$.
- 18) Quel est le lien entre la profondeur h et la largeur à mi-hauteur de la courbe ? Que vaut l'anomalie gravimétrique maximale ?
- 19) Déterminer, à l'aide la courbe de la figure 8, la profondeur h et le rayon R de la sphère enterrée.

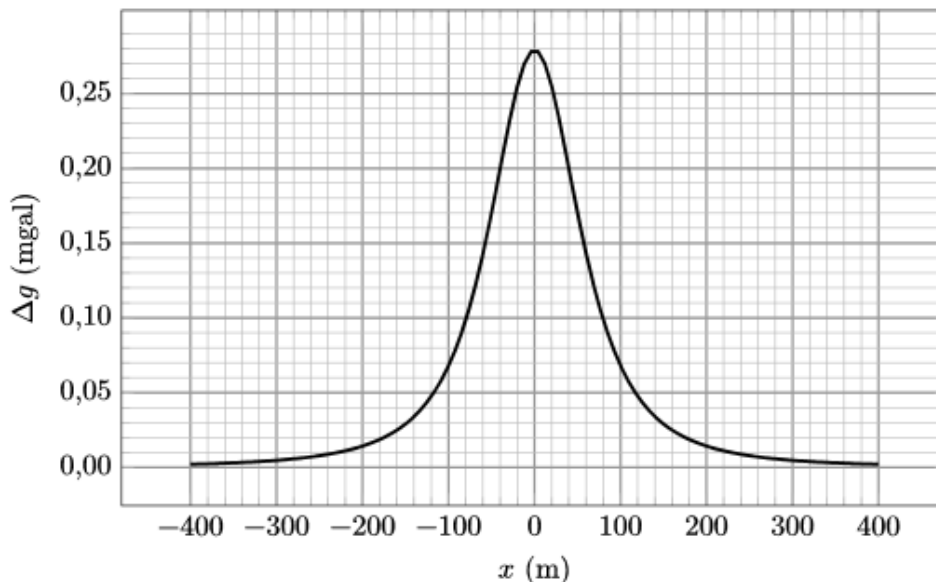


Figure 8 Anomalie gravimétrique Δg pour une sphère enterrée avec $\Delta\mu = 1\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

- 20) Comment rendre indétectable par analyse gravimétrique de l'or stocké dans une grotte sphérique ?
- 21) La grotte de 1 m de rayon est à 4 m de profondeur. Quelle masse d'or est-il possible de cacher par cette méthode ? Pour information, la masse volumique de l'or est $\rho_{or} = 19\,300 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

- 22) Une étude archéologique préalable prévoit la disposition de deux grottes sphériques de même dimension (figure 9). Tracer l'allure de la courbe de l'anomalie gravimétrique attendue $\Delta g = f(x)$ en vous aidant de la figure 10.

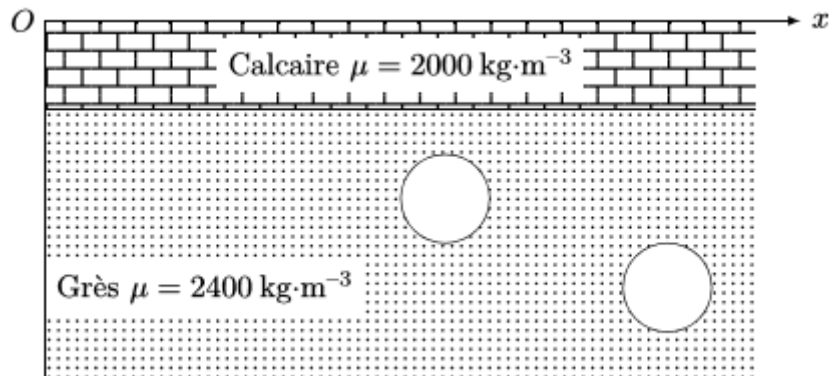


Figure 9

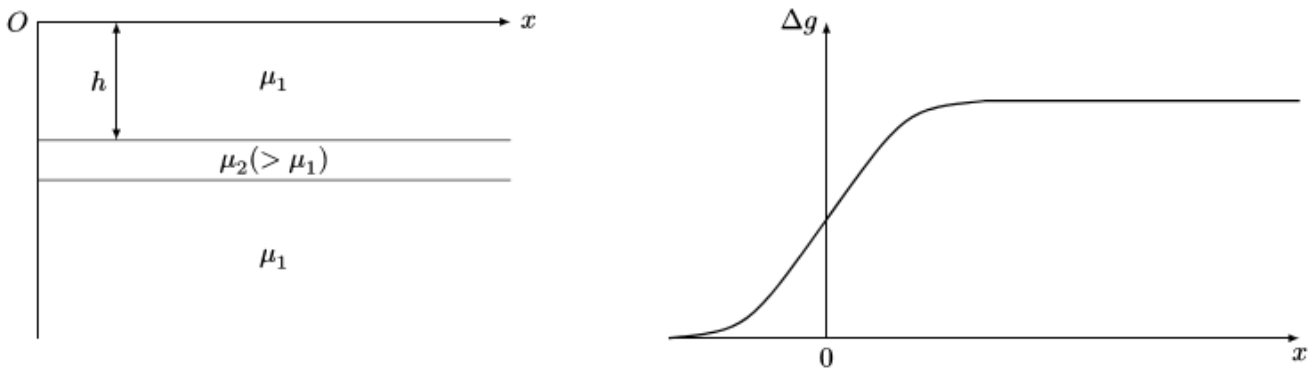


Figure 10 Anomalie gravimétrique pour une plaque horizontale semi-infinie

Données numériques

Constante de gravitation universelle	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
Rayon de la Terre	$R_T = 6,37 \times 10^3 \text{ km}$
Masse de la Terre	$M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Unité de mesure de la pesanteur	$1 \text{ gal} = 1,00 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$
Ordre de grandeur de la sensibilité des gravimètres actuels	$\Delta g = 1 \text{ } \mu\text{gal}$

