

Exercice 1. Equation d'état des gaz parfaits – pneu de voiture

- 1) $n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{3.10^5 \times 35.10^{-3}}{8,3 \times 293} \approx 4,3$ mol Attention aux unités !
- 2) $p_B = \frac{T_B P_A}{T_A} = 2,90$ bar ; $p_C = \frac{T_C P_A}{T_A} = 3,20$ bar (attention ! températures en Kelvins !!) ;

Exercice 2. Diagramme de Clapeyron et gaz parfait

cycle moteur : la transformation CDE (partie haute du cycle) correspond à une détente, le travail du cycle sera donc négatif.

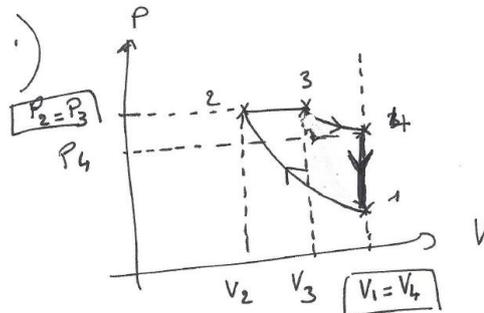
1) cycle moteur : la transformation CDE (partie haute du cycle) correspond à une détente, le travail du cycle sera donc négatif.

2) Exploiter les données de l'énoncé : n ; P_1 ; T_1 ; $a = V_1/V_2$ et $b = V_4/V_3$

Exploiter l'équation d'état des gaz parfaits et la conservation de la matière : $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_4 V_4}{T_4}$

Exploiter la nature de chaque transformation : 2-3 isobare : $P_2 = P_3$ d'où $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$; 3-4 isotherme : $T_3 = T_4$ d'où $P_3 V_3 = P_4 V_4$;

4-1 isochore : $V_1 = V_4$ d'où $\frac{P_4}{T_4} = \frac{P_1}{T_1}$; mais aussi 1-2 : adiabatique réversible pour un G.P. : Lois de Laplace : $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ soit $P_2 = P_1 a^\gamma$



$$a = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{et} \quad b = \frac{V_4}{V_3}$$

$$T_3 = T_4 \quad (3 \rightarrow 4: \text{isotherme}).$$

2) 3) Transfo 1 → 2 : adiabatique, réversible, G.P. : Lois de Laplace.

$$\frac{P_1 V_1^\gamma}{T_1} = \frac{P_2 V_2^\gamma}{T_2} \quad \text{soit} \quad P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = P_1 a^\gamma = P_2$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \text{soit} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 a^{\gamma-1}$$

$$V_2 = a V_1 = \frac{V_1}{a} = V_2$$

A.N. : $P_2 = 21,7$ bar
 $= P_3$

A.N. : $T_2 = 722$ K

Transfo 2 → 3 :

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Leftrightarrow \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

Transfo 3 → 4 : isotherme soit $T_4 = T_3$ $P_3 V_3 = P_4 V_4 \Leftrightarrow$

$$P_3 = P_4 \frac{V_4}{V_3} = P_4 b = P_3 \quad \text{A.N. : } P_4 = 7,22 \text{ bars}$$

Transfo 4 → 1 : isochore : $V_4 = V_1$ soit $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_4}{T_4} \Leftrightarrow T_4 = \frac{P_4}{P_1} T_1$

A.N. : $T_4 \approx 2200$ K

3) Cycle moteur (sens de parcours dans le sens horaire, correspondant à un travail sur l'ensemble du cycle < 0)

4) Travail des forces de pression :

Premier principe de la thermodynamique à la transformation 1-2 :

$$\Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12} \text{ avec } Q_{12} = 0 \text{ car la transformation est adiabatique}$$

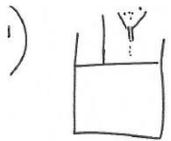
$$\text{et } \Delta U_{12} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_2 - T_1) = W_{12} \text{ car il s'agit d'un gaz parfait.}$$

$$\text{Transformation 2-3 monobare : } W_{23} = - \int P_{ext} dV = -P_2(V_3 - V_2).$$

Transformation 3-4 isotherme : $W_{34} = - \int P_{ext} dV = - \int P dV$ car la transformation est réversible ; il s'agit de plus d'un gaz parfait, d'où $W_{34} = - \int \frac{nRT}{V} dV$, et $T = T_3 = cte$ car la transformation est isotherme, d'où

$$W_{34} = - \int \frac{nRT}{V} dV = -nR T_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right).$$

Exercice 3. Transformations brutale ou quasistatique * ou **



Parois diathermes : EI et EF sont des états d'éq. thermique avec l'extérieur

$$T_1 = T_2 = T_{ext} = 293 \text{ K.}$$

(H) G.P. + conservation de la matière :

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Leftrightarrow$$

$$V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2}$$

A.N. : $V_2 = \frac{V_1}{10} = 0,5 \text{ L}$

(H) 1ère loi de Joule : $U(T)$, or $T = cte \Rightarrow$

$$\Delta U_2 = 0 = U_2(T_2) = U(T_{ext})$$

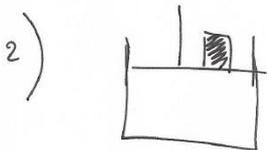
Bilan issu du premier principe :

$$\Delta U = W + Q = 0 \text{ d'où } Q = -W$$

$$\text{or } W = - \int P_{ext} dV = - \int P dV = -nR T_{ext} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

\uparrow EQSMR
 \uparrow G.P. parois diathermes + EQSMR
 $T = T_{ext} = cte$

A.N. :
 $Q = -1$
 $= -W$



Idem : $T_1 = T_2 = T_{ext}$ et $V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = 0,5 \text{ L}$
 $\Delta U_2 = 0 = W + Q$

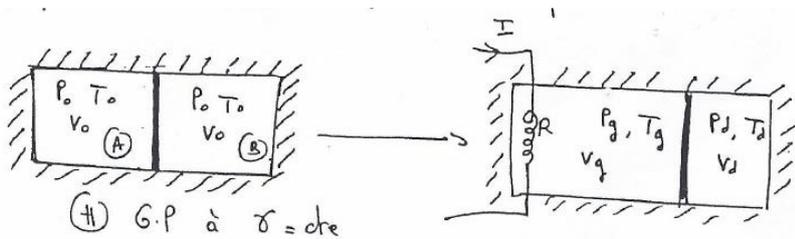
$$W = - \int P_{ext} dV \underset{\text{monobare}}{=} -P_2(V_2 - V_1) = -Q$$

A.N. : $Q = -4,56 \text{ kJ}$

Remarques :

On obtient $W > 0$, ce qui est toujours le cas pour une compression ;
 on remarque de plus $W_{brutal} > W_{EQSMR}$: toujours vrai pour un même état final !

Exercice 4. Transformations couplées



a) Equilibre mécanique à l'état final : il y a équilibre mécanique du piston, soit $P_d = P_g = 5P_0$.

état initial	A			B		
	P_0	V_0	T_0	P_0	V_0	T_0
état final	A			B		
	$P_1 = 3P_0$	V_1	T_1	P_2	V_2	T_2

1. Equilibre mécanique à l'état final : il y a équilibre mécanique du piston qui est mobile librement, soit

$$P_1 \stackrel{\substack{\equiv \\ \text{ég.méca+} \\ \text{piston mobile}}}{=} P_2 = 3P_0$$

Le piston et les parois du cylindre étant calorifugés, il n'y a pas équilibre thermique ! a priori $T_1 \neq T_2 \neq T_0$.

Système étudié : gaz contenu dans le compartiment de droite (compartiment B), constituant un système fermé, et considéré comme un gaz parfait. La transformation est de plus adiabatique ; on pourra la considérer quasi-statique (l'apport thermique par la résistance se faisant lentement) et mécaniquement réversible (pas de frottements lors du déplacement du piston), on peut appliquer les lois de Laplace.

Attention !!! la transformation dans le compartiment de gauche n'est PAS adiabatique en raison de la résistance électrique délivrant de l'énergie thermique au gaz par effet Joule !!

$$P_2 V_2^\gamma = P_0 V_0^\gamma \Rightarrow V_2 = V_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_0 \left(\frac{P_0}{3P_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_0 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{\gamma}} =$$

$$V_2 = V_0 (3)^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = P_0^{1-\gamma} T_0^\gamma \Rightarrow T_2 = T_0 \left(\frac{P_0}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = T_0 (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

2. Le cylindre étant indéformable, il y a conservation du volume global : $V_1 + V_2 \stackrel{\substack{\equiv \\ \text{isochore}}}{=} 2V_0$.

$$\Rightarrow V_1 = 2V_0 - V_2$$

$$V_1 = V_0 \left(2 - (3)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)$$

Le gaz du compartiment 1 est un gaz parfait, dont le nombre de moles n est constant

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} \stackrel{\substack{\equiv \\ \text{G.P.+} \\ n=cte}}{=} \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$T_1 = T_0 \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} = T_0 \times 3 \times \left(2 - (3)^{-\frac{1}{\gamma}}\right)$$

$$T_1 = 3 \left(2 - (3)^{-\frac{1}{\gamma}}\right) T_0$$

c. On peut utiliser le **premier principe, appliqué au système constitué des deux gaz.**

$$\Delta U_{total} = W + Q$$

Le transfert thermique reçu par l'ensemble des deux gaz est égal au transfert thermique Q fourni par la résistance chauffante au compartiment A.

