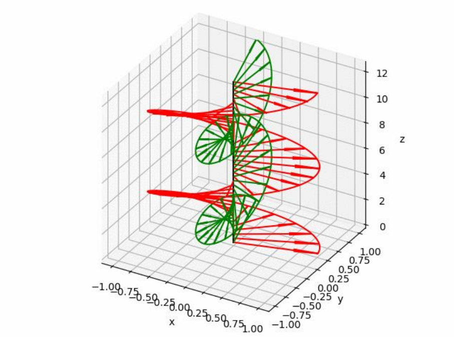
CHAPITRE OND.1 : PROPAGATION D'ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE



Plan du cours

Au programme

Extrait du programme officiel : partie 4 : Electromagnétisme

La partie « **Propagation et rayonnement** » est l'occasion d'illustrer l'efficacité du formalisme local des équations de Maxwell en insistant sur les aspects qualitatifs et sur la variété des applications qui en découlent.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
	4.5. Propagation et rayonnement
Onde plane dans l'espace vide de charge et de courant ; onde plane progressive et aspects énergétiques.	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension. Décrire la structure d'une onde plane et d'une onde plane progressive dans l'espace vide de charge et de courant.
Onde plane progressive monochromatique. Relation de dispersion.	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique. Déterminer la relation de dispersion. Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications. Exprimer le vecteur de Poynting et l'énergie électromagnétique volumique associés à une onde plane progressive monochromatique. Effectuer une étude énergétique dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement ou circulairement.	Reconnaître une onde polarisée rectilignement ou circulairement. **Utiliser des polariseurs et étudier quantitativement la loi de Malus.**

L'objectif de ce chapitre est de comprendre les principaux aspects liés à la propagation des ondes électromagnétiques (OEM) dans un domaine dépourvu de charges et de courant, d'où l'appellation d'ondes électromagnétiques dans le vide, l'air pouvant de plus être assimilé au vide électromagnétique avec une très bonne approximation (par exemple, étude de la propagation des ondes électromagnétiques (dont la lumière) émises par le soleil à travers l'espace, et qui arrivent (notamment) sur Terre). On ne se préoccupera pas dans ce chapitre de la source des champs électromagnétiques, mais seulement de ce qu'ils deviennent une fois émis

Ce chapitre nous permettra ainsi d'étudier les caractéristiques des ondes électromagnétiques, les aspects énergétiques associés mais aussi la notion de polarisation d'une onde électromagnétique. Certaines de ces notions permettront par ailleurs de faire le lien entre l'électromagnétisme et l'optique.

I) PROPAGATION DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE (EN L'ABSENCE DE TOUTE CHARGE OU COURANT)

A) Rappels

Nous avons démontré à l'aide des équations de Maxwell les équations de propagation des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans les milieux vides de toute charge et de tout courant.

Onde électromagnétique dans le vide

Ensemble de deux champs $(\vec{E}, \vec{B})$ se propageant simultanément dans l'espace, potentiellement **dans le vide** (contrairement aux ondes mécaniques ou sonores), tous deux solutions de l'**équation (vectorielle) de d'Alembert :**

$$\vec{\Delta}\vec{a} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \qquad \text{et} \qquad \vec{\Delta}\vec{B} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Célérité de l'onde électromagnétique dans le vide :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3,00.10^8\ m.s^{-1}$$

On pourra aussi retenir : $\varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1$

L'équation de d'Alembert est une équation dite aux dérivées partielles qui se retrouve dans une grande variété de phénomènes ondulatoires. Ainsi, pour la propagation d'une onde mécanique sur une corde de masse linéique μ et de tension F_0, on obtient :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{avec} \qquad c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}$$

y étant le déplacement transversal, supposé faible.

L'équation satisfaite par les champs vectoriels électromagnétiques est formellement la même ; nous pouvons alors écrire une équation scalaire de même type pour chacune des composantes E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z des champs vectoriels $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

Toutes les composantes des champs $(\vec{E}, \vec{B})$ se propagent à la même vitesse c dans le vide.

Remarques :

- L'équation de propagation est une équation différentielle du deuxième ordre : sa résolution générale donne une famille de solutions, la solution physique réelle étant déterminée grâce aux conditions initiales et aux conditions aux limites.
- L'équation de d'Alembert ne nous sera utile que dans les cas de propagation, donc avec dépendance en temps, mais tous les champs statiques calculés dans les chapitres précédents en sont solution également tant que l'on est à l'extérieur de la distribution de charge ou de courant. Dans le cadre de l'étude des ondes, nous écarterons en revanche toutes les solutions constantes qui ne peuvent décrire le comportement d'une onde.