PROBLEME N°2- LA CHIMIE, DE LA CUISINE A LA PHARMACIE

A) LA PREPARATION DU PASTIS LANDAIS (CCINP MPI 2024)

À la fois moelleux et parfumé, le pastis landais (ou « pastis bourrit ») est une pâtisserie traditionnelle née au XIXe siècle, très prisée lors des fêtes locales. Il s'agit d'une brioche légère de forme tronconique parsemée de morceaux de sucre concassé (photo 4). En patois gascon, « pastis » signifie « gâteau » ou « pâte » et « pastis bourrit » veut dire « gâteau à pâte levée » (cette pâtisserie n'a donc rien à voir avec la célèbre boisson anisée !).



Photo 4 - Le pastis landais

Dans sa recette moderne, on utilise de la levure (ou poudre à lever) dont l'objectif est de libérer du dioxyde de carbone gazeux pour faire gonfler la pâte lors de la cuisson. Une fois la levure mélangée aux ingrédients et humidifiée, le gaz est obtenu par une réaction acidobasique faisant intervenir l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^- .

Soit la composition d'un sachet de 15 g de levure :

* 4 g d'amidon ;

* m_a g de diphosphate disodique $\text{Na}_2\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7$ (ou dihydrogénodiphosphate de sodium) ;

* m_b g de bicarbonate de sodium NaHCO_3 (ou hydrogénocarbonate de sodium).

L'amidon joue le rôle de stabilisateur pour que les deux composés actifs ne réagissent pas entre eux pendant la durée de stockage du sachet (ce dernier devant être conservé à l'abri de toute trace d'humidité).

Données :

Elément chimique	H	C	O	Na	P	S	I
Masse molaire (g·mol ⁻¹)	1	12	16	23	31	32	127

Constante molaire des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$;

Le **tableau 2** donne les noms des ions utiles dans cette partie.

Ions	$\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7^{2-}$	$\text{HP}_2\text{O}_7^{3-}$	$\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$	HCO_3^-	CO_3^{2-}
nom des ions	dihydrogénéodiphosphate	monohydrogénéodiphosphate	diphosphate	hydrogénéocarbonate	carbonate

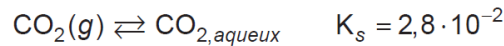
Tableau 2 - Noms des ions diphosphates et carbonates

Données à 25 °C :

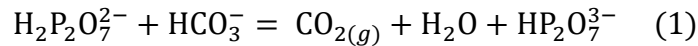
Couples acido-basiques	$\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7^{2-} / \text{HP}_2\text{O}_7^{3-}$	$\text{HP}_2\text{O}_7^{3-} / \text{P}_2\text{O}_7^{4-}$	$\text{CO}_{2,\text{aqueux}} / \text{HCO}_3^-$	$\text{HCO}_3^- / \text{CO}_3^{2-}$
pKa	$\text{pKa}_1 = 6,7$	$\text{pKa}_2 = 9,3$	$\text{pKa}_3 = 6,3$	$\text{pKa}_4 = 10,3$

Tableau 3 - Couples acido-basiques et leur pKa

Équilibre de solubilité du CO_2 dans l'eau et sa constante d'équilibre :



On donne la réaction d'équilibre entre l'ion hydrogencarbonate HCO_3^- et l'ion dihydrogénodiphosphate $\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7^{2-}$:



Q23. En assimilant la réaction dans la pâte à la réaction en solution aqueuse, exprimer en fonction de K_{a1} , K_{a3} et de K_s , la constante d'équilibre de la réaction (1), puis donner sa valeur numérique à 25 °C.

Peu avancée à température ambiante, cette réaction devient totale lors de la cuisson, le chauffage déplaçant l'équilibre dans le sens du dégazage de CO_2 . Des alvéoles se forment alors au sein de la pâte qui se solidifie en une structure "aérienne" et dilatée : c'est la "levée".

Q24. On utilise un sachet de 15 g de levure. Calculer les masses m_d de $\text{Na}_2\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7$ et m_b de NaHCO_3 contenues dans le sachet pour assurer la stœchiométrie de la réaction (1).

Q25. Quel volume de CO_2 un sachet de levure peut-il libérer sous une pression égale à 1 bar et une température égale à 170 °C si on suppose totale la réaction (1) et si on assimile le gaz à un gaz parfait ?

Il est aussi bien connu des amateurs pâtisseries que le bicarbonate de sodium seul peut être utilisé comme poudre à lever, mais qu'il donne un goût amer aux pâtisseries en raison du caractère basique de l'ion carbonate formé. La formulation combinée d'un sachet de levure en bicarbonate et en dihydrogénodiphosphate évite cet inconvénient en permettant des valeurs de pH modérément basiques. On se propose de vérifier ce point.

Le diagramme simulé **figure 8** représente le logarithme décimal des concentrations des espèces H_3O^+ , OH^- , $\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7^{2-}$, $\text{HP}_2\text{O}_7^{3-}$ et $\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$ en fonction du pH, dans une solution de concentration totale C_p en espèces phosphorées. La valeur numérique de C_p a été choisie pour correspondre à la situation de la question **Q27**.