Le travail reçu par l'ensemble des deux gaz est nul (il y a un échange entre les deux gaz, mais pas avec l'extérieur puisque les parois extérieures sont rigides).

$$W = 0$$

Soit

$$\Delta U_{total} = Q$$

U est une fonction d'état extensive, donc

$$\Delta U_{total} = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$\Delta U_{total} = C_{v1}(T_1 - T_0) + C_{v2}(T_2 - T_0)$$

Or

$$C_{v1} = C_{v2} = n \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma - 1)}$$

D'où

$$\Delta U_{total} = \frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma - 1)} (T_1 + T_2 - 2T_0)$$

$$Q = \Delta U_{total} = \frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma - 1)} \left(3 \left(2 - (3)^{-\frac{1}{\gamma}} \right) T_0 + T_0 (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 2T_0 \right)$$

$$Q = \frac{P_0 V_0}{(\gamma - 1)} \left(3 \left(2 - (3)^{-\frac{1}{\gamma}} \right) + (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 2 \right)$$

$$Q = \frac{P_0 V_0}{(\gamma - 1)} \left(6 - (3)^{1-\frac{1}{\gamma}} + (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 2 \right)$$

$$Q = \frac{P_0 V_0}{(\gamma - 1)} \left(4 - (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + (3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Le transfert thermique fourni par la résistance chauffante au compartiment A est donc :

$$Q = 4 \frac{P_0 V_0}{(\gamma - 1)}$$

Exercice 5. Température d'une résistance électrique

$$1) \quad dH \underset{PCI}{=} C dT \underset{\substack{1er\ principe \\ isobare}}{=} \delta Q = P dt - aC(T - T_0) dt$$

En régime permanent, la température ne varie plus, soit $T = T_\infty$ $dT = 0$

$$dH \underset{\substack{régime \\ permanent}}{=} 0 = P dt - aC(T_\infty - T_0) dt$$

Soit $P = aC(T_\infty - T_0)$ et $T_\infty = T_0 + \frac{P}{aC}$;

$$2) \quad dH \underset{PCI}{=} C dT \underset{\substack{1er\ principe \\ isobare}}{=} \delta Q = P dt - aC(T - T_0) dt = [P - aC(T - T_0)] dt$$

Soit en divisant par dt : $C \frac{dT}{dt} = P - aC(T - T_0)$ ou encore sous forme canonique : $\frac{dT}{dt} + aT = \frac{P}{C} - aT_0$

Avec valeur en régime stationnaire : $T_\infty = T_0 + \frac{P}{aC}$ et constante de temps caractéristique $\tau = \frac{1}{a}$

$$3) \quad T(t) = T_0 + \frac{P}{aC} (1 - e^{-at})$$

Exercice 6. État d'un système déterminé à partir d'un extrait de table

Sous 10 bar, on a $v_l = 1,127 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v_v = 0,1947 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Le système étudié a un volume massique $v = \frac{V}{m} = \frac{10}{169} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, compris entre v_l et v_v : il s'agit donc d'un mélange diphasique liquide – vapeur.

D'après la règle des moments, $x_v = \frac{v - v_l}{v_v - v_l} = 0,3$: mélange {30 % vapeur, 70 % liquide} sous 10 bar, à 179,86°C ;

$$H = m((x_v h_v + (1 - x_v) h_l)) = 230,6 \text{ MJ} \quad \text{et} \quad \Delta_{vap} h = h_v - h_l = 2010,8 \text{ MJ}.$$

Pour obtenir de la vapeur sèche il faut vaporiser l'eau sous forme liquide, avec $m_L = (1 - x_v) m_{tot} = 118,3 \text{ kg}$

Transfert thermique nécessaire à la vaporisation d'une masse m_L d'eau liquide :

$$\Delta H_{vap} \underset{monobare}{=} Q_p \underset{\substack{\text{changement d'état} \\ isobare}}{=} m_L \Delta_{vap} h = (1 - x_v) m_{tot} \Delta_{vap} h = 238 \text{ GJ}$$

Exercice 7. Stockage d'eau dans un ballon d'eau chaude * ou **

1) Système isochore de volume $V_0 = 200 \text{ L}$, supposé initialement vide, rempli avec $m = m_1 = 100 \text{ kg}$ d'eau.

Le système étant isochore, l'ensemble des transformations ont lieu à volume constant ; de plus, le système étant fermé, la masse totale est également constante, de même que le volume massique.

Ici, on a un volume massique $v_1 = \frac{V_0}{m_1} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{100} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} = 0,002 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Sur le diagramme de Clapeyron, l'ensemble des transformations du système auront lieu sur la verticale associée (cf. diagramme).

a) En utilisant le diagramme de Clapeyron fourni on peut déterminer l'état initial : intersection entre la verticale isochore v_1 et l'isotherme $\theta_0 = 60^\circ\text{C}$. On constate qu'il s'agit bien d'un point situé dans le domaine diphasique : mélange vapeur saturante / liquide.

La composition initiale du mélange liquide-gaz dans le ballon à T_0 peut donc s'obtenir en exploitant la règle des moments :

$$x_{V1} = \frac{L_1 M_1}{L_1 V_1} = \frac{v_1 - v_{L1}}{v_{V1} - v_{L1}}$$

Graphiquement, on lit $v_{L1} = 0,001 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, $v_{V1} = 8 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et on connaît $v_1 = 0,002 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. (attention !!! on ne peut utiliser des mesures de longueur pour exploiter la règle des moments, à cause de l'échelle logarithmique).

A.N. : $x_{V1} \approx 0,012 \%$: la quantité de vapeur saturante est négligeable.

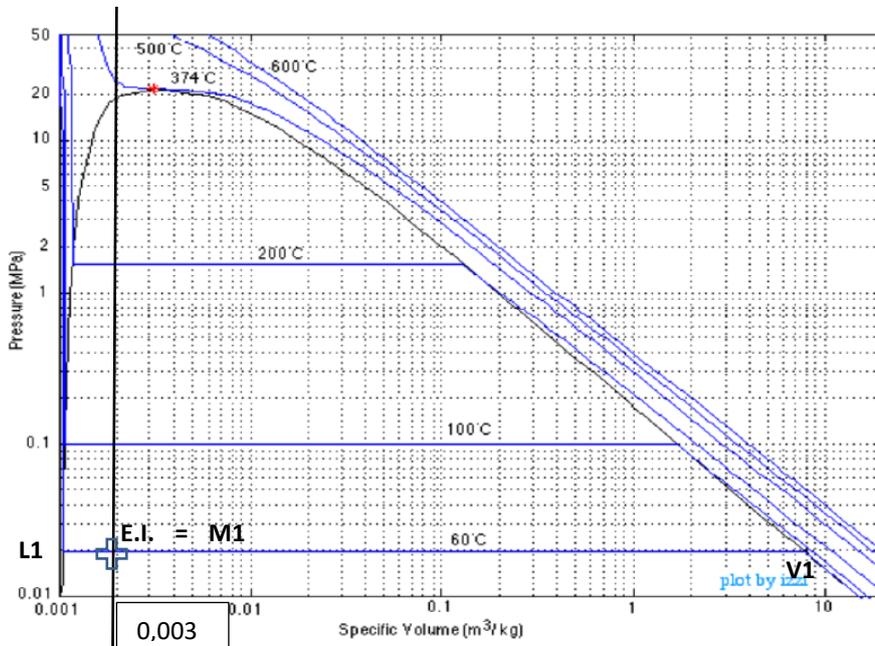


Figure 1 – Diagramme de Clapeyron de l'eau

b) Etat final : intersection entre la verticale isochore v_1 et l'isotherme $\theta_1 = 380^\circ\text{C}$: domaine de la vapeur sèche (voire fluide supercritique). Graphiquement, $P_1 \approx 300 \text{ bar}$: il s'agit là d'une pression très élevée avec des risques notables d'explosion !!

2) Selon les mêmes raisonnements :

Système isochore de volume $V_0 = 200 \text{ L}$, supposé initialement vide, rempli avec $m = m_2 = 400 \text{ g}$ d'eau.

Cette fois, on a un volume massique $v_2 = \frac{V_0}{m_2} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{0,4} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} = 0,5 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Sur le diagramme de Clapeyron, l'ensemble des transformations du système auront lieu sur la verticale associée (cf. diagramme).

b) En utilisant le diagramme de Clapeyron fourni on peut déterminer l'état initial : intersection entre la verticale isochore v_2 et l'isotherme $\theta_0 = 60^\circ\text{C}$. Il s'agit de nouveau d'un point situé dans le domaine diphasique : mélange vapeur saturante / liquide avec $x_{V2} = \frac{L_2 M_2}{L_2 V_2} = \frac{v_2 - v_{L1}}{v_{V1} - v_{L1}}$.

Graphiquement, on lit $v_{L1} = 0,001 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, $v_{V1} = 8 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et on connaît $v_2 = 0,5 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

A.N. : $x_{V2} \approx 6,24 \%$: la quantité de vapeur saturante a notablement augmenté.

Etat final : intersection entre la verticale isochore v_2 et l'isotherme $\theta_1 = 500^\circ\text{C}$: vapeur sèche. Graphiquement, $P_2 \approx 7,5 \text{ bar}$.

A l'aide du modèle gaz parfait pour cette vapeur sèche, on a $P_2 = \frac{RT_1}{v_2 M_{\text{eau}}}$. A.N. : $P_2 \approx 6,9 \text{ bar}$:

Il s'agit là d'une pression bien moindre, du fait de la grande compressibilité des gaz, avec peu de risques d'explosion (remarque : on constate un petit écart entre le modèle G.P. et la lecture de la courbe : ce modèle reste adapté, mais la lecture du diagramme réel est à privilégier).

Il faut remplir les récipients de manière à avoir un volume massique inférieur à celui du point critique, de manière à aboutir en cas de surchauffe à un gaz compressible et non une phase liquide très peu compressible engendrant des variations de pression nettement plus élevées.

Exercice 8. Calculs pour un sommelier

On peut supposer que le seau à glace dit « isotherme » constitue un calorimètre en négligeant ses échanges de chaleur avec l'atmosphère (modèle adiabatique sans doute un peu grossier ; la masse de glace nécessaire obtenue va donc être sous-estimée).