Généralisation aux milieux matériels

L'équation de d'Alembert peut se généraliser en première approche aux milieux transparents, à condition de remplacer la célérité dans le vide c par la célérité c/n dans le milieu, où $\boldsymbol{n}$ **est l'indice optique du milieu**. En réalité, même les milieux transparents sont partiellement absorbants : décrire de manière précise cette absorption n'est pas possible avec l'équation de d'Alembert et nécessite une modélisation plus fine du comportement du milieu. Par ailleurs, la présence d'un champ électromagnétique engendre un courant électrique dans un milieu conducteur : l'équation de d'Alembert n'est alors plus du tout applicable ; nous étudierons ces différentes situations dans les chapitres suivants.

B) Ondes électromagnétiques planes progressives (OemPP)

1) Caractéristiques d'une onde électromagnétique plane (OemP)

a) Rappels et compléments

■ Onde électromagnétique plane (OemP)

Une onde électromagnétique est dite **plane** si à tout instant t donné, le champ $\left(\vec{E}, \vec{B}\right)$ est le même en tout point perpendiculaire à une direction de propagation $\vec{u}$; l'amplitude et la direction de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont constantes dans tout plan perpendiculaire à la direction de propagation.

Les champs d'une onde plane ne **dépendent** que du temps et d'**une unique variable d'espace** en coordonnées cartésiennes correspondant à la coordonnée le long de la direction de propagation.

L'onde plane est une **onde à une dimension cartésienne**.

Exemple : onde plane se propageant dans la direction $\overrightarrow{u_x}$. Le champ est le même dans l'ensemble du plan d'onde ; les différentes composantes de $\left(\vec{E}, \vec{B}\right)$ ne dépendent donc que de l'abscisse x de ce plan mais ni de y ni de z :

Les **surfaces d'onde** sont alors des **plans d'équations** '$x = cte$'.

Chaque composante de l'un des champs vérifie l'équation : $\Delta f - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$

Simplification de l'équation de d'Alembert pour une onde plane :

On retrouve l'équation de d'Alembert de la propagation d'une onde sur une corde, justifiant des analogies.

Pour simplifier les écritures, on suppose dans toute la suite de ce paragraphe que le champ électrique garde une direction constante $\vec{e}_p$ tout au long de la propagation (polarisation rectiligne).

b) Forme générale des solutions

Rappel : Une onde plane est dite **progressive (OPP)** si elle se propage dans un sens bien déterminé, sans étalement ni déformation.

Une **onde progressive plane** (monodimensionnelle) de célérité c se propageant sur un axe $(O, \overrightarrow{u_x})$ dans un milieu non absorbant et non dispersif est de la forme :
Dans le sens des x croissants : $\vec{E}(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)\overrightarrow{e_P} = F(x - ct)\overrightarrow{e_P}$
Dans le sens des x décroissants : $\vec{E}(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)\overrightarrow{e_P} = G(x + ct)\overrightarrow{e_P}$

Où, f, g, F et G sont des fonctions quelconques d'une seule variable.

Remarque ***:*** $\overrightarrow{e_P}$ est un vecteur unitaire qui renseigne sur la polarisation de l'onde, c'est-à-dire la direction du champ électrique (cf. plus loin) ... à ne pas confondre avec la direction de propagation**. Même si ce n'est pas toujours le cas, on le suppose pour le moment constant.**

2) Structure des ondes planes progressives électromagnétiques (OemPP)

On se place par la suite dans le cadre des **ondes planes progressives dans le sens des x croissants**, solutions **non statiques** de l'équation de propagation ; alors :

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}\left(t - \frac{x}{c}\right) \quad \text{et} \quad \vec{B}(x,t) = \vec{B}\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Les solutions $\vec{E}\left(t-\frac{x}{c}\right)$ et $\vec{B}\left(t-\frac{x}{c}\right)$ acceptables vérifient nécessairement les équations de Maxwell.

(MG) dans le vide : $\mathbf{div}(\vec{\boldsymbol{E}}) = \mathbf{0} \Rightarrow$ | $\Rightarrow$

$\vec{E}(x,t) = \vec{E}\left(t - \frac{x}{c}\right)$ | $\Rightarrow E_x$ indépendante de x.

Une composante du champ d'une onde ne pouvant être constante, il faut donc

De même pour le champ magnétique : **(MΦ)** dans le vide : $\mathbf{div}(\vec{\boldsymbol{B}}) = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{B_x} = \mathbf{0}$.

