DM N°8 – TRANSFERTS THERMIQUES EN REGIME STATIONNAIRE

Niveau 1 : Problème N°1 – partie A (pour compléter, partie B ou problème N°2)

Niveau 2 : Problème N°2

Niveau 3 : Problème N°3 – partie III-2

Seules les questions cœur sont obligatoires = cours, sauf si vous préférez aborder les problèmes N°2 ou 3.

PROBLEME N°1 : CONDITIONNEMENT D'AIR D'UNE VOITURE (E3A MP 2017)

A) Modélisation du régime permanent

Pour le confort et la sécurité des passagers (la respiration des passagers changerait la composition de "l'air" qui deviendrait moins riche en dioxygène, ce qui favorise l'endormissement du conducteur), on doit renouveler l'air de la voiture et empêcher aussi refroidissement ou réchauffement par rapport à une situation normale dans laquelle l'intérieur du véhicule reste à une température consigne uniforme et constante égale à $T_C = 293$ K.

On assimile l'automobile (représentée schématiquement ci-dessous) à un parallélépipède creux de hauteur $H = 1{,}5$ m, de largeur $l = 1{,}75$ m et de longueur $L = 4{,}0$ m, réalisée en partie avec un matériau 1 hybride d'épaisseur $e_1 = 10$ cm, de conductivité thermique $\lambda_1 = 0{,}10$ S.I. et en partie en verre d'épaisseur $e_2 = 2{,}0$ mm et de conductivité thermique $\lambda_2 = 1{,}2$ S.I.

On peut simplifier le modèle en supposant que les vitres occupent une hauteur $d = 0{,}50$ m des parois verticales. Le toit, le sol et les parties basses des parois verticales sont constitués du matériau 1. On néglige les effets de bord et/ou la conduction par les coins.

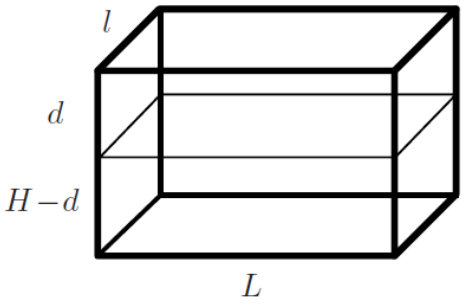


Figure 1 : Modèle schématique d'une voiture

1. ❤️ Rappeler la loi de Fourier en définissant les grandeurs utilisées. Par analyse dimensionnelle, préciser quelle est l'unité de la conductivité thermique λ_i.

On considère un morceau de paroi de surface s, d'épaisseur e et de conductivité thermique λ. La température est supposée ne dépendre que de la variable position sur la normale à cette paroi notée Oz.

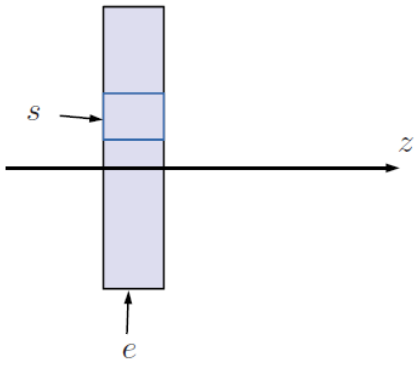


Figure 2 : Modèle d'une paroi de voiture

2. ❤️ Etablir, en régime permanent, le lien entre la différence des températures de part et d'autre de la paroi $\Delta T = T_{ext} - T_{int}$ et le flux thermique (ou puissance thermique) Φ qui traverse, de l'extérieur vers l'intérieur, une surface s de paroi d'un matériau de conductivité thermique λ. En déduire la résistance thermique de cet élément de paroi en fonction de s, e et λ.

3. ❤️ A quelle situation physique correspond une association en série de résistances thermiques ? A quelle situation physique correspond une association en parallèle de résistances thermiques ?