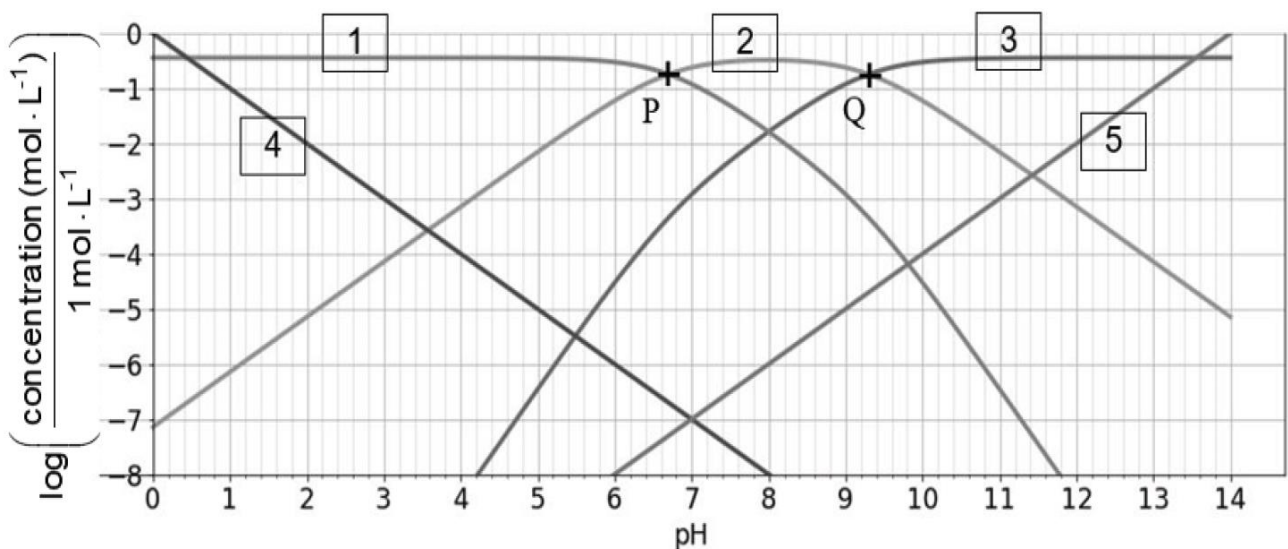
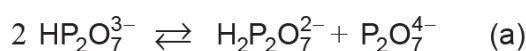


Figure 8 - Diagramme pour les espèces H_3O^+ , OH^- , $\text{H}_2\text{P}_2\text{O}_7^{2-}$, $\text{HP}_2\text{O}_7^{3-}$ et $\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$

- Q26.** a) Pour chaque numéro de courbe de la **figure 8**, attribuer l'espèce correspondante.
 b) Déterminer C_p par lecture sur le diagramme.
 c) Expliquer à quelles valeurs théoriques correspondent les abscisses des points P et Q.
- Q27.** On réalise l'expérience suivante : un sachet de 15 g de levure est dissous dans 100 mL d'eau. On chauffe pour rendre la réaction (1) totale. Après retour à température ambiante et en négligeant la quantité de CO_2 dissous restant en solution après dégazage dans l'air, trouver, par lecture en **figure 8**, le pH de la solution finale obtenue, sachant que, dans cette hypothèse, le pH est déterminé par la seule réaction d'équilibre (a) suivante :



B) TITRAGES ACIDO-BASIQUES

■ Document 1 : caractéristiques de quelques indicateurs colorés

Indicateur coloré	Couleur		Zone de virage
	Forme acide	Forme basique	
Jaune de méthyle	Rouge	Jaune	2,9 - 4,0
Bleu de bromophénol	Jaune	Bleu	3,1 - 4,5
Hélianthine (ou méthyl-orange)	Rouge	Jaune	3,2 - 4,4
Vert de bromocrésol (rhodamine)	Jaune-rosé	Bleu	3,8 - 5,4
Bleu de bromothymol	Jaune	Bleu	6,0 - 7,6
Phénolphtaléine	Incolore	Rose	8,2 - 10,0

Traiter au choix la partie B1) – sujet facile ou la partie B2) – sujet difficile

Le document ci-dessus sert pour les deux sujets ci-dessous

B1 – Sujet “facile” : L'Aniline

L'aniline, de formule $\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$ (noté en abrégé Ph – NH_2) est un composé organique de première importance car elle possède une réactivité très riche. Elle constitue de ce fait une matière première utilisée en synthèse organique pour la fabrication de nombreux produits, allant des intermédiaires de synthèse de polymère à des matières colorantes pour le textile (relativement toxiques) ou des produits phytosanitaires (herbicides, fongicides) et pharmaceutiques. Pour certains de ces usages, il est important de maîtriser la pureté de l'aniline utilisée, or l'aniline est un liquide incolore à température ambiante mais qui, stocké sur une longue période, peut se dégrader et présenter une coloration jaune plus ou moins foncée. La basicité de l'aniline peut alors être mise à profit pour vérifier sa pureté en cas de doute.

L'aniline est une base faible en solution aqueuse ; on note K_A la constante d'acidité du couple $\text{PhNH}_3^+/\text{PhNH}_2$ et $\text{p}K_A = -\log(K_A)$.