Les champs $\vec{\boldsymbol{E}}$ **et** $\vec{\boldsymbol{B}}$ d'une **OPP électromagnétique dans le vide** sont **perpendiculaires à la direction de propagation.**

On dit qu'ils sont **transversaux** et que l'onde est **transverse ou transversale.**

(MF) : $\overrightarrow{\mathbf{rot}}\,(\vec{\boldsymbol{E}}) = -\dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial \boldsymbol{t}} \Rightarrow \left|\begin{array}{ll} \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z} = -\dfrac{\partial B_x}{\partial t} & (1) \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_y}{\partial t} & (2) \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} & (3) \end{array}\right.$

$$\underbrace{\Rightarrow}_{\substack{\vec{E} \text{ et } \vec{B} \text{ ne dépendent que de } x \\ \text{et sont transverses : } E_x=0 \text{ et } B_x=0}} \left|\begin{array}{ll} 0 - 0 = 0 & (1) \\ 0 - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_y}{\partial t} & (2) \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} - 0 = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} & (3) \end{array}\right.$$

Equation (2) : $\frac{\partial E_z}{\partial x}\left(t-\frac{x}{c}\right) = \frac{\partial B_y}{\partial t}\left(t-\frac{x}{c}\right)$; en introduisant la variable $u = t - \frac{x}{c}$,

$$\frac{\partial E_z}{\partial x}\left(t-\frac{x}{c}\right) = \frac{\partial E_z(u)}{\partial x} = \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}\frac{dE_z}{du} = -\frac{1}{c}\frac{dE_z}{du} \quad \text{et} \quad \frac{\partial B_y}{\partial t}\left(t-\frac{x}{c}\right) = \frac{\partial B_y(u)}{\partial t} = \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t}\frac{\mathrm{d}B_y}{\mathrm{du}} = \frac{\mathrm{d}B_y}{\mathrm{du}}$$

Soit dans (2) : $-\frac{1}{c}\frac{dE_z}{du} = \frac{dB_y}{du}$

En intégrant par rapport à la variable u et en choisissant des constantes d'intégration nulles, qui sans cela donneraient des champs ne correspondant pas à des ondes, on obtient :

$$-\frac{1}{c}E_z = B_y + K \quad \text{soit} \quad E_z = -cB_y$$

De même, avec l'**équation (3),** on obtient $\frac{\partial E_y}{\partial x}\left(t-\frac{x}{c}\right) = -\frac{\partial B_z}{\partial t}\left(t-\frac{x}{c}\right)$ et on introduit la variable $u = t - \frac{x}{c}$

D'où $\frac{1}{c}\frac{dE_y}{du} = \frac{dB_z}{du}$ soit $E_y = +cB_z$

Finalement : $\vec{E} = \left|\begin{array}{l} 0 \\ E_y\left(t-\frac{x}{c}\right) \\ E_z\left(t-\frac{x}{c}\right) \end{array}\right.$ et $\vec{B} = \left|\begin{array}{l} 0 \\ -\frac{1}{c}E_z\left(t-\frac{x}{c}\right) \\ \frac{1}{c}E_y\left(t-\frac{x}{c}\right) \end{array}\right.$

On a donc $\vec{E}\cdot\vec{B} = 0 - \frac{1}{c}E_y\left(t-\frac{x}{c}\right)E_z\left(t-\frac{x}{c}\right) + \frac{1}{c}E_y\left(t-\frac{x}{c}\right)E_z\left(t-\frac{x}{c}\right) = 0$

Les champs $\vec{E}$ **et** $\vec{B}$ **sont orthogonaux** entre eux, en tout point et à tout instant.

D'autre part, $\|\vec{E}\|^2 = E_y{}^2 + E_z{}^2$ et $\|\vec{B}\|^2 = \frac{1}{c^2}E_z{}^2 + \frac{1}{c^2}E_y{}^2$

$$\|\vec{E}\| = c\,\|\vec{B}\|$$

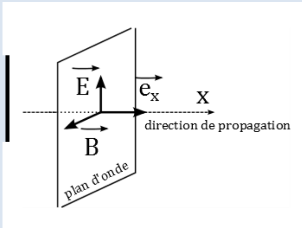
$(\vec{E}, \vec{B}, \vec{e}_x)$ est un trièdre rectangle, on peut vérifier qu'il est direct :

$$\vec{E} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} 0 \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ B_y \\ B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ +cB_z \\ -cB_y \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ B_y \\ B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c\,(B_y^2 + B_z^2) \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = cB^2\vec{e}_x$$

Le trièdre $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{e}_x)$ est donc **direct, avec** $\|\vec{E}\| = c\,\|\vec{B}\|$

■ Relation de structure de l'onde plane progressive électromagnétique (OemPP) dans le vide

Pour une onde plane de direction de propagation $x'x$, de vecteur unitaire $\vec{e}_x = \vec{e}_{propag} = \vec{u}_k$, la **relation de structure** liant les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ est :



$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{e}_{propag} \wedge \vec{E}}{c}} \quad \textbf{ou} \quad \boxed{\vec{E} = \vec{B} \wedge c\,\vec{e}_{propag}}$$

Cette relation implique que

- Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont **transversaux** (orthogonaux à la direction de propagation), **l'onde électromagnétique** est **transversale.**
- Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont **orthogonaux entre eux** et **en phase** l'un avec l'autre.
- **Le trièdre** $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{e}_{propag})$ **est direct.**
- $\|\vec{E}\| = c\,\|\vec{B}\|$

■ **Remarques**

- Cette démonstration longue et technique se fait de manière simple à l'aide de l'outil complexe (cf. suite).
- Cette relation met en évidence le couplage entre les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ qui ne peuvent se propager l'un sans l'autre : il n'existe pas d'onde « électrique » ni d'onde « magnétique », mais seulement des ondes électromagnétiques.
- Ces propriétés sont vérifiées par toute OemPP, mais faux pour les sommes d'OemPP se propageant en sens différents, et en particulier pour les ondes stationnaires.