4. ❤️ Donner l'expression des résistances thermiques des parties suivantes du véhicule en fonction des données nécessaires :

(a) R_1 résistance thermique du toit (le sol de la voiture possède la même résistance thermique),

(b) R_2 résistance thermique des parties latérales en matériau 1 (de hauteur $H - d$),

(c) R_3 résistance thermique de toutes les vitres (partie latérale de hauteur d).

5. ❤️ Faire un schéma électrique équivalent de la voiture et en déduire sa résistance thermique totale R_V.

6. Calculer la valeur numérique de R_3 (partie vitrée) ; on trouve alors $R_v = 2{,}88.10^{-4}$ USI. Commenter.

7. En réalité, le rapport entre l'écart de température $\Delta T = T_{ext} - T_{int}$ et le flux thermique total Φ entrant dans la voiture par les parois est différent du résultat précédent. De quel autre phénomène de transfert fallait-il vraisemblablement tenir compte ?

Par la suite, on prendra $G = \frac{1}{R_v} = 150$ W.K^{-1} pour le rapport $\frac{\Phi}{\Delta T}$.

On suppose que :

- l'appareil de conditionnement de l'air de la voiture permet de refroidir l'habitacle en été, de le réchauffer en hiver et de renouveler l'air en même temps,
- la pression est toujours la même à l'extérieur et à l'intérieur et est égale à la pression standard $p = p° = 1{,}0.10^5$ Pa,
- et l'habitacle est maintenu à la température de consigne $T_c = 293$ K.

8. Chacun des n passagers dégage une puissance thermique $p = 75$ W. Exprimer la puissance P_1 fournie par le conditionneur en fonction de n, p, G et $\Delta T = T_{ext} - T_{int}$.

9. Calculer les 2 valeurs de P_1 pour $n = 4$ passagers, en été $T_{ext} = 303$ K ou en hiver $T_{ext} = 263$ K. Commenter le signe. Pour quelle température extérieure n'y aurait-il pas besoin de conditionnement ? L'ordre de grandeur vous paraît-il vraisemblable ?

B) Régime transitoire

Lorsque les passagers montent dans le véhicule, la température intérieure est égale à la température extérieure $T_{ext} = 263$ K (hiver). Dès leur installation dans le véhicule, les passagers règlent le conditionneur au maximum, ce dernier fournit alors une puissance $P_{1,max}$ dont on se propose de déterminer la valeur pour que la température de consigne T_c soit atteinte en $\Delta t = 2,0$ min.

On rappelle que les passagers fournissent une puissance $p = 75$ W par personne et que la conductance thermique de l'ensemble de la voiture vaut $G = \frac{1}{R_v} = 150$ W.K^{-1}.

L'atmosphère intérieure au véhicule est caractérisée par une capacité thermique totale C.

On se place dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

10. Montrer que la température de l'air du véhicule vérifier l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_\infty}{\tau}$$

en explicitant les expressions de τ et T_∞ en fonction de R_v, C, n, p, T_{ext} et $P_{1,max}$.

11. Représenter l'allure de l'évolution au cours du temps de la température de l'habitacle.

12. Résoudre l'équation de la question **10**. et déterminer l'expression littérale de $P_{1,max}$ en fonction de $R_v, \tau, n, p, T_{ext}, T_c$ et Δt pour que la température de consigne soit atteinte en une durée Δt.

13. La capacité C de l'air du véhicule vaut $C = 4{,}5 kJ.K^{-1}$. Evaluer $P_{1,max}$. Commenter.

14. Déterminer, sans calculs excessifs et en réutilisant les résultats des questions précédentes, la puissance $P_{1,min} < 0$ que devrait avoir un climatiseur pour que T atteigne T_c en $\Delta t = 2{,}0$ min également en été ($T_{ext} = 303$ K) avec $n = 4$ passagers.