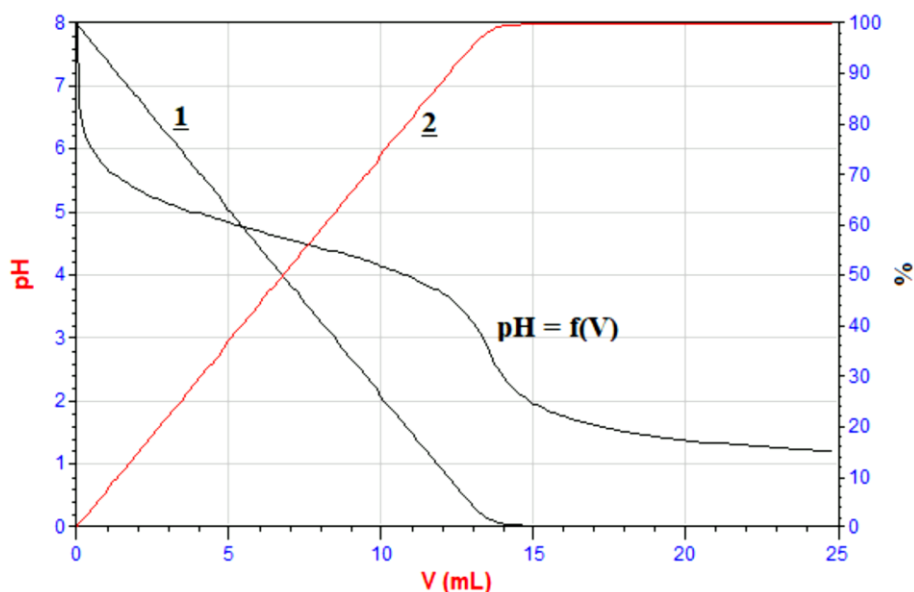
Masse molaire de l'aniline : $M(\text{PhNH}_2) = 93,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

On cherche ici à vérifier la teneur d'un flacon d'aniline (S_b) sur lequel l'étiquette annonce une pureté supérieure à 99,5 %. On prépare pour cela une solution aqueuse (S'_b) à partir d'un échantillon de masse $m_b = 3,20$ g de (S_b) introduit dans de l'eau distillée, de manière à obtenir $V_f = 100,0$ mL de solution (S'_b). On note C'_b la concentration en aniline de cette solution (S'_b).

On prélève un volume $V'_b = 10,0$ mL de solution (S'_b) qu'on introduit dans un bécher et on ajoute $V_{\text{eau}} = 10,0$ mL d'eau (pour que les électrodes plongent convenablement). On titre cette solution par une solution d'acide chlorhydrique (H_3O^+ , Cl^-) de concentration $C = 2,50 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. On appelle V le volume versé.

1. Écrire l'équation de la réaction support de titrage.

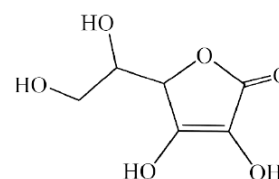
On réalise d'abord un suivi pH-métrique et on obtient la courbe ci-dessous (les courbes 1 et 2 sont les courbes de distribution pour le couple $\text{PhNH}_3^+ / \text{PhNH}_2$).



- Attribuer en justifiant les courbes de distribution des différentes espèces, et déterminer le $\text{p}K_A$ associé au couple étudié $\text{PhNH}_3^+ / \text{PhNH}_2$.
- Evaluer en expliquant votre démarche le volume à l'équivalence ; Commenter brièvement la qualité de ce titrage. Un second titrage avec un suivi conductimétrique donne un volume à l'équivalence de 13,5 mL ; en déduire la concentration C'_b .
- Déterminer alors la masse m_A d'aniline contenue dans l'échantillon de masse m_b de (S_b). En déduire la pureté de la solution (S_b), qui correspond à la fraction massique en aniline de (S_b). Conclure sur l'éventuelle dégradation de l'aniline.

B2 – Sujet "difficile" : la vitamine C

L'acide ascorbique, plus connu sous le nom de vitamine C, est un acide organique dont on donne la formule ci-contre. Elle est naturellement présente dans de nombreux fruits et légumes, en particulier les agrumes comme le citron ou l'orange. Une carence en vitamine C provoque le scorbut (mis en évidence à la Renaissance lors des premières explorations maritimes mondiales). Il est alors possible d'en prendre en complément sous forme de comprimé par exemple, dans lesquels la vitamine C est commercialisée sous différentes formes.



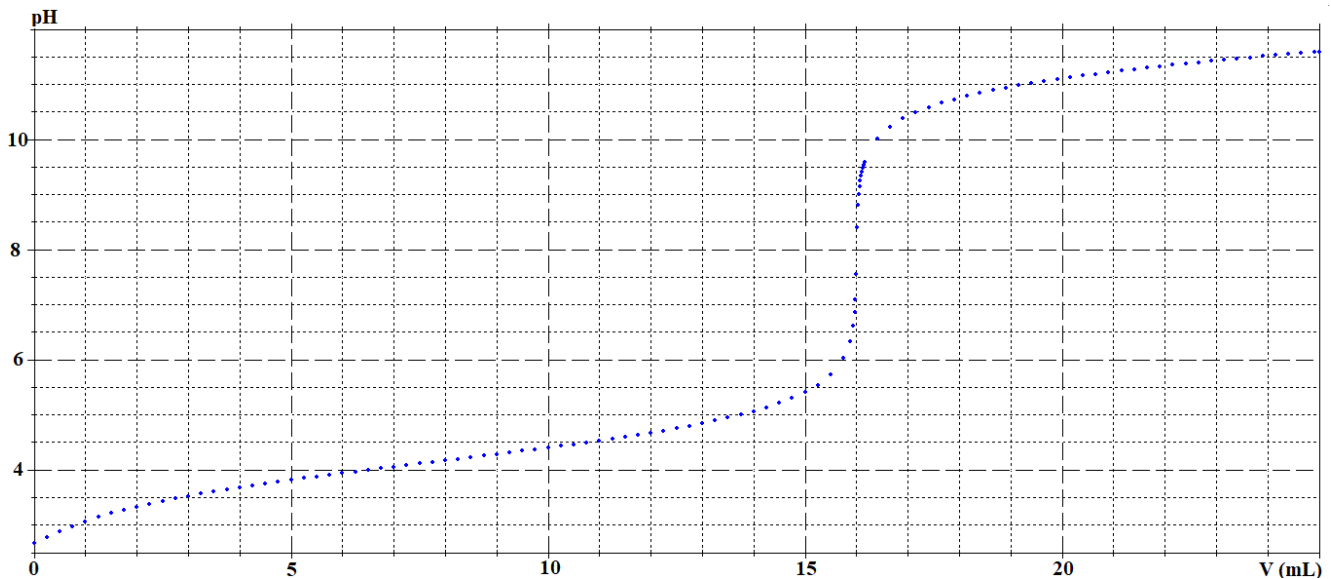
En solution aqueuse, la vitamine C ou acide ascorbique possède deux acidités distinctes dont les pK_A valant respectivement : $pK_{A1} = 4,2$ et $pK_{A2} = 11,8$. Par souci de simplification, on notera H_2A la vitamine C sous sa forme la plus acide.