C) Onde électromagnétique plane progressive harmonique

1) Présentation et caractéristiques des OemPPH

a) Définition d'une OemPPH

■ Onde électromagnétique plane progressive harmonique (OemPPH)

L'onde électromagnétique plane et progressive sera dite harmonique ou monochromatique (OemPPH ou OemPPM) ou sinusoïdale si chacune des composantes des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont **sinusoïdales**, avec une double périodicité spatiale et temporelle, de **période temporelle T** et de **longueur d'onde λ**, de la forme :

$$f(x,t) = f_m \cos(\omega t \pm kx + \varphi)$$

Pour une OEMPPH se propageant dans la direction $+\vec{u}$ avec $\vec{k} = k\vec{u}$ le vecteur d'onde et ω la pulsation, le champ électrique $\vec{E}$ peut s'écrire sous les formes réelle et complexe suivantes :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - k\vec{u}.\vec{r})} = \begin{vmatrix} E_{0x}e^{j\varphi_x} \\ E_{0y}e^{j\varphi_y} \\ E_{0z}e^{j\varphi_z} \end{vmatrix} e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \qquad \vec{E} = \Re(\underline{\vec{E}}) = \begin{vmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_x) \\ E_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_y) \\ E_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_z) \end{vmatrix}$$

b) Intérêt des OemPPH

La théorie de Fourier permet de montrer que le champ d'une onde quelconque est toujours décomposable en une somme de champs d'OEMPPH de différentes fréquences (constituant le spectre temporel de cette onde) et de différentes directions et vecteurs d'onde (constituant ce que l'on généralise comme le spectre spatial de l'onde). On pourra écrire le champ total sous la forme symbolique suivante (la sommation étant en réalité généralement continue) :

$$\underline{\vec{E}} = \sum_{\vec{u}} \sum_{\omega} \underline{\vec{E}}_{\vec{u},\omega} = \sum_{\vec{u}} \sum_{\omega} \underline{\vec{E}}_{0,\vec{u},\omega} e^{j(\omega t - k\vec{u}.\vec{r})}$$

Les équations de Maxwell dans le vide étant linéaires, nous allons étudier principalement le comportement et les caractéristiques des OEMPPH.

2) Représentation complexe des équations de Maxwell pour les OemPPH

- **Exemple introductif**

En écrivant le champ complexe sous la forme $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} = E_0 e^{j\left(\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z)\right)} \vec{e}_p$

Calcul des différentes dérivées :

Dérivées temporelles :

Dérivées spatiales : ou

plus généralement $\overrightarrow{\mathbf{grad}} = \vec{\nabla} \quad \leftrightarrow \quad -i\vec{k}$

Expression de la divergence :

$$\frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial x^2} = -k_x^2 \underline{\vec{E}}$$

Attention ! Deux conventions différentes sont possibles pour l'écriture complexe du champ !

En écrivant le champ complexe sous la forme $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = E_0 e^{j\left((k_x x + k_y y + k_z z) - \omega t\right)} \vec{e}_p$

Dérivées spatiales : $\frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial x} = ik_x \underline{\vec{E}}$ ou plus généralement $\overrightarrow{\mathbf{grad}} = \vec{\nabla} \quad \leftrightarrow \quad +i\vec{k}$

Dérivées temporelles : $\frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} = -i\omega \underline{\vec{E}}$

- **Propriétés usuelles associées à la notation complexe $\underline{f}(M,t) = f_m \exp\left(i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi)\right)$**

- la dérivation par rapport à t est une multiplication par $i\omega$ $\quad \frac{\partial}{\partial t} = (\times\, i\omega)$
- la dérivation par rapport à x est une multiplication par $-ik_x$ $\quad \frac{\partial}{\partial x} = (\times\,(-ik_x))$

- **En généralisant, en coordonnées cartésiennes,** $\overrightarrow{\mathbf{grad}} = \vec{\nabla} \quad \leftrightarrow \quad -i\vec{k}$
- Pour tout champ vectoriel, les opérateurs différentiels peuvent s'écrire simplement :

$$\mathbf{div}(\underline{\vec{E}}) = \vec{\nabla}.\underline{\vec{E}} \quad \leftrightarrow \quad -i\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{rot}}(\underline{\vec{E}}) = \vec{\nabla}\wedge\underline{\vec{E}} \quad \leftrightarrow \quad -i\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}}$$

$$\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} = \vec{\nabla}\left(\mathbf{div}(\underline{\vec{E}})\right) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\underline{\vec{E}}) \quad \leftrightarrow \quad -k^2\underline{\vec{E}}$$