Système : {vin + verre bouteille + mélange eau – glace}, évoluant à pression atmosphérique.

$$\text{Bilan enthalpique : } \Delta H \underset{\text{mono}P}{\equiv} Q_P \underset{\text{adiabatique}}{\equiv} 0 \underset{H \text{ extensive}}{\equiv} \Delta H_{\text{vin}} + \Delta H_{\text{verre}} + \Delta H_{\text{eau+glace}}$$

Le sommelier veut rafraîchir à $T_f = 5^\circ\text{C}$ une bouteille de vin blanc de volume $V = 75 \text{ cL}$ initialement à $T_c = 25^\circ\text{C}$. On a donc :

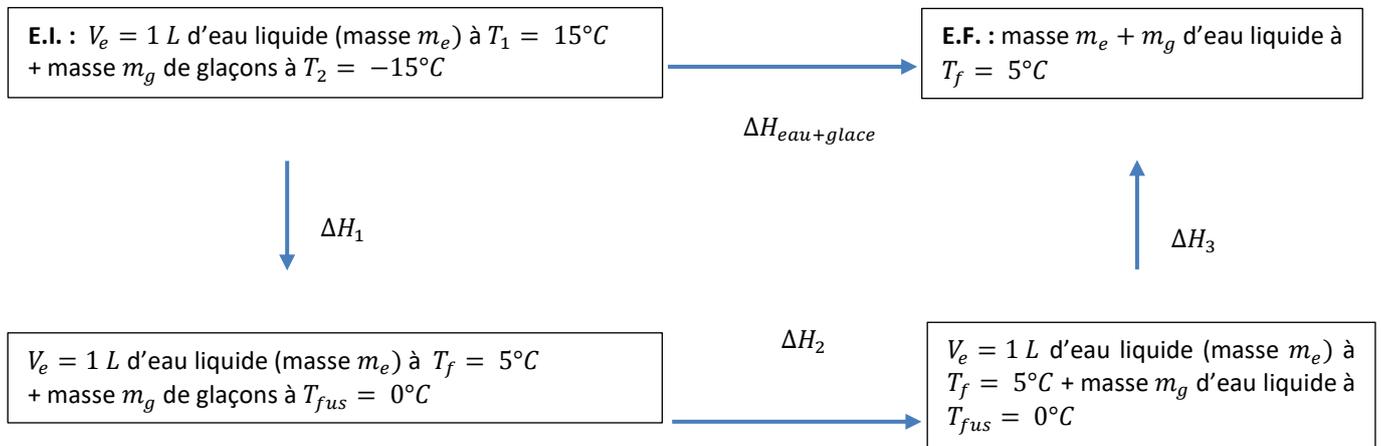
$$\Delta H_{\text{vin}} \underset{\text{Modèle PCII}}{\equiv} m_{\text{vin}} c_{\text{vin}} (T_f - T_c) = \rho V c_{\text{vin}} (T_f - T_c)$$

en supposant que le vin a une masse volumique proche de celle de l'eau.

Le verre de la bouteille est en équilibre thermique avec le vin ; on a de même :

$$\Delta H_{\text{verre}} \underset{\text{Modèle PCII}}{\equiv} m_{\text{verre}} c_v (T_f - T_c)$$

mélange eau – glace : E.I. : $V_e = 1 \text{ L}$ d'eau liquide (masse m_e) à $T_1 = 15^\circ\text{C}$ + masse m_g de glaçons à $T_2 = -15^\circ\text{C}$;



$$\Delta H_{\text{eau+glace}} \underset{H \text{ extensive}}{\equiv} \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

$$\text{Avec } \Delta H_1 \underset{PCII}{\equiv} m_e c_e (T_f - T_1) + m_g c_s (T_{fus} - T_2) ; \quad \Delta H_2 \underset{\text{Changement d'état à } T \text{ et } P \text{ constants}}{\equiv} m_g l_{fus} ; \quad \Delta H_3 \underset{PCII}{\equiv} m_g c_e (T_f - T_{fus})$$

$$\text{Finalement : } \Delta H \underset{\text{mono}P}{\equiv} Q_P \underset{\text{adiabatique}}{\equiv} 0 \underset{H \text{ extensive}}{\equiv} \Delta H_{\text{vin}} + \Delta H_{\text{verre}} + \Delta H_{\text{eau+glace}} \Leftrightarrow$$

$$\rho V c_{\text{vin}} (T_f - T_c) + m_{\text{verre}} c_v (T_f - T_c) + m_e c_e (T_f - T_1) + m_g c_s (T_{fus} - T_2) + m_g l_{fus} + m_g c_e (T_f - T_{fus}) = 0$$

$$\text{Soit } m_g [c_s (T_{fus} - T_2) + l_{fus} + c_e (T_f - T_{fus})] = -[(\rho V c_{\text{vin}} + m_{\text{verre}} c_v) (T_f - T_c) + m_e c_e (T_f - T_1)]$$

$$m_g = - \frac{[(\rho V c_{\text{vin}} + m_{\text{verre}} c_v) (T_f - T_c) + \rho V_e c_e (T_f - T_1)]}{[c_s (T_{fus} - T_2) + l_{fus} + c_e (T_f - T_{fus})]}$$

$$\text{A.N. } m_g = 285 \text{ g}$$

Exercice 9. Production de froid

El : liquide + vapeur ($x_v = 11\%$) à $P_A, T_A \rightarrow$ EF vapeur saturante à P_A, T_A

Transformation isobare (changement d'état seul à P_A, T_A) :

$$Q = \Delta H = m_{liq} \Delta_{vap} h = m(1 - x_v) \Delta_{vap} h = 1 \times 1,3 \cdot 10^3 \times \left(1 - \frac{11}{100}\right) = 1160 \text{ kJ}$$

Exercice 10. Mélanges dans un calorimètre – variations d'entropie

- a. On considère le système (Σ) constitué du solide, initialement à T_1 (sous-système (1)), du liquide initialement à T_2 (sous-système (2)), du calorimètre de capacité thermique supposée négligeable. La température dans l'état final est notée T_f .

Le système (Σ) étant isolé thermiquement, $Q = 0$ en notant Q le transfert thermique reçu par le système.

(Σ) évolue à pression extérieure constante (pression atmosphérique), donc $Q = \Delta H$ où ΔH est la variation d'enthalpie du système.

H est une fonction extensive, donc

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_{calo} \stackrel{\substack{\equiv \\ \text{capacité du calorimètre} \\ \text{supposée négligeable}}}{=} \Delta H_1 + \Delta H_2 \stackrel{\substack{\equiv \\ (\Sigma) \text{ calorifugé}}}{=} 0$$

D'où

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 \stackrel{\substack{\equiv \\ \text{modèle des PCII}}}{=} C_1(T_f - T_1) + C_2(T_f - T_2) = 0$$

La température finale est

$$T_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

(barycentre des températures initiales pondéré par les capacités thermiques globales de chaque sous-système, tenant compte à la fois des masses de chaque sous-système mais aussi des capacités thermiques massiques potentiellement différentes).

- b. S est une fonction extensive, donc

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 \\ \Delta S &\stackrel{\substack{\equiv \\ \text{modèle des PCII}}}{=} C \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \\ \Delta S &= C \left(\ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \right) \end{aligned}$$

La variation d'entropie du système est donc

$$\Delta S = C \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right) = C \ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2}\right)$$

- c. D'après le second principe (ou inégalité de Clausius), pour prouver quantitativement l'irréversibilité de la transformation, il faut prouver

$$\Delta S > \frac{Q}{T_{ext}} = S_e, \text{ avec ici } Q = 0.$$

On a donc $\Delta S > 0$ pour une transformation irréversible et $\Delta S = 0$ pour une transformation réversible ($\Delta S < 0$: transformation impossible)

$$\text{Or } \Delta S > 0 \Leftrightarrow \ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2}\right) > 0 \Leftrightarrow \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2} > 1 \text{ Avec : } (T_1 + T_2)^2 = (T_1 - T_2)^2 + 4 T_1 T_2 \text{ et } (T_1 - T_2)^2 \geq 0, \text{ soit}$$

$$(T_1 + T_2)^2 \geq 4 T_1 T_2$$

$$\frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2} \geq 1 \text{ avec égalité si } (T_1 - T_2)^2 = 0 \text{ soit } T_1 = T_2$$

Si les deux masses de liquides sont à des températures différentes, on vérifie bien

$$\frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2} > 1$$

et donc

$$\Delta S > \frac{Q}{T_{ext}} = 0$$

Ceci prouve de façon quantitative l'irréversibilité de la transformation.

De plus, si $T_1 = T_2$, $\Delta S = \frac{Q}{T_{ext}}$: la transformation est alors **réversible**

Remarque : On peut justifier également de façon qualitative l'irréversibilité de la transformation.

Au cours de la transformation, il y a un échange thermique entre deux masses, initialement à des températures différentes. Cet échange thermique est irréversible (le transfert se fait toujours du corps à température la plus élevée vers le corps à la température la plus basse). La cause d'irréversibilité est l'**inhomogénéité de température**.

Exercice 11. Variations d'enthalpie et d'entropie lors d'une transition de phase

$$\Delta S = m \left[c_S \ln \left(\frac{T_{fus}}{T_0} \right) + \frac{L_f}{T_{fus}} + c_l \ln \left(\frac{T_F}{T_{fus}} \right) \right] \quad \text{A.N. : } \Delta S = 145 \text{ J/K}$$

Exercice 12. PAC pour chauffer l'eau d'une piscine (oral ATS, 2018)

La machine reçoit $W > 0$, prélève $Q_f > 0$ à la source froide (air extérieur) et cède de la chaleur à la source chaude (eau de la piscine) (notée $-Q_c$).

L'efficacité maximale correspond à un cycle de Carnot réversible constitué de 2 adiabatiques et de 2 isothermes.