Il est possible de vérifier la teneur d'un cachet de Vitascorbol 1 000 à l'aide d'un titrage acido-basique selon le protocole suivant : l'intégralité d'un cachet broyé est placée dans une fiole jaugée de volume $V_f = 100$ mL que l'on complète avec de l'eau distillée. La dissolution est totale et on note C_0 la concentration en acide ascorbique de la solution S_0 obtenue.

10. Un cachet de Vitascorbol 1000 contenant une masse $m = 1000$ mg d'acide ascorbique H_2A , déterminer la valeur de la concentration C_0 . On donne la masse molaire de la vitamine C : $M(H_2A) = 176$ g.mol⁻¹.

Pour réaliser son titrage, un expérimentateur prélève $V_0 = 25,0$ mL de (S_0) qu'il place dans un bécher. Mais cet expérimentateur peu soigneux a utilisé un bécher dans lequel il restait quelques gouttes de vinaigre commercial à 8° (d'une manipulation antérieure). On note V_1 le volume de vinaigre commercial restant dans ce bécher avant introduction des $V_0 = 25,0$ mL de (S_0). On indique que le vinaigre commercial à 8° est une solution aqueuse d'acide éthanóique CH_3COOH à la concentration $C_1 = 1,25$ mol.L⁻¹. Le couple CH_3COOH/CH_3COO^- est caractérisé par un $pK_a = 4,8$.

La solution contenue dans ce bécher est titrée par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium (Na^+ , HO^-) de concentration molaire $C_b = 0,10$ mol.L⁻¹. On note V le volume de titrant versé. Le suivi pH-métrique permet d'obtenir la courbe suivante (un saut est observé à $V_e = 16,0$ mL) :



11. Ecrire les équations bilans des réactions ayant lieu au cours de ce dosage et calculer leurs constantes d'équilibre.
12. Justifier la présence d'un seul saut de pH sur la courbe de dosage. Indiquer alors quelle(s) réaction(s) a(ont) lieu pour $V < V_e$ et $V > V_e$.
13. Déterminer la valeur de V_1 .
14. A quel volume V 'e aurait-on observé le saut de pH si l'expérimentateur avait utilisé un bécher propre ?

PROBLEME N°3 : DICTEE D'UN MESSAGE SMS, PRINCIPE DE L'ÉCHANTILLONNAGE

La communication via les téléphones portables a également fait évoluer les pratiques. Si autrefois, on « passait un coup de fil » désormais les messages SMS ont révolutionné la communication : 200 000 SMS sont envoyés chaque seconde dans le monde, soit le chiffre de 6100 milliards expédiés sur l'année ! Mais ce n'est pas pour autant que l'utilisateur pianote sur son clavier, le texte ne se tape plus, on le dicte à son téléphone qui le retranscrit en message textuel. Dans cette partie, on s'intéresse à ce système de reconnaissance vocale (*speech-to-text*) en mettant en évidence quelques critères pour assurer une traduction correcte de la dictée.

II.A – Échantillonnage par échantillonneur bloqueur

On considère dans un premier temps un signal $s(t)$ composé d'une composante sinusoïdale, d'amplitude crête à crête 3 V et de fréquence $f = 1/T = 100$ Hz, et d'une composante continue dont la valeur de tension est 1,5 V. On souhaite échantillonner ce signal avec une période T_e .

Q 24. Dessiner soigneusement l'allure du signal $s(t)$. Expliquer le principe de l'échantillonnage de ce signal analogique. On pourra faire apparaître la période T_e sur le dessin.

Pour réaliser cette opération, on utilise un interrupteur commandé CD4016 appelé *échantillonneur bloqueur à tension positive*. La figure 1 reproduit un extrait des caractéristiques de ce composant.

General Description

The CD4016BM/CD4016BC is a quad bilateral switch intended for the transmission or multiplexing of analog or digital signals. It is pin-for-pin compatible with CD4066BM/CD4066BC.

Features

- Wide supply voltage range 3V to 15V
- Wide range of digital and analog switching $\pm 7.5 V_{PEAK}$
- "ON" resistance for 15V operation 400 Ω (typ.)
- Matched "ON" resistance over 15V signal input $\Delta R_{ON} = 10\Omega$ (typ.)
- High degree of linearity 0.4% distortion (typ.)
@ $f_{IS} = 1$ kHz, $V_{IS} = 5 V_{p-p}$,
 $V_{DD} - V_{SS} = 10V$, $R_L = 10$ k Ω
- Extremely low "OFF" switch leakage 0.1 nA (typ.)
@ $V_{DD} - V_{SS} = 10V$
 $T_A = 25^\circ C$

- Extremely high control input impedance 10¹² Ω (typ.)
- Low crosstalk between switches -50 dB (typ.)
@ $f_{IS} = 0.9$ MHz, $R_L = 1$ k Ω
- Frequency response, switch "ON" 40 MHz (typ.)