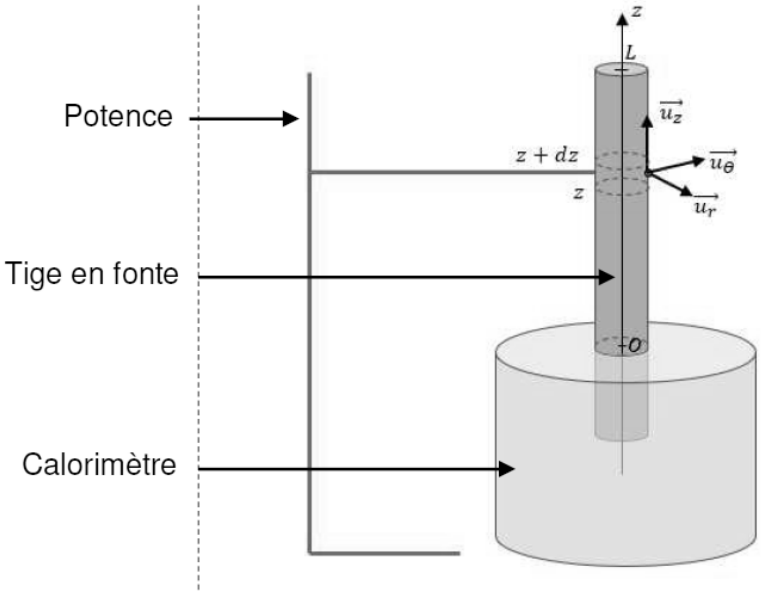
15. Quelles critiques pourriez-vous faire à ce modèle simpliste et quelles améliorations du modèle proposeriez-vous ?

PROBLEME N°2 : MODELISATION ET EXPLOITATION DE QUELQUES MONTAGES PHYSIQUES - DETERMINATION DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE D'UN METAL (D'APRES ATS 2020)

Ce sujet consiste en l'étude de quelques montages expérimentaux relativement simples à mettre en place dans un laboratoire de sciences physiques. **Chaque partie du sujet est indépendante**, les

montages étudiés permettent de valider les modèles physiques en les confrontant aux résultats expérimentaux.

a) Modélisation et étude expérimentale



On considère une tige en fonte, cylindrique, de rayon a dont une extrémité est plongée dans un bain d'eau glacée thermostatée dans un calorimètre à la température $T_0 = 0°C$. Le reste de la tige, de longueur L, est au contact de l'air extérieur supposé à une température $T_{ext} > T_0$ constante et uniforme.

La pression atmosphérique sera également considérée comme constante et uniforme.

Pour cette partie théorique, on travaillera avec les hypothèses suivantes :

- On suppose le régime stationnaire atteint.
- On a $L = 1{,}0\ m$, $a = 0{,}50\ cm$ donc $L \gg a$.

  On pourra considérer que le champ des températures T dans la tige ne dépend que de z : on a donc $T(z)$. On a également $T(0) \approx T_0$.
- On note c la capacité thermique massique de la tige assimilée à une phase condensée indilatable et incompressible, on note ρ sa masse volumique et λ sa conductivité thermique. On prendra $c = 400\ J.K^{-1}.kg^{-1}$ et $\rho = 5000\ kg.m^{-3}$.

On considère un élément de volume mésoscopique de la tige compris entre z et $z + dz$.

1) Effectuer un bilan enthalpique de cet élément de volume dV en supposant que la tige n'est le siège que du seul mode de transfert d'énergie par conduction thermique.