■ **Propriétés usuelles associées à la notation complexe $f(M,t) = f_m\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi)$**

- la dérivation par rapport à t est une multiplication par $-i\omega$ $\quad \frac{\partial}{\partial t} = (\times -i\omega)$
- la dérivation par rapport à x est une multiplication par ik_x $\quad \frac{\partial}{\partial x} = (\times (ik_x))$
- **En généralisant, en coordonnées cartésiennes,** $\overrightarrow{\mathbf{grad}} = \vec{\nabla} = i\vec{k}$
- Pour tout champ vectoriel, les opérateurs différentiels peuvent s'écrire simplement :

$$\mathbf{div}(\underline{\vec{E}}) = \vec{\nabla}.\underline{\vec{E}} \quad \leftrightarrow \quad i\vec{k}\cdot\underline{\vec{E}}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{rot}}(\underline{\vec{E}}) = \vec{\nabla}\wedge\underline{\vec{E}} \quad \leftrightarrow \quad i\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}}$$

$$\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} = \vec{\nabla}\left(\mathbf{div}(\underline{\vec{E}})\right) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\underline{\vec{E}}) \quad \leftrightarrow \quad -k^2\underline{\vec{E}}$$

Il faut **impérativement** conserver la même convention tout au long du calcul.

Quelle que soit la notation complexe retenue, on obtient les équations de Maxwell suivantes pour une propagation dans le vide d'ondes électromagnétiques.

■ **Equations de Maxwell dans le vide en notation complexe**

Maxwell-Gauss : $\vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0$

Maxwell-Faraday : $\vec{k}\wedge\underline{\vec{E}} = \omega\underline{\vec{B}}$

Maxwell-Flux : $\vec{k}.\underline{\vec{B}} = 0$

Maxwell-Ampère : $\vec{k}\wedge\underline{\vec{B}} = -\omega\varepsilon_0\mu_0\underline{\vec{E}} = -\frac{\omega}{c^2}\underline{\vec{E}}$

Remarque : les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Flux en complexe permettent de retrouver très facilement que l'onde électromagnétique est transverse (les deux champs sont orthogonaux à la direction de propagation qui est aussi celle du vecteur d'onde), tandis que les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère donneront accès à la relation de structure.

3) Relation de dispersion

On rappelle les principales grandeurs caractéristiques des OPPH :

Période temporelle : $\boldsymbol{T} = \frac{2\pi}{\omega}$ Période spatiale ou longueur d'onde dans le vide : $\boldsymbol{\lambda} = \frac{2\pi}{k}$

Nous allons retrouver la relation de dispersion liant les grandeurs spatiales et temporelles.

■ **Avec la notation réelle**

Considérons une OemPPH quelconque de champ $\vec{E} = \begin{vmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_x) \\ E_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_y) \\ E_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_z) \end{vmatrix}$

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \Longrightarrow$$

Pou la composante selon x :

$$\Delta\left(E_{0x}\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_x)\right)+\frac{\omega^2}{c^2}E_{0x}\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_x)=0$$

Avec $\Delta\left(E_{0x}\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_x)\right)=\Delta\left(\underbrace{E_{0x}\cos\left(\omega t-(k_x x+k_y y+k_z z)+\varphi_x\right)}_{E_x}\right)=\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}$

Or $\frac{\partial E_x}{\partial x}=k_x E_{0x}\sin\left(\omega t-(k_x x+k_y y+k_z z)+\varphi_x\right)$ et $\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}=k_x^2 E_{0x}\cos\left(\omega t-(k_x x+k_y y+k_z z)+\varphi_x\right)$

De même,

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2}=k_y^2 E_{0x}\cos\left(\omega t-(k_x x+k_y y+k_z z)+\varphi_x\right)\qquad \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}=k_z^2 E_{0x}\cos\left(\omega t-(k_x x+k_y y+k_z z)+\varphi_x\right)$$

soit

$$\left(\underbrace{k_x^2+k_y^2+k_z^2}_{=k^2}\right)E_{0x}\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_x)+\frac{\omega^2}{c^2}E_{0x}\cos(\omega t-\vec{k}\vec{r}+\varphi_x)=0$$

$$\Longrightarrow k^2-\frac{\omega^2}{c^2}=0$$

On obtiendrait les mêmes résultats avec les deux autres composantes.