Applications

- Analog signal switching/multiplexing
 - Signal gating
 - Squelch control
 - Chopper
 - Modulator/Demodulator
 - Commutating switch
- Digital signal switching/multiplexing
- CMOS logic implementation
- Analog-to-digital/digital-to-analog conversion
- Digital control of frequency, impedance, phase, and analog-signal gain

Schematic and Connection Diagrams

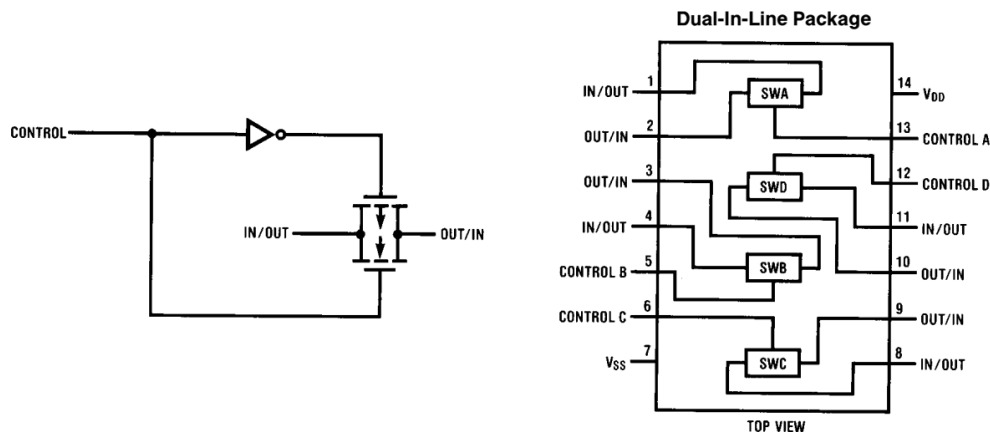


Figure 1 Extrait des caractéristiques du CD4016

Le montage proposé pour échantillonner le signal $s(t)$ utilise les voies 1 et 2 et la borne de contrôle 13 reçoit le signal d'horloge. À la sortie du CD4016, on récupère le signal $V_{ech}(t)$ aux bornes d'un condensateur (figure 2).

Q 25. Expliquer l'intérêt de récupérer le signal échantillonné $V_{ech}(t)$ aux bornes du condensateur de capacité C_e .

Le signal d'horloge $h(t)$ appliqué sur la borne 13 est généré par un signal logique de fréquence $f_e = 1/T_e = 1,0$ kHz d'amplitude crête à crête de 10 V et de composante continue 5 V (ainsi le signal horloge évolue entre 0 V et 10 V). Il est utilisé en mode pulse dont on peut régler le rapport cyclique α , qui est le rapport entre la durée pendant laquelle le signal délivre une tension de 10 V pendant une période et la période du signal.

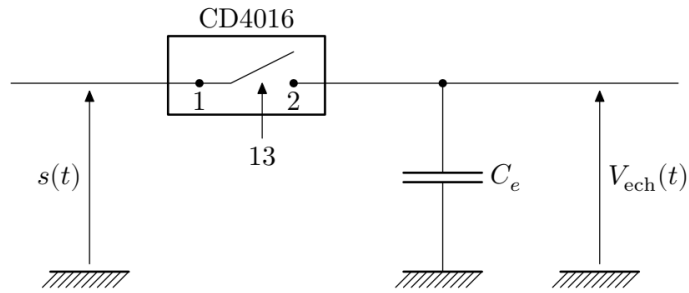


Figure 2 Montage échantillonneur bloqueur à tension positive

Q 26. La figure 3 présente l'oscillogramme du signal d'horloge, dont le rapport cyclique vaut $\alpha = 2\%$. Déterminer la valeur de la durée du pic.

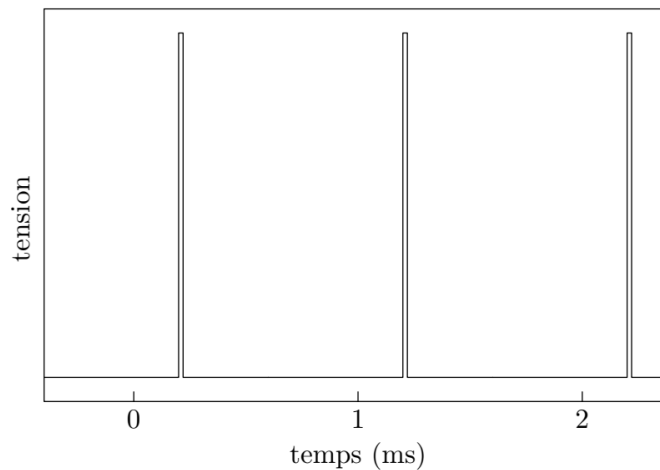


Figure 3 Signal d'horloge

Q 27. Les allures du signal échantillonné $V_{ech}(t)$ et du signal $s(t)$ sont représentées sur la figure 4. Commenter l'allure de l'oscillogramme ainsi obtenu.