Premier principe : $W + Q_c + Q_f = 0$

Second principe : $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$

D'où $CoP_{PAC} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{T_p}{T_p - T_a} = \frac{293}{13} \approx 23$

$-Q_c = \rho V c \Delta T = CoP_{PAC} \times W = CoP_{PAC} \times \mathcal{P} \times \Delta t$

$$\mathcal{P} = \frac{\rho V c \Delta T}{CoP_{PAC} \times \Delta t} = \frac{1.10^3 \times 30 \times 4,2 \cdot 10^3 \times 1}{\frac{293}{13} \times 10^3} = \frac{13 \times 30 \times 4,2}{293} \times 10^3 \approx 5 \text{ kW}$$

Exercice 13. Résolution de problème : glace dans un congélateur

Températures : extérieur = source chaude = 15 à 25°C par exemple, intérieur congélateur = source froide = -20°C

$e_{carnot} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$ avec 20°C et -20°C : $e_{carnot} = 6,3 = Q_f / W = P_{th,f} / P_{méca}$

Si on prend $P_{méca} = 30 \text{ W}$: $P_{th,f} = 190 \text{ W}$, avec $Q_f = P_{th,f} \times \Delta t = 630 \times 24 \times 3600 \text{ J}$ pour 24h : $Q_f = 16 \text{ MJ}$

Système eau : $Q_{eau} = -Q_f = -M_{glace} \times L_{fus}$ en supposant la solidification à 0°C et en négligeant la variation de T° : $M_{glace} = 50 \text{ kg}$

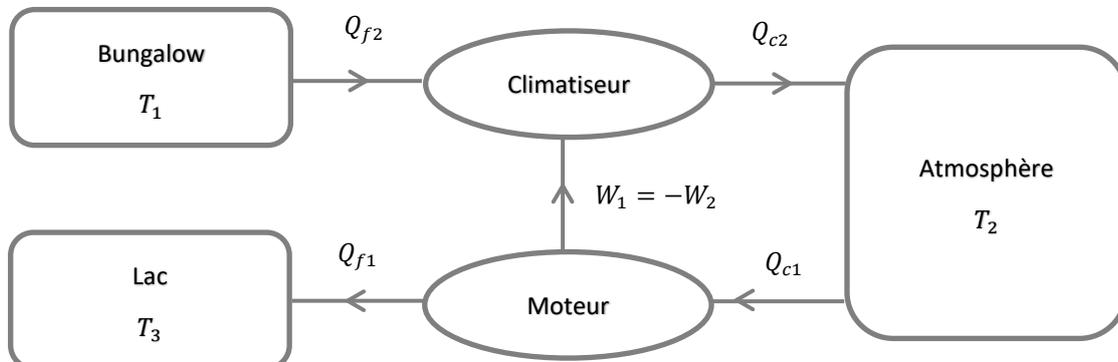
Pouvoir de congélation : cf. notice : 8 kg/24h ; il est donc là très largement surévalué : cf $e < e_c$, ΔT , fuites thermiques...

Si on tient compte de la variation de température avant la fusion : $Q_{eau} = -Q_f = -M_{glace} L_{fus} + M_{glace} c_{glace} (T_f - T_c) \rightarrow 33 \text{ kg}$

Si on tient compte de plus de $e = 0,7 e_c$, $\rightarrow 23 \text{ kg}$

Exercice 14. Couplage moteur – climatiseur

1.



2. Bilan énergétique pour le climatiseur : $W_2 + Q_{c2} + Q_{f2} = \Delta U_{cycle clim} = 0$.

Bilan entropique pour le climatiseur : $\frac{Q_{c2}}{T_1} + \frac{Q_{f2}}{T_2} = \Delta S_{cycle clim} = 0$

3. Bilan énergétique pour le moteur : $W_1 + Q_{c1} + Q_{f1} = -W_2 + Q_{c1} + Q_{f1} = \Delta U_{cycle moteur} = 0$.

Bilan entropique pour le moteur : $\frac{Q_{c1}}{T_1} + \frac{Q_{f1}}{T_3} = \Delta S_{cycle moteur} = 0$

$$4. Q_{c1} + Q_{f1} + Q_{c2} + Q_{f2} = 0$$

$$5. e = \left| \frac{Q_{f2}}{Q_{c1}} \right|$$

$$6. Q_{c2} = -\frac{T_1}{T_2} Q_{f2} \text{ et } Q_{f1} = -\frac{T_3}{T_1} Q_{c1} \text{ dans } Q_{c1} + Q_{f1} + Q_{c2} + Q_{f2} = 0 \text{ on obtient :}$$

$$Q_{c1} \left(1 - \frac{T_3}{T_1} \right) + Q_{f2} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = 0 \text{ soit encore : } \frac{Q_{f2}}{Q_{c1}} = -\frac{1 - \frac{T_3}{T_1}}{1 - \frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow e = \frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 1,39$$

Exercice 15. Etude d'une machine frigorifique

$$e_c = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{263}{40} = 6,6 \quad e_{frigo} = \frac{q_f}{w} = \frac{\Delta h_{BM}}{\Delta h_{MN}} = 5,5$$

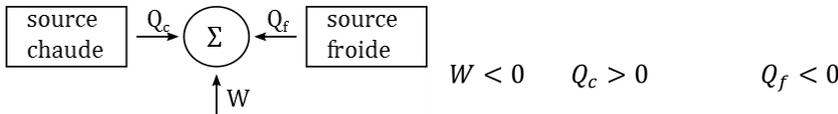
$$\text{Avec } \Delta h_{BM} = (x_M - x_B) \Delta_{vap} h(263 \text{ K}) = (0,98 - 0,24) \times 159 = 0,74 \times 159 = 117,7 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h_{MN} = \Delta h_{MB} + \Delta h_{BA} + \Delta h_{AN}$$

$$\Delta h_{MN} = -(x_M - x_B) \Delta_{vap} h(263 \text{ K}) + 0 + \Delta_{vap} h(303 \text{ K}) = 139 - 117,7 = 21,3 \text{ kJ/kg}$$

Exercice 16. centrale nucléaire

1) Système : fluide caloporteur (ici l'eau circulant dans la centrale), en définissant les grandeurs reçues par le fluide caloporteur :



Source froide : eau du fleuve, source chaude : chaudière (réacteur nucléaire), travail échangé avec la turbine.

Il s'agit d'un cycle moteur dont le but est de fournir un travail permettant de faire tourner la turbine, qui elle-même met en rotation l'alternateur. Les cycles moteurs ($W < 0$) représentés dans les diagrammes usuels sont parcourus dans le sens trigonométrique.

$$2) \text{ Premier principe sur un cycle pour une machine ditherme : } W + Q_f + Q_c = 0 \text{ d'où } Q_f = -W - Q_c$$

par définition de l'efficacité η d'un cycle moteur :

$$\eta = \left| \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur de coût}} \right| = \left| \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{c, \text{reçue}}} \right| = \left| \frac{W_{\text{cycle}}}{Q_{\text{combustion}}} \right| = -\frac{W}{Q_c}$$

$$\text{soit } Q_c = -\frac{W}{\eta} \text{ d'où}$$

$$Q_f = -W - \frac{-W}{\eta} = -W \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) = \boxed{Q_f = P \Delta t_{\text{cycle}} \left(1 - \frac{1}{\eta} \right)}$$

De plus, selon l'énoncé,

$$\eta = 0,60 e_{\text{carnot}} \underset{\text{moteur}}{\equiv} 0,60 \times \left(1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}} \right) = 0,60 \times \left(1 - \frac{T_{\text{fleuve}}}{T_{\text{chaudière}}} \right) = 0,60 \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

3) système : eau du fleuve qui constitue la source froide en contact thermique avec le système pour la durée d'un cycle. La chaleur Q_f reçue par le fluide caloporteur est fournie par cette eau du fleuve, qui reçoit donc $Q_{\text{fleuve}} = -Q_f$

$$1^{\text{er}} \text{ principe au système fleuve : } \Delta H_{\text{fleuve}} \underset{\text{monobare}}{\equiv} Q_{\text{fleuve}} \underset{\text{PCH}}{\equiv} m_{\text{fleuve}} c_{\text{eau}} \Delta T_{\text{fleuve}} = -Q_f$$

$$\boxed{Q_f = -\rho D_v \Delta t_{\text{cycle}} c_{\text{eau}} \Delta T_{\text{fleuve}}}$$

4) En exploitant les résultats précédents :

$$D_v \rho \Delta t_{\text{cycle}} c_{\text{eau}} \Delta T_{\text{fleuve}} = P \Delta t_{\text{cycle}} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right)$$

$$\eta = 0,60 \times \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 0,60 \times \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\boxed{\Delta T_{\text{fleuve}} = \frac{P \times \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} \times \frac{1}{0,60} - 1 \right)}{D_v \rho c_{\text{eau}}}}$$

$$\Delta T_{fleuve} = \frac{10^9 \times \left(\frac{700}{412} \times \frac{1}{0,60} - 1 \right)}{400 \times 10^3 \times 4 \times 10^3}$$

$$\Delta T_{fleuve} = \frac{10^9 \times \left(\frac{700 - 247}{247} \right)}{1,6 \times 10^9} = \frac{453}{1,6 \times 247} \approx \frac{300}{250} \text{ K}$$

$$\Delta T_{fleuve} \approx 1,2 \text{ K}$$

EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 17. Exploitation de l'équation d'état

Hypothèse gaz parfait : $PV = nRT = \frac{m}{M}RT$, soit $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}$. A.N. : $\rho \approx 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

$V_m = \frac{V}{n} = \frac{RT}{P}$. A.N. : $V_m \approx 23 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$ à 0°C et $V_m \approx 25 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$ à 25°C

Exercice 18. Pompe et pneus

En supposant le volume d'un pneu constant et en considérant comme système l'air dans le pneu supposé gaz parfait (système fermé), on a n le nombre de moles d'air dans le pneu et V le volume du pneu constants, soit d'après l'équation d'état des gaz parfaits $\frac{P}{T} = \frac{nR}{V} = \text{cte}$, d'où $P_e = P_h \frac{T_e}{T_h}$. Attention ! T en K ! A.N. : pour P en atm, $P_e = 2 \times \frac{303}{263} = 2,3 \text{ atm}$. Oui, il sera nécessaire de corriger la pression, qui augmente de 15 %.

