

1. ❤ Dans le cadre du modèle de Drüde, les charges libres de masse m , de charge q , peuvent se mouvoir dans le conducteur sous l'action du champ \vec{E} en subissant une force de type frottement fluide $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse \vec{v} de l'électron moyen. En régime permanent, tous les porteurs de charge ayant la même vitesse \vec{v}_{lim} , avec une densité n de porteurs, établir la loi d'Ohm locale et indiquer l'expression de la conductivité du matériau. Rappeler dans le cas général l'expression de la puissance volumique électromagnétique reçue par les porteurs de charge ; en déduire l'expression de la puissance volumique d'effet Joule dans le cas d'un conducteur ohmique.

$$PFD : m\vec{a} = q\vec{E} - \frac{m}{\tau} \vec{v} \text{ soit } \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

$$\text{En régime permanent, } \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \text{ soit } \vec{v}(t \rightarrow \infty) = \boxed{\frac{q\tau}{m} \vec{E} = \vec{v}_{lim}}$$

$$\text{Charge traversant } \vec{dS} \text{ pendant } dt : d^2q = nq\vec{v}_{lim} \cdot dt \cdot \vec{dS}$$

$$\text{intensité traversant } \vec{dS} : dI = \frac{d^2q}{dt} = nq\vec{v}_{lim} \cdot \vec{dS} = \vec{j} \cdot \vec{dS} \text{ soit}$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}_{lim} = nq \frac{q\tau}{m} \vec{E} = \boxed{ne^2 \frac{\tau}{m} \vec{E} = \vec{j}}$$

Le vecteur densité de courant est proportionnel au champ électrique (loi d'Ohm locale) : $\vec{j} = \gamma \vec{E} \Rightarrow$

$$\boxed{\gamma = \frac{nq^2\tau}{m}}$$

puissance volumique électromagnétique reçue par les porteurs de charge :

$$\underset{\text{d'éf}}{p} \equiv \frac{\delta P}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}$$

Dans les milieux ohmiques, afin de maintenir le courant dans le conducteur, le champ électrique \vec{E} doit fournir de l'énergie aux charges pour compenser les pertes dues aux forces de friction.

D'après la loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ (hypothèse ARQS)

$$p_{Joule} = \frac{\delta P}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{\|\vec{j}\|^2}{\gamma} = \gamma \|\vec{E}\|^2 > 0$$

2. ❤ Un conducteur cylindrique infini de rayon a est parcouru par un courant d'intensité I uniformément réparti dans toute section du conducteur. Calculer le champ magnétique créé en tout point de l'espace.

Schéma ; Choix des coordonnées cylindriques

Eude des symétries : le plan $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un plan de symétrie de la distribution de courant, or $\vec{B}(M) \perp$ aux plans de symétrie passant par M :

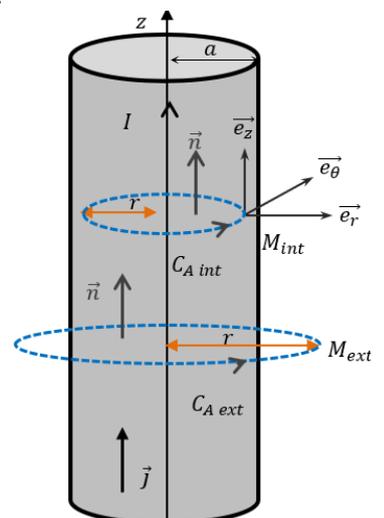
$$\vec{B} = B(r, \theta, z) \vec{e}_\theta$$

Invariance de la distribution de courant donc, selon le principe de Curie, de \vec{B} par translation selon z et rotation selon θ :

$$\vec{B} = B(r) \vec{e}_\theta$$

Contour d'Ampère : ici, cercle de rayon r passant par le point M étudié (attention ! l'orienter ! ici choix du sens trigonométrique, soit selon \vec{e}_θ) ;

calcul de la circulation :



$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{OM} = \oint_{(\Gamma)} B(r) \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta = 2\pi r B(r)$$

Courant enlacé : si $r \geq a$, $I_{\text{enlacé}} = I$;

$$\text{si } r \leq a : I = \iint_{(\Sigma)} \vec{J} \cdot d\vec{S} = jS = j\pi a^2, \text{ soit } j = \frac{I}{\pi a^2} \text{ et } \vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \vec{e}_z$$

$$\text{On a alors } I_{\text{enlacé}} = \iint_{(\Sigma)} \vec{J} \cdot d\vec{S} = \frac{I}{\pi a^2} \vec{e}_z \cdot \pi r^2 \vec{e}_z = \frac{I r^2}{a^2}$$

théorème d'Ampère : $\oint_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{M} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$

$$\text{si } r \leq a, \text{ alors } \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{a^2} \vec{e}_\theta ; \text{ si } r \geq a, \text{ alors } \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta.$$