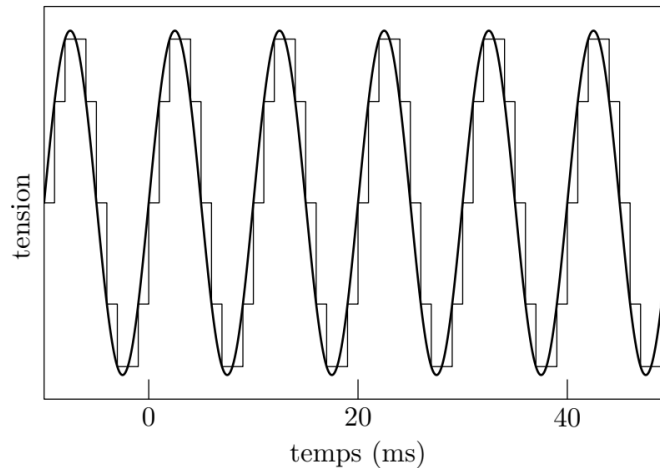


Figure 4 Superposition du signal $s(t)$ et du signal échantillonné $V_{ech}(t)$

On réalise l'analyse spectrale du signal échantillonné V_{ech} sur l'oscilloscope. On obtient alors les spectres (figure 5) dont on relève l'amplitude des différents pics dans le tableau 1.

pic	1	2	3	4	5	6	7
fréquence (Hz)	100	900	1100	1900	2100	2900	3100

Tableau 1 Relevé des harmoniques du spectre de $V_{ech}(t)$

Q 28. Expliquer l'existence des pics de fréquence supérieure à 100 Hz. Commenter les valeurs des fréquences obtenues dans le spectre de $V_{ech}(t)$.

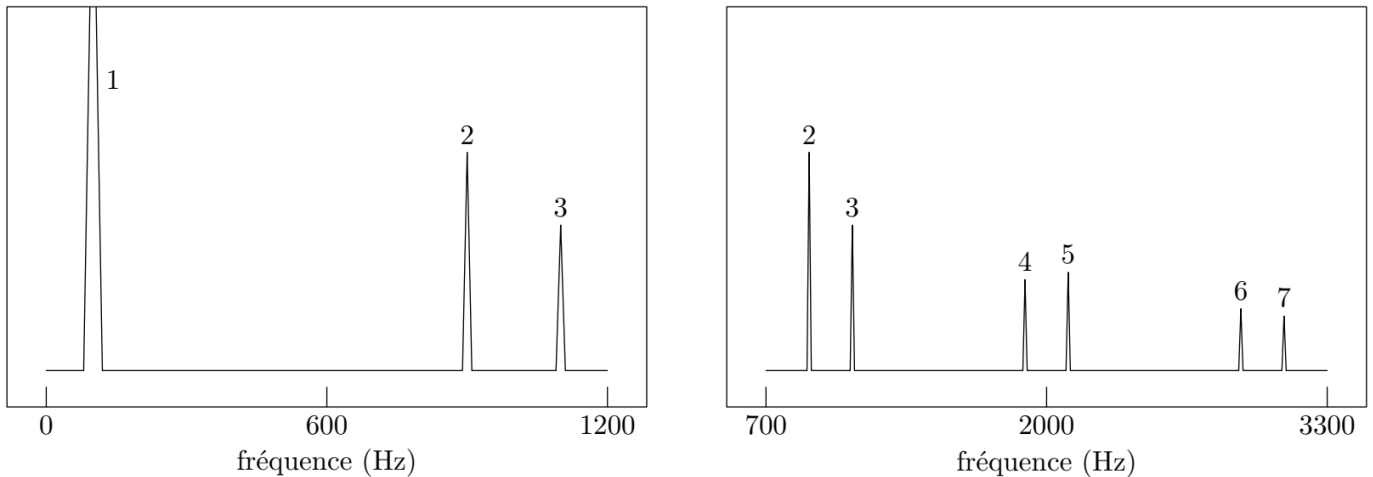


Figure 5 Analyse spectrale du signal échantillonné $V_{\text{ech}}(t)$

On reprend le même montage que précédemment et le même signal d'horloge $h(t)$, signal logique de fréquence $f_e = 1/T_e = 1,0 \text{ kHz}$. Désormais le signal $s(t)$ est un signal de fréquence $f = 1/T = 110 \text{ Hz}$ de la forme

$$s(t) = \frac{S}{2} + \frac{2S}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin((2k+1)2\pi ft)}{2k+1}.$$

- Q 29.** Représenter l'allure temporelle et spectrale du signal $s(t)$. On se limitera à un nombre fini d'harmoniques (rang $k = 3$).
- Q 30.** Représenter le spectre du signal échantillonné $V_{\text{ech}}(t)$ de ce nouveau signal $s(t)$ par le même signal d'horloge $h(t)$.
- Q 31.** Quel phénomène voit-on apparaître ? Proposer un critère quantitatif pour y remédier afin d'assurer une retranscription correcte du signal $s(t)$. Comment s'appelle ce critère ?

La communication via les téléphones portables a également fait évoluer les pratiques. Si autrefois, on « passait un coup de fil » désormais les messages SMS ont révolutionné la communication : 200 000 SMS sont envoyés chaque seconde dans le monde, soit le chiffre de 6100 milliards expédiés sur l'année ! Mais ce n'est pas pour autant que l'utilisateur pianote sur son clavier, le texte ne se tape plus, on le dicte à son téléphone qui le retranscrit en message textuel. Dans cette partie, on s'intéresse à ce système de reconnaissance vocale (*speech-to-text*) en mettant en évidence quelques critères pour assurer une traduction correcte de la dictée.

Une source récurrente d'erreurs de retranscription de la dictée est le bruit ambiant. Dans cette partie on se propose de mettre en place un algorithme permettant une filtration efficace des bruits parasites et notamment des bruits « blancs » de hautes fréquences.