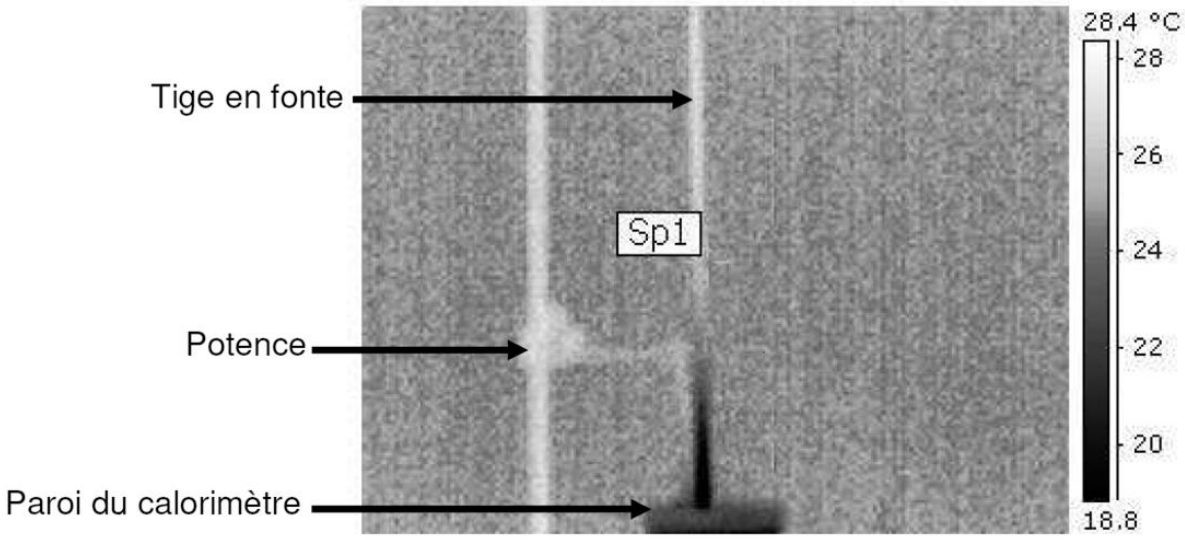
2) Exprimer la fonction $T(z)$ puis la représenter en fonction de z, en faisant apparaître les grandeurs $T(0)$ et $T(L) > T(0)$ sur votre schéma.

Expérimentalement, nous devons compléter la description des transferts thermiques reçus par la tige en prenant en compte également le transfert conducto-convectif. On note h le coefficient de transfert conducto-convectif et on rappelle la loi de Newton définissant le vecteur densité de flux thermique associé $\overrightarrow{j_{cc}} = h(T(z) - T_{ext})\overrightarrow{u_r}$ où $\overrightarrow{u_r}$ est le vecteur radial associé au repérage

cylindrique dessiné ci-dessus.

3) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température dans ce cadre-là et introduire la distance δ caractéristique des variations de la température T le long de la tige.

On obtient la photographie ci-dessous à l'aide d'une caméra thermique :

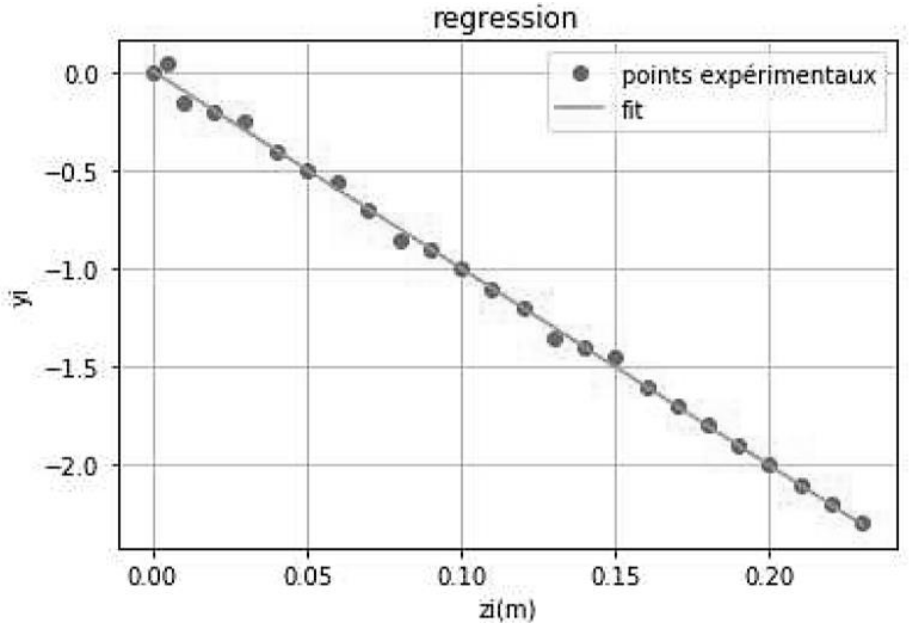


4) Justifier que $T(L) = T_{ext}$ et que $\delta < L$.