2) a) (Σ) : air dans le pneu à l'EF; correspondant à n moles.

EI:



air, volume V_0 , Pression $P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 10^\circ\text{C} = 283 \text{ K}$

(#) G.P. : $P_0 V_0 = nRT_0$

EF: n moles d'air dans le pneu, $T_F = 40^\circ\text{C}$, $V_F = 0,28 V_0$
 $P_F = ?$

et $P_F \times 0,28 V_0 = nRT_F \Leftrightarrow P_F = \frac{nR}{V_0} \frac{T_F}{0,28} = \frac{P_0 T_F}{0,28 T_0} = P_F$

A.N. : $P_F = \underline{\underline{3,95 \text{ atm}}}$

b)



n moles, $T_2 = 85^\circ\text{C} = 358,15 \text{ K}$, $V_2 = 1,02 V_F$

$$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_2}{1,02 V_F} = \frac{nR T_2}{1,02 \times 0,28 V_0}$$

$$P_2 = \frac{P_0 T_2}{1,02 \times 0,28 T_0}$$

A.N. : $P_2 = \underline{\underline{4,43 \text{ atm}}}$

Modèle Gaz parfait, système : gaz contenu dans la bouteille, constituant un système isochore, avec un nombre de moles n variable (système ouvert). Hypothèse transformation isotherme.

Etat initial : bouteille contenant n_0 moles de gaz parfait tel que $P_0 V = n_0 RT$

Après avoir gonflé un pneu : bouteille contenant $n_0 - n_1$ moles de gaz parfait tel que $P_1 V = (n_0 - n_1) RT$

Avec n_1 nombre de moles de gaz passées dans le pneu, soit avec $P_p V_p = n_1 RT$ $P_p = 1,6 \text{ atm}$, $V_p = 50 \text{ L}$

D'où $P_1 = \frac{(n_0 - n_1)RT}{V} = P_0 - \frac{P_p V_p}{V}$; A.N. : $P_1 = 14 \text{ atm}$.

Deuxième pneu gonflé : le même nombre de moles de gaz est nécessaire, pris dans les mêmes conditions de température et de pression. La pression P_2 dans la bouteille est donc telle que $P_2 = P_1 - \frac{P_p V_p}{V} = P_0 - 2 \frac{P_p V_p}{V}$.

Hypothèse de récurrence : supposons que $\forall k \in \mathbb{N}$, la pression dans le $k^{\text{ème}}$ pneu gonflé s'écrit : $P_k = P_0 - k \frac{P_p V_p}{V}$.

Après avoir gonflé un pneu supplémentaire, on a $P_{k+1} = P_k - \frac{P_p V_p}{V} = P_0 - k \frac{P_p V_p}{V} - \frac{P_p V_p}{V} = P_0 - (k + 1) \frac{P_p V_p}{V}$.

La propriété étant vérifiée pour $k = 0$ et héréditaire, $\forall k \in \mathbb{N}$, la pression dans le $k^{\text{ème}}$ pneu gonflé est : $P_k = P_0 - k \frac{P_p V_p}{V}$.

Pour que la bouteille puisse gonfler le $n^{\text{ème}}$ pneu, il faut que la pression P_n dans la bouteille reste supérieure à celle du pneu P_p , soit $P_n > P_p$, soit $P_0 > P_p(1 + \frac{nV_p}{V})$, d'où $n < \frac{V}{V_p} \left(\frac{P_0}{P_p} - 1 \right)$.

A.N. : $n < 13,4$, : il est possible de gonfler 13 pneus à la bonne pression.

Exercice 19. Détente de Joule Gay-Lussac

Méthode N°1 : (Σ) = gaz ; E.I. : $p_i, V_i = V_1, T_i$; E.F. : $p_f, V_f = V_1 + V_2, T_f$.

Travail reçu par le gaz lors de la détente : $W = 0$ (détente dans le vide, $P_{ext} = 0$)

Transfert thermique reçu par le gaz lors de la détente : $Q = 0$ (enceinte calorifugée)

Variation d'énergie interne du gaz : 1^{er} principe : $\Delta U = W + Q$ Soit $\Delta U = 0$: Détente à énergie interne constante.

Pour un G.P., $\Delta U = 0 = C_v \Delta T$, soit $\Delta T = 0$.

Pour un gaz parfait, la détente de Joule Gay Lussac a lieu à température constante.

Méthode N°2 : (Σ) = gaz + vide correspondant à l'ensemble des deux récipients (système isochore et calorifugé) ;

Pour le gaz : E.I. : $p_i, V_i = V_1, T_i$; E.F. : $p_f, V_f = V_1 + V_2, T_f$.

Travail reçu par le système lors de la détente : $W = 0$ (système isochore)

Transfert thermique reçu par le système lors de la détente : $Q = 0$ (enceinte calorifugée)

Variation d'énergie interne du système : 1^{er} principe : $\Delta U = W + Q$ Soit $\Delta U = 0 = \Delta U_{gaz} + \Delta U_{vide}$; or $\Delta U_{vide} = 0$: le vide n'a pas d'énergie interne et encore moins de variation de cette énergie. Détente à énergie interne constante pour le gaz.

Exercice 20. Méthode des mélanges *

a) Système : {eau 1 + eau 2 + calorimètre} ; transformation monobare à pression atmosphérique (avec équilibre dans l'état initial et l'état final) et adiabatique, le calorimètre étant supposé idéal.

$$\Delta H \underset{\substack{\text{1er p.} \\ \text{monobare avec éq.}}}{=} + Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

H fonction d'état extensive, en négligeant le calorimètre et en considérant l'eau comme une phase condensée :

$$\Delta H \underset{\substack{H \text{ fonction} \\ \text{d'état extensive}}}{=} \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_{\text{calo}} \underset{\substack{\text{modèle} \\ \text{PCII}}}{=} m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2)$$

$$\text{Finalement : } \Delta H \underset{\substack{H \text{ fonction} \\ \text{d'état extensive} \\ \text{+PCII}}}{=} m_1 c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2) \underset{\substack{\text{1er p.} \\ \text{monobare avec éq.}}}{=} + Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

$$\text{Soit } m_1(T_f - T_1) + m_2(T_f - T_2) = 0 \quad \text{et} \quad (m_1 + m_2)T_f - m_1 T_1 - m_2 T_2 = 0$$

$$T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{barycentre des } T^\circ \text{ pondérées par les masses})$$

A.N. : $T_f = 32,7^\circ\text{C}$ Attention ! températures en K pour le calcul !

b) Idem : Système : {eau 1 + eau 2 + calorimètre} ; transformation monobare à pression atmosphérique (avec équilibre dans l'état initial et l'état final) et adiabatique, le calorimètre étant supposé idéal.

$$\Delta H \underset{\substack{\text{1er p.} \\ \text{monobare avec éq.}}}{=} + Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

H fonction d'état extensive, en tenant compte à présent du calorimètre et en considérant l'eau comme une phase condensée :

$$\Delta H \underset{\substack{\text{H fonction} \\ \text{d'état extensive}}}{=} \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_{calo} \underset{\substack{\text{modèle} \\ \text{PCII}}}{=} m_1 c_e (T_f - T_1) + C_{calo} (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2)$$

Attention ! on n'utilise pas de capacité massique pour le calorimètre car ce n'est pas adapté, système très hétérogène.

De plus, ici on utilise la notion de masse en eau μ , masse d'eau fictive telle que $C_{calo} = \mu c_e$

$$\text{On a donc : } \Delta H \underset{\substack{\text{H fonction} \\ \text{d'état extensive} \\ \text{+PCII}}}{=} (m_1 + \mu) c_e (T_f - T_1) + m_2 c_e (T_f - T_2) \underset{\substack{\text{1er p. +} \\ \text{monobare avec éq.}}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

$$\text{Soit } (m_1 + \mu)(T_f - T_1) + m_2(T_f - T_2) = 0 \quad \text{d'où } (m_1 + \mu)(T_f - T_1) = m_2(T_2 - T_f)$$

$$\text{Et } (m_1 + \mu) = m_2 \frac{(T_2 - T_f)}{(T_f - T_1)} \Leftrightarrow \boxed{\mu = m_2 \frac{T_2 - T_f}{T_f - T_1} - m_1}$$

$$\text{A.N. : } \mu = 25,9 \text{ g} \quad \text{et } C_{calo} = 25,9 \times 4,18 \approx 108 \text{ J/K} \quad \text{Attention ! températures en K pour le calcul !}$$

c) A nouveau : Système : {eau + solide + calorimètre} ; transformation monobare à pression atmosphérique (avec équilibre dans l'état initial et l'état final) et adiabatique, le calorimètre étant supposé idéal.

$$\Delta H \underset{\substack{\text{1er p. +} \\ \text{monobare avec éq.}}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

H fonction d'état extensive, en tenant compte à présent du calorimètre et en considérant l'eau comme une phase condensée :

$$\Delta H \underset{\substack{\text{H fonction} \\ \text{d'état extensive}}}{=} \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_{calo} \underset{\substack{\text{modèle} \\ \text{PCII}}}{=} m_1 c_e (T_f - T_1) + C_{calo} (T_f - T_1) + m_2 c_2 (T_f - T_2)$$

Attention ! on n'utilise pas de capacité massique pour le calorimètre car ce n'est pas adapté, système très hétérogène.