On utilise pour cela un filtrage passe-bas du premier ordre, de pulsation de coupure ω_c , caractérisé par une fonction de transfert $\underline{H} = \frac{1}{1+j\omega/\omega_c}$

Q 34. En déduire l'équation différentielle liant l'entrée $s_e(t)$ et la sortie $s_s(t)$ dans le cas d'un filtre passe-bas de premier ordre de temps caractéristique τ qu'on liera à ω_c .

Le filtrage numérique correspond à la chaîne de traitement du signal présentée en figure 6.

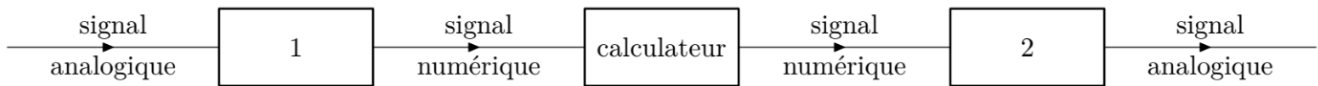


Figure 6 Chaîne de traitement du signal

Q 35. Identifier les fonctions des opérateurs numérotés 1 et 2 et du calculateur sur la figure 6.

Q 36. Citer deux avantages d'une telle technique de filtrage vis-à-vis d'un filtre analogique. Citer l'inconvénient majeur du filtrage numérique.

On note T_e la période d'échantillonnage des signaux $S_e[n]$ et $S_s[n]$, les valeurs respectives de $s_e(t)$ et $s_s(t)$ à l'instant d'échantillonnage $t_n = nT_e$ où n est un entier positif ou nul. À l'entrée du calculateur, le signal numérisé se présente sous la forme d'un tableau de valeurs. Le calculateur génère un tableau de valeurs $S_s[n]$ pour la sortie à partir du tableau de valeurs $S_e[n]$ de l'entrée.

Q 37. Si l'on suppose la période d'échantillonnage T_e « petite » par rapport à τ , donner une approximation d'ordre 1 de la dérivée à l'instant t_n en faisant intervenir $S_s[n]$ et $S_s[n-1]$.

Q 38. En déduire la relation donnant $S_s[n]$ en fonction de $S_s[n-1]$ et $S_e[n-1]$ pour un filtre passe-bas d'ordre 1.

Q 39. Quelle information supplémentaire faut-il fournir au calculateur pour qu'il puisse calculer tous les $S_s[n]$?

Pour illustrer la fonction de filtrage numérique, l'expérimentateur dicte la phrase « je passe le concours Centrale-Supélec ». L'analyse spectrale du texte dicté est réalisée à partir de deux enregistrements du texte, l'un dicté au calme, l'autre en présence de cris d'enfants (figure 7).

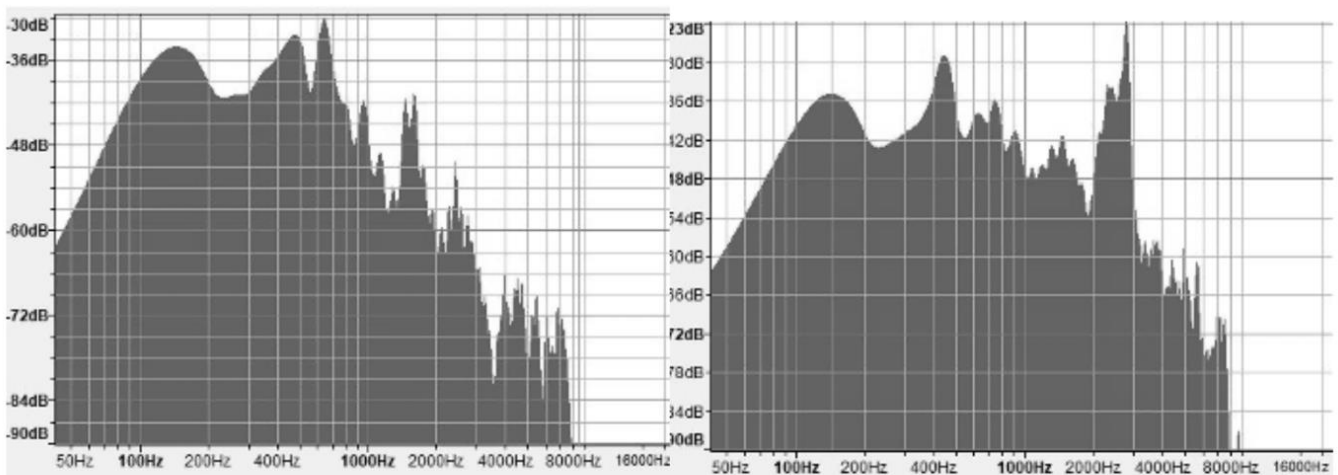


Figure 7 Spectre de la dictée « je passe le concours Centrale-Supélec »

Q 40. Identifier la zone de fréquences à filtrer et proposer une valeur de fréquence de coupure pour le filtre passe-bas d'ordre 1.

On dispose d'un fichier monophonique `dictee.wav` au format WAV/LPCM contenant l'enregistrement de la phrase. Ce fichier est chargé dans un vecteur Python à l'aide du programme de la figure 8.

```

import numpy as np
import scipy.io.wavfile

fe, Se = scipy.io.wavfile.read("dictee.wav")
  
```

Figure 8 Chargement du signal d'entrée

La fonction `scipy.io.wavfile.read` lit un fichier audio au format WAV/LPCM. Elle renvoie la fréquence d'échantillonnage (en Hz) utilisée dans le fichier et un vecteur contenant les échantillons du signal.

Q 41. Compléter le programme de la figure 8 de façon à produire un signal de sortie privé des cris d'enfants.