Dans ces conditions, on montre alors que $T(z)$ a pour expression : $T(z) \approx T_{ext} + (T_0 - T_{ext})e^{-\frac{z}{\delta}}$

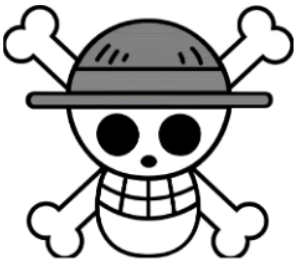
A l'aide d'un thermocouple mis en contact avec la tige métallique, il est possible d'obtenir différentes valeurs expérimentales T_i de la température en différents points de la tige de cotes verticales z_i.

On peut alors construire un graphique (page suivante) dans lequel on place en ordonnée les quantités $y_i = \ln\left(\frac{T_i - T_{ext}}{T_0 - T_{ext}}\right)$ et en abscisse les valeurs de z_i associées (en mètre).



5) Estimer, en utilisant le graphe précédent, la valeur expérimentale de δ.

PROBLEME N°3 : AUTOUR DE ONE PIECE – HIE HIE NO MI – THERMODYNAMIQUE (CCINP MP 2023)



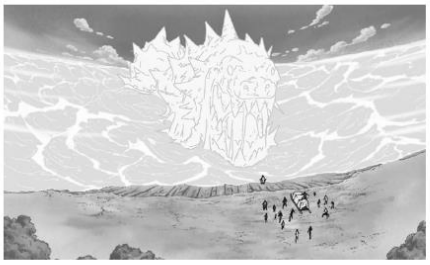
One Piece est une série de mangas Shōnen créée par Eiichirō Oda.

L'histoire suit les aventures de Monkey D. Luffy, un garçon dont le corps a acquis les propriétés du *caoutchouc* après avoir mangé par inadvertance un *fruit du démon*.

Avec son équipage de pirates, appelé l'équipage au *Chapeau de paille*, Luffy explore *Grand Line* à la recherche du trésor ultime connu sous le nom de *One Piece* afin de devenir le prochain *roi des pirates*.

Ce sujet aborde diverses questions de physique très librement inspirées de cette œuvre.

PARTIE III - *Hie Hie no Mi* – Thermodynamique



Kuzan, plus connu sous le nom d'Aokiji est l'un des Trois Amiraux de la Marine. Possesseur du Hie Hie no Mi, ou Givro-Fruit en français, il peut créer, contrôler ou devenir de la glace en maîtrisant les changements d'états.

Les candidats trouveront les données numériques relatives à cette partie III dans le document : l'eau liquide et/ou solide.

Document - L'eau liquide et/ou solide

Formule chimique : H_2O	Masse molaire : $M = 18{,}0\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$	
Conditions d'équilibre liquide-solide atmosphérique	Pression $P^0 = 1\ \text{bar}$	Température $T_f = 273{,}15\ \text{K}$
Enthalpie massique de fusion (1 bar et 273,15 K)		$L_{fus} = 333{,}3\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

	Glace	Eau liquide
Masse volumique	$990\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$1\,000\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Capacité calorifique massique isobare	$c_{glace} = 2{,}05\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$c_{eau} = 4{,}18\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