De plus, ici on utilise la notion de masse en eau μ , masse d'eau fictive telle que $C_{calo} = \mu c_e$

$$\text{On a donc : } \Delta H \underset{\substack{\text{H fonction} \\ \text{d'état extensive} \\ \text{+PCII}}}{=} (m_1 + \mu) c_e (T_f - T_1) + m_2 c_2 (T_f - T_2) \underset{\substack{\text{1er p. +} \\ \text{monobare avec éq.}}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

$$\text{Soit } (m_1 + \mu) c_e (T_f - T_1) = m_2 c_2 (T_2 - T_f) \quad \text{d'où } \boxed{c_2 = \frac{(m_1 + \mu) c_e (T_f - T_1)}{m_2 (T_2 - T_f)}} \quad \text{A.N. : } c_2 = 460 \text{ J/K/kg}$$

Exercice 21. Capacité thermique du verre

1) La fonction d'état pertinente est H (transformation monobare) ;

$$2) \text{ Bilan enthalpique au système \{billes + calorimètre\} : } \Delta H \underset{\substack{\text{monobare}}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{adiabatique}}}{=} 0$$

Or pour le système {billes + calorimètre} :

$$\Delta H \underset{\substack{\text{extensivité H}}}{=} \Delta H_{calo} + \Delta H_{eau} + \Delta H_{billes} \underset{\substack{\text{PCII}}}{=} (m_{eq} + M) c_{eau} (\theta_{eq} - \theta_2) + m_{verre} c_{verre} (\theta_{eq} - \theta_1)$$

$$\text{Avec } m_{verre} = \rho_{verre} V_{verre} = d \rho_{eau} V_{verre} \text{ et } V_{verre} = n V_{bille} = n \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\delta}{2}\right)^3$$

$$\text{Finalement, } \Delta H = (m_{eq} + M) c_{eau} (\theta_{eq} - \theta_2) + d \rho_{eau} n \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\delta}{2}\right)^3 c_{verre} (\theta_{eq} - \theta_1) = 0$$

$$c_{verre} = 871 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} ;$$

$$3) \Delta S = m_{verre} c_{verre} \ln \left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) + (m_{eq} + M) c_{eau} \ln \left(\frac{T_{eq}}{T_2}\right) = 0,763 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Exercice 22. Méthode électrique

Système : calorimètre + masse M d'eau liquide

Puissance dissipée par effet Joule par la résistance : $P = UI$

Energie reçue par le système par effet Joule pendant une durée $\Delta t = 1 \text{ min}$: $Q_{joule} = \int_t^{t+\Delta t} UI dt = UI \Delta t$

Transformation monobare (ayan lieu à pression atmosphérique) : Bilan enthalpique

$$W_{BC} = nRT_B \ln(2) \quad \text{or} \quad nRT_B = 2P_0V_0, \quad \text{d'où} \quad \underline{W_{BC} = 2P_0V_0 \ln(2)}$$

$$W_{CA} = - \int p_{\text{ext}} dV \underset{\substack{\uparrow \\ \text{isochore}}}{=} 0 = W_{CA}$$

$$\text{d'où} \quad \boxed{W = P_0V_0(2 \ln(2) - 1)}$$

$$\boxed{Q = -W} = -1,08 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

A.N. : $W = 1,08 \text{ kJ/mol}$
 Remq : on retrouve bien 1 cycle récepteur

Exercice 25. Etude d'une bouilloire électrique

1) $P = UI$ soit $I = \frac{P}{U}$; de plus $U = RI$. A.N. : $I = 9,09 \text{ A}$; $R = 24,2 \Omega$.

1) En considérant la bouilloire comme un calorimètre évoluant à pression atmosphérique, et en étudiant le système {eau froide + eau chaude + bouilloire} :

$$\begin{aligned} \text{Bilan enthalpique : } \Delta H &\underset{\text{monoP}}{=} Q_P \underset{\text{adiabatique}}{=} 0 \underset{H \text{ extensive}}{=} \Delta H_{\text{eau froide}} + \Delta H_{\text{eau chaude}} + \Delta H_{\text{bouilloire}} \\ &= (C + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})(T_f - T_{\text{ext}}) + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}(T_f - T_0) \end{aligned}$$

$$C = - \frac{m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}(T_f - T_0)}{(T_f - T_{\text{ext}})} - m_{\text{eau}}c_{\text{eau}}$$

La bouilloire étant initialement à 20°C, on trouve $C = 929 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

2) En considérant la bouilloire comme un calorimètre évoluant à pression atmosphérique, et en étudiant le système {eau + bouilloire} :

$$\text{Bilan enthalpique : } \Delta H \underset{\text{monoP}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{calorimètre+} \\ \text{Effet Joule}}}{=} Q_{\text{joule}} = Pt_1 \underset{H \text{ extensive}}{=} \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{bouilloire}} = (C + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})(T_{\text{éb}} - T_{\text{ext}})$$

$$t_1 = 408 \text{ s} = 6 \text{ min } 48 \text{ s}$$

1) Bilan enthalpique :

$$\Delta H \underset{\text{monoP}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{calorimètre+} \\ \text{Effet joule}}}{=} Q_{\text{joule}} = Pt_2 \underset{H \text{ extensive}}{=} \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{bouilloire}} = m_{\text{eau}}l_{\text{vap}} + (C + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})(T_{\text{éb}} - T_{\text{éb}}) =$$

$$m_{\text{eau}}l_{\text{vap}}$$

$$t_2 = \frac{m_{\text{eau}}l_{\text{vap}}}{P} = 260 \text{ s} = 37 \text{ min } 40 \text{ s}$$

2) Bilan enthalpique :

$$\Delta H \underset{\text{monoP}}{=} Q_P \underset{\substack{\text{fuites+} \\ \text{Effet Joule}}}{=} Q_{\text{joule}} - Q_{\text{fuite}} = Pt'_1 - Q_{\text{fuite}} \underset{H \text{ extensive}}{=} \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{bouilloire}} = (C + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})(T_{\text{éb}} - T_{\text{ext}})$$

$$Q_{\text{fuite}} = Pt'_1 - (C + m_{\text{eau}}c_{\text{eau}})(T_{\text{éb}} - T_{\text{ext}}) = 365 \text{ kJ}$$

$$\text{Coefficient de performance de cette bouilloire : } e = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur de cout}} = \frac{Q_{\text{reçue par l'eau}}}{Q_{\text{joule}}} = \frac{Pt_1}{Pt'_1} = \frac{t_1}{t'_1} = 98,5 \%$$

Exercice 26. Pertes thermiques

1. Commentaires

$$\delta Q_{\text{pertes}} = K(T(t) - T_0) dt$$

- $T(t) > T_0$ pertes positives (il y a réellement une perte de chaleur vers l'extérieur) ;
- $T(t) < T_0$ pertes négatives (il y a en réalité un apport de chaleur de la part de l'extérieur) ;
- Pertes proportionnelles à l'écart de température : si l'écart augmente, l'énergie échangée augmente ;
- Pertes proportionnelles à la durée (du moins tant que les températures sont constantes) ;

- Dimension, unité de K : $[K] = \frac{[\text{énergie}]}{\Theta T} = \frac{ML^2T^{-2}}{\Theta T} = ML^2T^{-3}\Theta^{-1}$; K s'exprime en $W \cdot K^{-1}$

2. Si le chauffage est coupé, la température baisse à cause des pertes thermiques vers l'extérieur, jusqu'à avoir la même température dehors et dedans (équilibre thermique)

$$T_f = \lim_{t \rightarrow \infty} T = T_0$$

3. Bilan énergétique entre t et $t + dt$, alors que la température de la maison passe de T à $T + dT$ (avec $dT < 0$)
L'énergie mécanique de la maison ne varie pas.

La transformation ayant lieu à pression atmosphérique, le premier principe appliqué à la maison entre t et $t + dt$:

$$dH \underset{\text{isobare}}{=} \delta Q_{\text{reçu par la maison}} = -\delta Q_{\text{pertes}}$$

La variation d'enthalpie entre t et $t + dt$ est (système global suivant la seconde loi de Joule)

$$dH = C_{\text{maison}} (T + dT - T) = C_{\text{maison}} dT$$

d'où $C_{\text{maison}} dT = -K (T(t) - T_0) dt$ soit $C_{\text{maison}} \frac{dT}{dt} + K (T(t) - T_0) = 0$ ou encore

$$C_{\text{maison}} \frac{dT}{dt} + KT(t) = KT_0$$

L'équation différentielle liant T et t peut s'écrire

$$\frac{dT}{dt} + \frac{K}{C_{\text{maison}}} T(t) = \frac{K}{C_{\text{maison}}} T_0$$

4. Résolution : On définit la constante de temps du problème : $\tau = \frac{C_{\text{maison}}}{K}$

L'équation est alors $\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} T(t) = \frac{1}{\tau} T_0$

La solution générale de cette équation est $T(t) = T_0 + A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

À l'instant initial, $T(t = 0) = T_1 = T_0 + A$ d'où $A = T_1 - T_0$

La température intérieure de la maison est donnée par :

$$T(t) = T_0 + (T_1 - T_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Avec

$$\tau = \frac{C_{\text{maison}}}{K}$$

Exercice 27. vapeur sèche ou saturante *

- 1) $V_1 = 10 \text{ L}$: **Hypothèse vapeur sèche** : $P = \frac{nRT}{V_1} = 3,1 \text{ bar} > P_{\text{sat}}$: incohérent ; E.F. = **équilibre diphasique à $P = P_{\text{sat}}$** , avec, en supposant la vapeur saturante comme un gaz parfait, et en négligeant le volume occupé par le liquide :

$$n_{\text{vap}} = \frac{P_{\text{sat}} V_1}{RT} = 0,32 \text{ mol} ; n_{\text{liq}} = n_{\text{tot}} - n_{\text{vap}} = 0,68 \text{ mol} ; x_{\text{vap}} = \frac{n_{\text{vap}}}{n_{\text{tot}}} = 32\%$$

Remarque : on peut calculer $V_{\text{liq}} = m_{\text{eau}} v_{\text{eau}} = \frac{n_{\text{eau}} M_{\text{eau}}}{\rho_{\text{eau}}} \approx 12 \text{ mL}$: on a bien $V_{\text{liq}} \ll V_1$

- 2) $V_2 = 50 \text{ L}$: **Hypothèse vapeur sèche** : $P = \frac{nRT}{V_2} = 0,62 \text{ bar} < P_{\text{sat}}$: cohérent ; E.F. = **vapeur sèche à $P = 0,62 \text{ bar}$** ,

Remarque : Dans le cas d'un état final diphasique : $P = P_{\text{sat}}$ connue, titre $x \leq 1$ inconnu

Dans le cas d'un état final monophasique : $P \leq P_{\text{sat}}$ inconnue, titre $x = 1$ connu

Exercice 28. Variations d'enthalpie

L'enthalpie étant une fonction d'état, on peut choisir un chemin fictif commode d'un point de vue théorique.