■ **Relation de dispersion**

Conséquence de l'équation de propagation de D'Alembert :

$$\boldsymbol{k^2=\frac{\omega^2}{c^2}}$$

Soit en choisissant des grandeurs positives :

$$\boldsymbol{\omega=kc}\qquad \text{soit}\quad \boldsymbol{\lambda=cT}\qquad \boldsymbol{v_\varphi=\omega/k=c}$$

(relation vérifiée pour toutes les ondes planes harmoniques, qu'elles soient progressives (OPPH) ou stationnaires).

Remarque : La vitesse de phase étant toujours égale à la célérité de la lumière, et donc indépendante de la pulsation $\boldsymbol{\omega}$, la propagation d'une OemPPH dans le vide est un **phénomène non dispersif**.

■ **Avec la notation complexe : voir application de cours**

4) Spectre des ondes électromagnétiques

Les équations de Maxwell ont permis d'établir l'unité profonde des phénomènes électromagnétiques sur une **très large gamme de longueurs d'onde** (une vingtaine d'ordres de grandeur) dépendant de la fréquence d'oscillations des charges électriques au niveau des émetteurs d'OEM. Selon la plage de valeurs considérées, la nature de l'onde varie, allant des ondes radiofréquences (ondes radio) aux rayonnements gamma en passant par la fenêtre très restreinte du domaine visible. Les limites entre les différents domaines, pas toujours clairement définies, sont d'origines essentiellement historiques, physiologiques ou technologiques.

Il est nécessaire de retenir l'ordre dans lequel apparaissent les différents domaines du spectre électromagnétique.

Le domaine des télécommunications fait largement usage des ondes électromagnétiques. Les choix de bande de fréquences affectée aux diverses applications sont d'une part historiques (un nouveau système ne doit pas perturber un dispositif déjà existant), mais résultent également de critères techniques : en particulier, la longueur d'onde joue un rôle critique dans le fonctionnement des systèmes utilisant des antennes. Notons que l'affectation d'une bande de fréquence à un type d'application est du ressort de la loi (rôle de l'Arcom qui attribue les fréquences dédiées à l'audiovisuel), car elle est considérée comme un partage du domaine public. Par exemple,

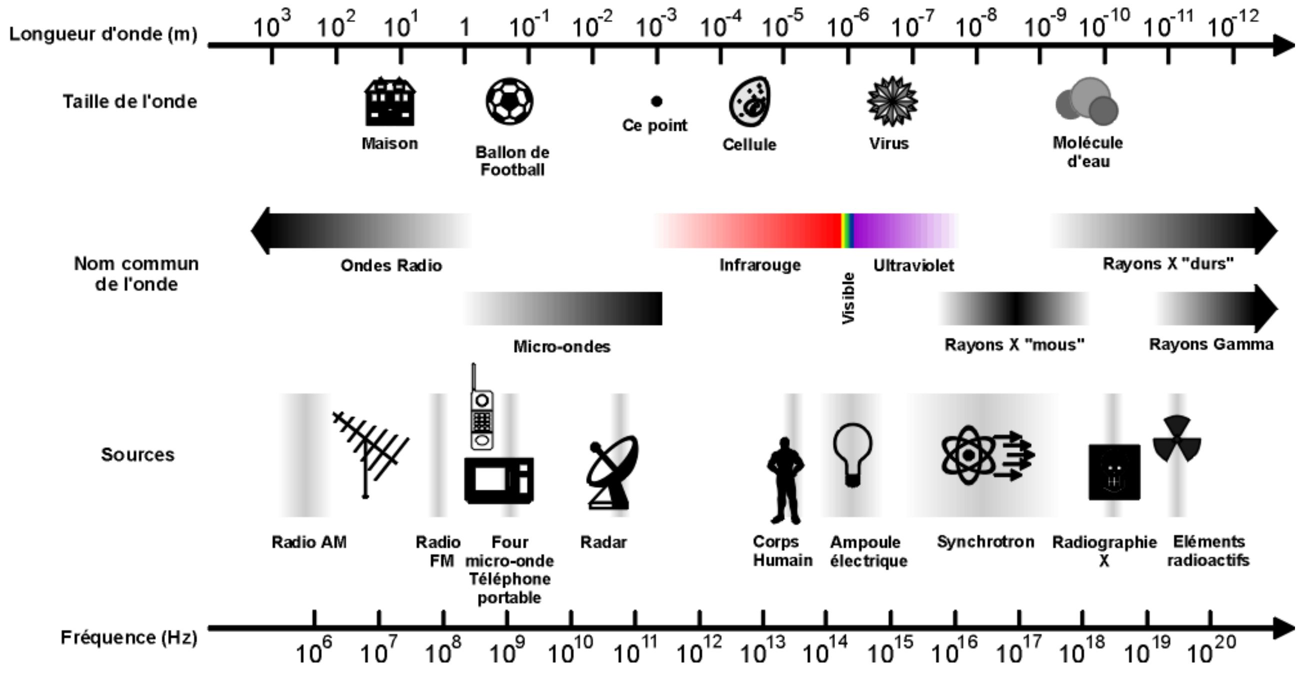
- Le transport des signaux radiophoniques utilise des ondes radio, dont la fréquence porteuse est de l'ordre de la centaine de mégahertz pour la bande FM : la fréquence « 94.0 » de France Culture indique une porteuse de fréquence 94,0 MHz ;
- la TNT exploite un domaine spectral de fréquences supérieures, comprises entre 470 et 790 MHz;
- la téléphonie mobile utilise des ondes de fréquences encore plus élevées, de l'ordre du gigahertz (109 Hz), le réseau 5G utilise par exemple des fréquences allant de 3,46 à 3,80 GHz ;