III.1 - Machine frigorifique avec une source de température variable

Aokiji souhaite refroidir une partie de la mer et la geler ; il sera considéré ici comme une machine frigorifique ($\mathscr{S}$). Cette machine est supposée réversible, cyclique et de puissance $\mathscr{P}$ constante. Elle fonctionne, pendant un temps Δt, entre l'atmosphère qui constitue un thermostat de température θ_c constante et une masse d'eau de mer $m = 1{,}0\cdot10^3$ kg, assimilée à de l'eau pure, de température T' qui passera de θ_c à T_f.
Les transferts thermiques et le travail seront comptés en convention récepteur : on appellera respectivement δQ_f et δQ_c les transferts thermiques reçus par ($\mathscr{S}$) de la part de la source froide et de la source chaude et δW le travail reçu par ($\mathscr{S}$) entre les instants t et $t+dt$. On suppose que la durée d'un cycle est petit devant le temps caractéristique de refroidissement de la mer qu'on assimile à de l'eau pure. La machine décrit toujours un nombre entier de cycles.

On néglige les échanges thermiques entre la masse m (partie de la mer " refroidie (ou gelée) ") et le reste de la mer.

Q45. Donner le schéma de principe de cette machine frigorifique, en indiquant le sens réel des transferts thermiques et du travail à un instant quelconque du fonctionnement de la machine frigorifique.

On s'intéresse au refroidissement de la mer qui reste dans son état liquide pendant toute la transformation, passant de θ_c à T_f.

Q46. En appliquant le second principe sous forme infinitésimale, écrire la relation entre $\delta Q_f, \delta Q_c, T'$ et θ_c.

Q47. En appliquant le premier principe sous forme infinitésimale, déterminer le temps nécessaire Δt pour faire passer la mer de θ_c à T_f.

Q48. Calculer la puissance minimale $\mathscr{P}_{\text{min}}$ pour que ce refroidissement dure moins que $\Delta t = 10$ min, avec $\theta_c = 293$ K.

On s'intéresse maintenant à la solidification de l'eau.

Q49. En faisant l'hypothèse que la puissance $\mathscr{P}$ reste constante et égale à $\mathscr{P}_{\text{min}}$, exprimer le temps nécessaire $\Delta t'$ pour congeler la mer.
Calculer $\Delta t'$.

Q50. Exprimer l'efficacité totale η de la machine frigorifique en fonction de $\mathscr{P}$, Δt, $\Delta t'$, T_f, m, L_{fus}, θ_c et de c_{eau}, puis la calculer.