Ici, on peut considérer les étapes suivantes :

- 1) solide entièrement réchauffé de θ_i à θ_0 , sans changement d'état : $\Delta H_1 = m c_s (\theta_0 - \theta_i)$
- 2) Fusion totale du solide à la température θ_0 , obtention de liquide à θ_0 : $\Delta H_2 = m l_f$
- 3) liquide réchauffé de θ_0 à θ_f : $\Delta H_3 = m c_l (\theta_f - \theta_0)$

soit $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = m (c_s (\theta_0 - \theta_i) + l_f + c_l (\theta_f - \theta_0)) = 39,7 \text{ kJ}$ où $\theta_0 = 0^\circ \text{C}$.

Exercice 29. Etude thermodynamique des machines cycliques dithermes

Etude d'un moteur cyclique ditherme

Soit le système constitué par le fluide caloporteur subissant un cycle d'un moteur ditherme. Soient W le travail reçu, Q_{ch} le transfert thermique reçu de la part de la source chaude et Q_{fr} le transfert thermique reçu de la part de la source froide au cours d'un cycle.

Bilans issus des principes de la thermodynamique sur un cycle au système :

$$\Delta U_{\text{cycle}} \underset{\text{1er principe}}{=} W + Q_{\text{ch}} + Q_{\text{fr}} \underset{\substack{\text{cycle+U} \\ \text{fonction d'état}}}{=} 0 \quad (1)$$

$$\Delta S \underset{\substack{\text{2nd principe} \\ \text{cycle}}}]{=} S_e + S_c \underset{\substack{\text{ditherme} \\ \text{fonction d'état}}}{=} \frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} + S_c \underset{\substack{\text{cycle+S} \\ \text{fonction d'état}}}{=} 0$$

d'après le second principe, $S_c \geq 0$, avec égalité pour une transformation réversible, d'où

$$\frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} \leq 0 \quad (2); \text{ inégalité de Clausius.}$$

$$\text{Expression de l'efficacité du moteur : } \eta_{\text{moteur}} = \left| \frac{\text{grandeur d'intérêt}}{\text{grandeur de coût}} \right| = \frac{-W}{Q_{ch}} \quad (3)$$

$$\text{Or d'après (1),} \quad -W = Q_{ch} + Q_{fr} \quad \text{soit dans (3) :} \quad \eta_{\text{moteur}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}}.$$

$$\text{D'après (2) :} \quad \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} \leq -\frac{T_{fr}}{T_{ch}}.$$

$$\text{Finalement, pour un moteur ditherme : } \eta_{\text{moteur}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} \leq 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$$

$$\text{Efficacité de Carnot :} \quad \boxed{\eta_{\text{carnot,m}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}}$$

obtenue pour un fonctionnement **réversible**, correspondant à l'**efficacité maximale** pouvant être atteinte.

Etude thermodynamique d'une machine frigorifique

Soit le système constitué par le fluide caloporteur subissant un cycle d'un réfrigérateur ditherme. Soient W le travail reçu, Q_{ch} le transfert thermique reçu de la part de la source chaude et Q_{fr} le transfert thermique reçu de la part de la source froide au cours d'un cycle.

Bilans issus des principes de la thermodynamique sur un cycle au système :

$$\Delta U_{\text{cycle}} \underset{\substack{\text{1er principe} \\ \text{fonction d'état}}}{=} W + Q_{ch} + Q_{fr} \underset{\substack{\text{cycle+U} \\ \text{fonction d'état}}}{=} 0 \quad (1)$$

$$\Delta S \underset{\substack{\text{2nd principe} \\ \text{cycle}}}]{=} S_e + S_c \underset{\substack{\text{ditherme} \\ \text{fonction d'état}}}{=} \frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} + S_c \underset{\substack{\text{cycle+S} \\ \text{fonction d'état}}}{=} 0$$

d'après le second principe, $S_c \geq 0$, avec égalité pour une transformation réversible, d'où

$$\frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} \leq 0 \quad (2); \text{ inégalité de Clausius.}$$

$$\text{Expression de l'efficacité du réfrigérateur : } \eta_{\text{frigo}} = \left| \frac{\text{grandeur d'intérêt}}{\text{grandeur de coût}} \right| = \frac{Q_{fr}}{W} \quad (3)$$

$$\text{Or d'après (1),} \quad -Q_{ch} = W + Q_{fr}$$

$$\text{D'après (2) :} \quad \frac{Q_{fr}}{T_{fr}} - \frac{Q_{fr}}{T_{ch}} - \frac{W}{T_{ch}} \leq 0 \quad \text{soit} \quad Q_{fr} \left(\frac{1}{T_{fr}} - \frac{1}{T_{ch}} \right) \leq \frac{W}{T_{ch}} \quad \text{ou}$$

$$Q_{fr} \left(\frac{T_{ch} - T_{fr}}{T_{ch} T_{fr}} \right) \leq \frac{W}{T_{ch}}$$

$$\text{soit dans (3) :} \quad \eta_{\text{frigo}} = \frac{Q_{fr}}{W} \leq \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}$$

$$\text{Efficacité de Carnot :} \quad \boxed{\eta_{\text{carnot,frig}} = \frac{T_{fr}}{T_{ch} - T_{fr}}}$$

obtenue pour un fonctionnement **réversible**, correspondant à l'**efficacité maximale** pouvant être atteinte.

Etude thermodynamique d'une pompe à chaleur (PAC) cyclique ditherme

$$1) \text{ Efficacité } e \text{ d'une PAC : } \boxed{e = \frac{\text{grandeur d'intérêt}}{\text{grandeur de coût}} = \frac{-q_c}{w} = \frac{-Q_c}{W}}$$

Les PAC sont par construction telles que $e > 1$ (le coût de construction n'ayant pas d'intérêt dans le cas contraire, un radiateur électrique correspondant à $e = 1$ pour un coût bien moindre).

2) Premier principe de la thermodynamique appliqué au fluide sur un cycle (avec U fonction d'état) :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = W + Q_c + Q_f. \quad (1)$$

Second principe de la thermodynamique appliqué au fluide sur un cycle (avec S fonction d'état) :

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = S_c + S_e, \text{ avec contact avec deux thermostats, soit } S_e = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f}, \text{ et } S_c \geq 0, \text{ d'où}$$

$$\text{Inégalité de Carnot Clausius : } \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \quad (2)$$

$$\text{Soit } Q_f \leq -\frac{T_f Q_c}{T_c}$$

$$\text{Dans (1) : } W + Q_c \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) \geq 0 \Leftrightarrow e = \frac{-Q_c}{W} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = e_c$$

L'efficacité e atteint l'efficacité de Carnot lorsqu'il y a égalité, soit pour un **fonctionnement réversible**.

Exercice 30. Efficacités maximales

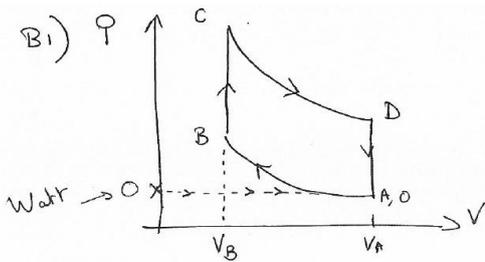
$$1) r_{\max} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 73,1\%$$

$$2) a) \text{CoP}_{\text{frigo,max}} = \text{CoP}_{\text{frigo,carnot}} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{-11 + 273}{15 - (-11)} = \frac{262}{26} \approx 10, \text{ atteint pour un fonctionnement réversible selon un cycle de Carnot.}$$

$$2) b) \text{CoP}_{\text{frigo}} = \frac{Q_f}{W} \Rightarrow Q_f = \text{CoP}_{\text{frigo}} \cdot W = 2000 \text{ kJ et } Q_c = -(Q_f + W) = -2200 \text{ kJ};$$

3) Compression et détente non réversibles et transferts réels de chaleur non isothermes.

Exercice 31. Cycle de Beau de Rochas



Représentation des transformations
 OA et AO : pas le même diagramme
 (Watt ou Clapeyron).
 Choix ici : \uparrow , donc V volume
 des n_t moles de gaz

Le cycle est parcouru dans le sens ABCD ; l'aire \mathcal{A} du cycle dans le diagramme (P, v) est donc positive : $\mathcal{A} > 0$, or $W_{\text{cycle}} = \int -Pdv = -\mathcal{A}$, soit $W_{\text{cycle}} < 0$: il s'agit bien d'un cycle moteur.

2. Etape AB : Compression adiabatique et réversible d'un mélange assimilé à un GP, on peut utiliser les lois de Laplace :

$$PV^\gamma = cte \text{ et } TV^{(\gamma-1)} = cte$$

$$TV^{(\gamma-1)} = cte, \text{ donc } T_B = T_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} \text{ or Taux de compression } \tau = \frac{V_A}{V_B} = 8, \text{ donc } T_B = T_A \cdot \tau^{\gamma-1}$$

$$\text{A.N. : } T_B = 293 \times 8^{1,4-1} = 293 \times 8^{0,4} \quad T_B = 673 \text{ K.}$$

$$\bullet \text{ } PV^\gamma = cte, \text{ donc } P_B = P_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma \text{ avec } \tau = \frac{V_A}{V_B} = 8 \text{ donc } P_B = P_A \cdot \tau^\gamma$$

$$\text{A.N. : } P_B = 1 \times 8^{1,4} = 18,4 \text{ bar}$$

3.