Radio	Fréquence (Mhz)	Emetteur
FRANCE CULTURE	94,0	ROUEN - GRAND-COURONNE - 76 - Seine-Maritime
RADIO RC2	94,4	ROUEN - CANTELEU - 76 - Seine-Maritime
MOUV'	95,8	ROUEN - CANTELEU - 76 - Seine-Maritime
FRANCE INTER	96,5	ROUEN - GRAND-COURONNE - 76 - Seine-Maritime

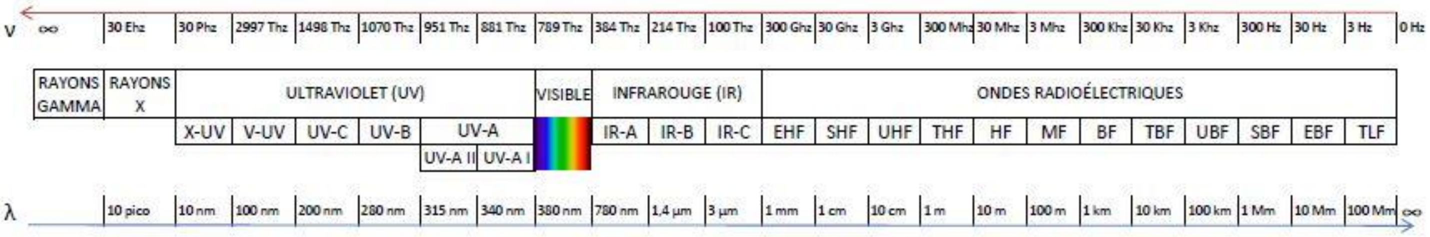
- le réseau WiFi repose lui sur l'utilisation de deux bandes de fréquences, la première autour de 2,4 GHz et la deuxième à un peu plus de 5 GHz.

Les rayons X et rayons γ sont qualifiés de rayonnements ionisants, c'est-à-dire à même d'arracher un électron à un atome. L'emploi de rayons X est l'une des principales techniques d'imagerie médicale, également utilisée pour l'étude de la matière à l'échelle atomique (structure cristalline, etc). Les rayons γ sont produits par la désintégration de noyaux radioactifs. Ils sont également exploités en imagerie médicale et en spectroscopie, mais peuvent provoquer de graves lésions (cancers, altération de l'ADN, etc.)