III. 2 - Cinétique de la formation de la glace

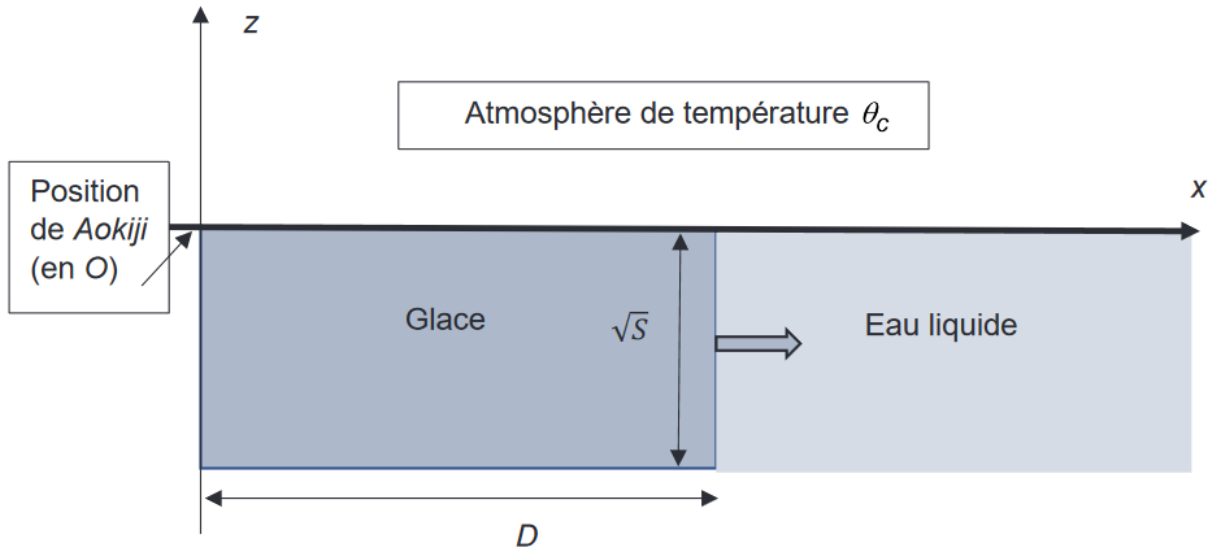


Figure 4 - " pont de glace créé par *Aokiji* "

Les échelles ne sont pas respectées par souci de représentation.

On modélise ici la croissance unidimensionnelle, en régime quasi stationnaire, de la couche de glace horizontale qui se forme lentement à la surface de la mer immobile, assimilée à de l'eau pure.

On suppose que l'eau de mer est en permanence à la température de congélation T_f, l'air au-dessus de la mer est à pression constante $P_a = 1\,\text{bar}$ et à température constante $\theta_c = 293\,\text{K}$. On choisira un axe (Ox) horizontal, dont l'origine coïncide avec *Aokiji*, c'est-à-dire la machine frigorifique de puissance $\mathscr{P}'$ (puissance enlevée à la source froide qui est la glace) (**figure 4**).

La couche de glace est modélisée par un parallélépipède de section carrée, de surface droite S et de longueur D ; le système infinitésimal étudié est donc un parallélépipède à base carré de côté $\sqrt{S}$ compris entre x et $x + dx$.
On néglige les échanges thermiques entre la masse m (partie de la mer " refroidie (ou gelée) ") et le reste de la mer.

On néglige les échanges avec l'atmosphère.

Q51. On assimile le régime à un régime stationnaire. En appliquant le premier principe à un système infinitésimal de glace, écrire l'équation différentielle à laquelle obéit le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_Q = j_Q \vec{u}_x$ en notant σ la puissance thermique créée par unité de volume.

Q52. Vérifier que, dans notre modélisation, le vecteur densité de courant thermique est à flux conservatif.

Q53. Montrer que la vitesse de formation du front de glace v_o est constante et l'exprimer en fonction des données de l'énoncé.
Sachant que *Aokiji* est capable de créer un pont de longueur $D = 50\,\text{km}$, pour une section $S = 10\,\text{cm}^2$, en une durée $\delta t = 10\,\text{min}$, exprimer $\mathscr{P}'$ en fonction des données et calculer v_o.

On considère les échanges thermiques avec l'atmosphère, en régime stationnaire.
Le transfert thermique δQ à l'interface glace/air, reçu par la glace pour une surface dS, pendant une durée élémentaire dt, est donné par la relation de Newton $\delta Q = -h\left(T\left(x,t\right) - \theta_c\right) dSdt$.

Q54. Déterminer l'unité du coefficient h.
Pour les transferts de conducto-convection entre l'air et la glace, on supposera que le coefficient h de la loi de Newton vaut 42 USI.

Q55. En appliquant le premier principe au système infinitésimal, en régime stationnaire, établir la nouvelle équation liant le vecteur densité volumique de courant à la température $T(x)$. En déduire que la nouvelle vitesse du front de glace v' peut s'écrire comme la différence de deux termes : $v' = v_o - v_a$ avec v_a vitesse qui prend en compte le caractère non calorifugé de la surface de contact glace-atmosphère. Exprimer v_a en fonction des données de l'énoncé en supposant que la situation est peu modifiée par rapport à celle où on ne tient pas compte de la loi de Newton.

Q56. Calculer l'augmentation relative de la puissance nécessaire.

Grâce au givro-fruit, Aokiji peut développer une puissance incroyable (quasiment une demi-centrale nucléaire !), lui permettant notamment de se déplacer sur la mer en la congelant…