B6) On a $B \rightarrow C$ isochore soit $V_B = V_C$ d'où $\frac{P_B}{T_B} = \frac{P_C}{T_C}$
 soit $P_C = \frac{T_C}{T_B} P_B$ A.N. : $P_C = 57,3 \text{ bars}$

La pression maximale sera en réalité inférieure à cette pression calculée :

- L'étape AB n'est pas parfaitement adiabatique ;
- Il y a des frottements ;
- L'étape BC n'est pas parfaitement isochore, et la détente débute avant que le point C ne soit atteint.

4. Idem étape AB : étape CD compression adiabatique et réversible d'un mélange assimilé à un GP, lois de Laplace : $TV^{(\gamma-1)} = cte$, donc $T_C = T_D \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{(\gamma-1)}$ or $\tau = \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C}$, donc $T_C = T_D$. $\tau^{\gamma-1} = 910 K$

5. Soit W le travail total reçu au cours du cycle A-B-C-D.

- U est une fonction d'état, donc sa variation sur le cycle est nulle : $\Delta U_{cycle} = 0$
- Or selon le 1^{er} principe $\Delta U_{cycle} = Q_{cycle} + W_{cycle}$ donc $W_{cycle} = -Q_{cycle}$
- De plus $Q_{cycle} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = Q_1 + Q_2$ car les transformations AB et CD sont adiabatiques.
- Ainsi $W_{cycle} = -Q_1 - Q_2 = -W_f$

L'étape BC est une transformation isochore donc $W_{BC} = 0$.

1^{er} principe : $\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} = Q_{BC} = Q_1$

Le gaz est parfait donc vérifie la 1^{ère} loi de Joule et $\Delta U_{BC} = n C_{v,m} \Delta T = n C_{v,m} (T_C - T_B)$

Ainsi $Q_1 = n C_{v,m} (T_C - T_B)$

De B vers C, la pression augmente à volume constant donc selon l'équation d'état des GP, la température augmente ainsi $(T_C - T_B) > 0$ et $Q_1 > 0$: transfert thermique réellement reçu par le gaz parcourant le cycle, libéré par la réaction chimique de combustion : transfert thermique en provenance de la « source chaude ».

De la même manière, l'étape DA est isochore, le gaz est parfait, donc $Q_2 = n C_{v,m} (T_A - T_D) < 0$: le système gaz cède de la chaleur vers l'extérieur = source froide.

$W_f = -W_{cycle} = Q_1 + Q_2 = n C_{v,m} (T_C - T_B + T_A - T_D) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_B + T_A - T_D) = 688 J$

1. Par définition le rendement d'un moteur est le rapport du travail total fourni par le système parcourant le cycle sur le transfert thermique réellement reçu donc positif.

$$\text{Ici } \eta = \frac{\text{grandeur d'intérêt}}{\text{grandeur de coût}} = \frac{-W_{cycle}}{Q_c} = \frac{+Q_{cycle}}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \boxed{1 + \frac{Q_2}{Q_1} = \eta}$$

Avec $Q_1 = n C_{v,m} (T_C - T_B)$ et $Q_2 = n C_{v,m} (T_A - T_D)$ donc $\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$

2. D'après la question 3) $T_B = T_A \tau^{\gamma-1}$

$$\text{Ainsi } \eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{(T_D \tau^{\gamma-1} - T_A \tau^{\gamma-1})} = 1 - \frac{T_D - T_A}{\tau^{\gamma-1} (T_D - T_A)} = \boxed{1 - \tau^{1-\gamma} = \eta}$$

A.N. : $\eta = 1 - 8^{1-1.4} = 1 - 8^{-0.4} = 1 - \frac{1}{8^{0.4}} \quad \eta = 0,56 = 56\%$

Puissance théorique fournie : $P_{th} = N \cdot |W_{cycle}|$

A.N. : $P_{th} = 29 kW$

Le rendement réel est bien plus faible que le rendement théorique obtenu dans des conditions idéales de réversibilité et sur un cycle modélisé.

Exercice 32. Climatiseur

1. Notations : à $t = 0$, température $T_0 = 286 K$; à $t = t_1$, température $T_1 = 284 K$

En exploitant les deux principes de la thermodynamique sur un cycle :

$$W + Q_c + Q_f \stackrel{\substack{\text{premier principe} \\ + \text{ditherme}}}{=} \Delta U_{cycle} \stackrel{\substack{\text{cycle} \\ \text{fonction d'état}}}{=} 0$$

$$\Delta S_{cycle} \stackrel{\substack{\text{cycle} \\ \text{fonction d'état}}}{=} 0 \stackrel{\substack{\text{2nd principe} \\ + \text{ditherme} \\ \text{réversible}}}{=} \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_{pièce}} = 0$$

$$\mathcal{P}_f = \frac{\delta Q_f}{dt} = \frac{Q_f}{t_1}$$

Coeff de performance moyen :

$$CoP = \frac{Q_f}{W} \stackrel{\substack{\text{1er principe} \\ + \text{cycle}}}{=} -\frac{Q_f}{Q_c + Q_f} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}}$$

Or $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_{pièce}} = 0$ soit $\frac{Q_c}{T_c} = -\frac{Q_f}{T_{pièce}}$ d'où $\frac{Q_c}{Q_f} = -\frac{T_c}{T_{pièce}}$ soit

$$CoP = \frac{Q_f}{W} = -\frac{1}{1 + \frac{Q_c}{Q_f}} = -\frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_{pièce}}} = \frac{T_{pièce}}{T_c - T_{pièce}}$$

Premier principe au système pièce de capacité thermique C :

$$\Delta H \stackrel{\substack{\text{PCII} \\ \text{1er principe} \\ + \text{isobare}}}{=} C(T_1 - T_0) \stackrel{\substack{\text{reçue} \\ \text{pièce}}}{=} Q_{reçue} = -Q_f$$

Avec $T_1 - T_0 = -2 K < 0$; de plus la pièce constituant la source froide, elle cède Q_f au fluide caloporteur et reçoit donc

$$Q_{reçue}^{pièce} = -Q_f$$

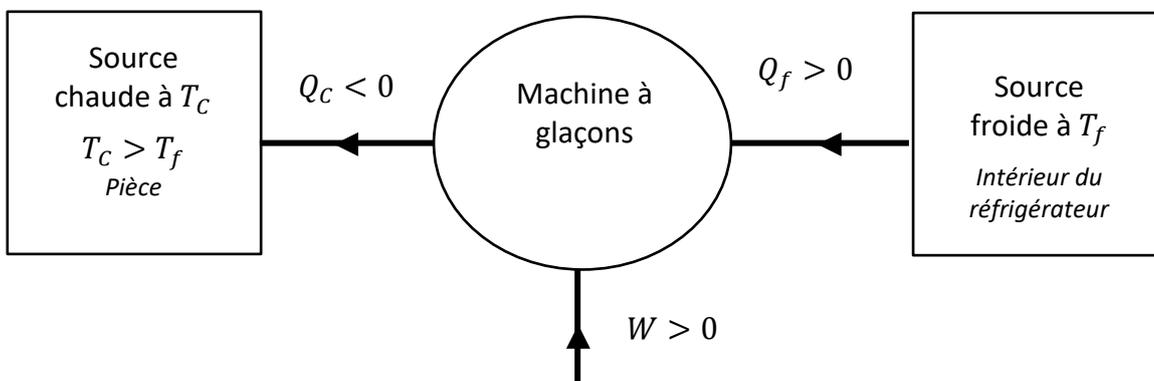
On a donc $-Q_f = C(T_1 - T_0)$ et $W = Pt_1$ d'où :

$$CoP = \frac{Q_f}{W} = \frac{C(T_0 - T_1)}{Pt_1} = \frac{T_{pièce}}{T_c - T_{pièce}}$$

$$C = \frac{T_{pièce}}{T_c - T_{pièce}} \frac{Pt_1}{(T_0 - T_1)} = \frac{286 \cdot 10^4}{14 \cdot 2} \approx 1.10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Exercice 33. Machine à glaçons

Schéma de principe d'un réfrigérateur :



La machine prélève $Q_f > 0$ à la source froide, reçoit $W > 0$ et cède de la chaleur à la source chaude (notée $-Q_c$).

Le cycle correspond alors à un cycle de Carnot réversible constitué de 2 adiabatiques et de 2 isothermes

Système : fluide frigorigène

Premier principe sur un cycle pour une machine ditherme : $W + Q_c + Q_f = 0$ avec $W = P \cdot \Delta t$

Second principe sur un cycle pour une machine ditherme réversible (entropie créée nulle) :

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \quad \text{d'où} \quad CoP_{frigo} = \frac{Q_f}{W} = \frac{T_f}{T_c - T_f} \quad \text{et}$$

$$Q_f = \frac{T_f}{T_c - T_f} P \Delta t$$

A.N. : $Q_f = \frac{273}{24} \times 10^3 \times 4 \times 60 = 273 \cdot 10^4 = 2,73 \text{ MJ}$

ATTENTION : températures à convertir en K

En considérant le système masse d'eau contenue dans le réfrigérateur transformée en glace. L'intérieur du réfrigérateur constitue la source froide de la machine. La source froide fournit Q_f au fluide frigorigène, elle reçoit donc $-Q_f$ de ce fluide frigorigène, ce qui entraîne le refroidissement et ou le changement d'état (ou simplement le maintien à température froide en compensant les fuites thermiques).

La masse de glace maximale formée est obtenue en considérant que l'intégralité de la quantité Q_f a été cédée par l'eau à 0°C et a donc intégralement servi au changement d'état.

Premier principe au système eau :

$$\Delta H_{\text{eau}} \underset{\text{isobare}}{\equiv} Q_{\text{reçue,eau}} = -Q_f \underset{\substack{\text{solidification} \\ \text{à } T,P \text{ constants}}}{\equiv} m(-L_{fus}) \Rightarrow$$

$$\boxed{m = \frac{Q_f}{L_{fus}}} = \frac{2,73 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^5} = 9,1 \text{ kg}$$