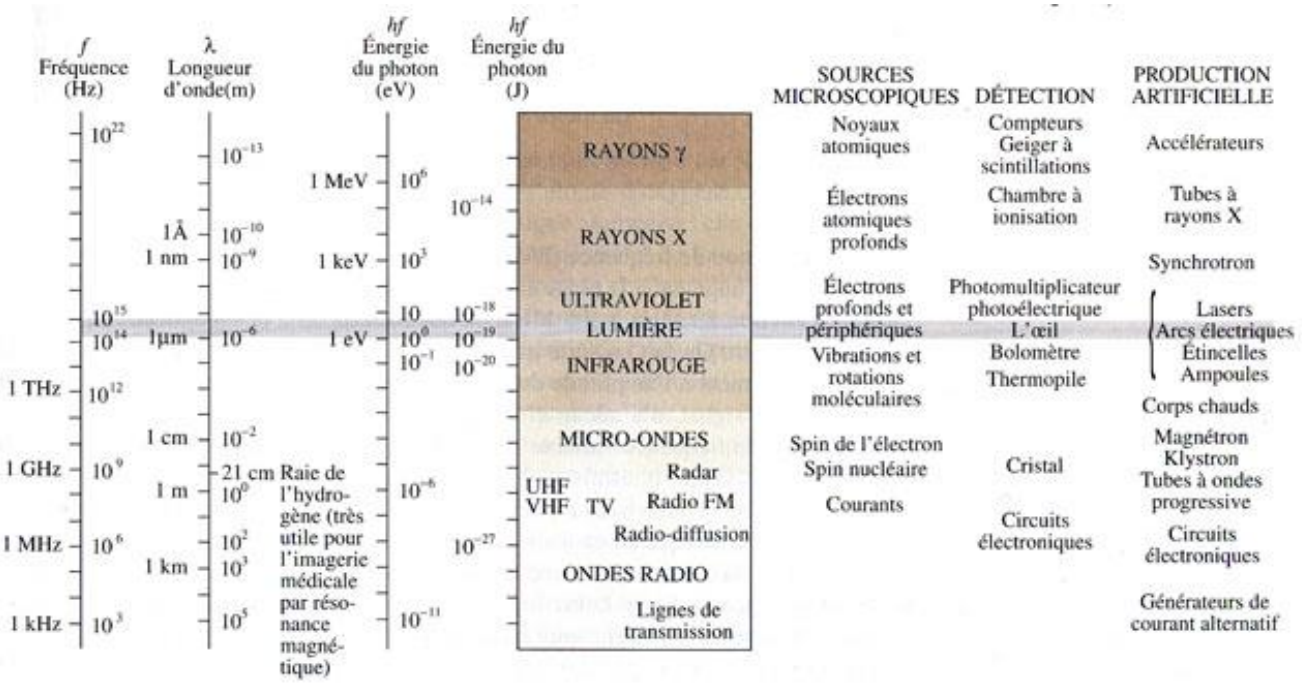
- **Principaux domaines**



→ Un peu plus de détail ci-dessous sur les bandes à l'intérieur de certains domaines et encore plus de détails ici.



■ **Compléments sur les utilisations et les modes de production** *(E. Thibierge et J. Le Berre)*



5) Obtention de la relation de structure à partir des champs complexes

■ **Relation de structure d'une OPP**

$$\vec{B} = \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c}$$

vrai pour toute OPP, mais faux pour les sommes d'OPP se propageant en sens différents

■ **Relation de structure pour une OemPPH**

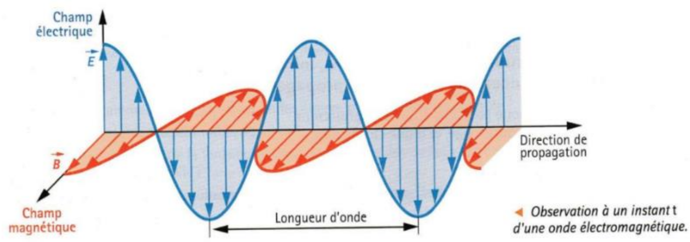
Dans le cas particulier d'une OPPH, cette relation prend la forme

$$\vec{B} \underbrace{=}_{OemPP} \frac{\vec{u}_k \wedge \vec{E}}{c} \underbrace{=}_{OemPPH} \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

$$\vec{E} \underbrace{=}_{OemPP} -c\vec{u_k} \wedge \vec{B} \underbrace{=}_{OemPPH} -\frac{c^2}{\omega}\vec{k} \wedge \vec{B}$$

On retrouve bien :

- Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont transversaux
- $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux entre eux et en phase l'un avec l'autre.
- Le trièdre $\left(\vec{E}, \vec{B}, \vec{e}_{propag}\right)$ est direct.
- $\|\vec{E}\| = c\,\|\vec{B}\|$



Remarque : il est important d'avoir à l'esprit que pour une onde électromagnétique, $B = \frac{E}{c}$. Ce résultat sera très utile pour comparer les deux termes de la force de Lorentz pour une particule soumise au champ électromagnétique d'une onde. En effet, ce rapport s'écrit :

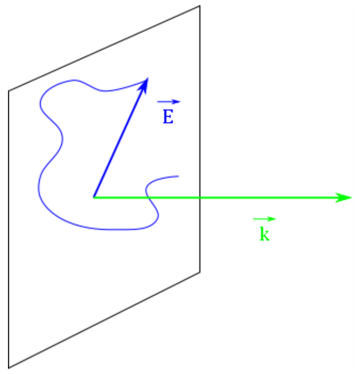
$$\frac{F_{mag}}{F_{él}} \sim \frac{qvB}{qE} \sim \frac{v}{c}$$

Pour des particules non relativistes, dans la force de Lorentz due à un champ électromagnétique qui se propage, la force magnétique est négligeable devant la force électrique.

II) POLARISATION DES ONDES OEMPPH

A) Direction de polarisation d'une OemPPH

1) Définition



Soit une OemPPH électromagnétique, de pulsation ω, se propageant dans le vide dans la direction $\vec{u}_k$, de vecteur d'onde

$$\vec{k} = k\vec{u}_k = \frac{\omega}{c}\vec{u}_k$$

Direction de polarisation d'une OemPPH

Par définition, la **direction de polarisation** de l'onde est **celle du champ électrique.**

Etudier la polarisation de l'onde consiste à suivre en un point donné de l'espace l'évolution de la direction du vecteur champ électrique au cours du temps dans le plan transverse (plan d'onde).

Attention ! Ne pas confondre direction de polarisation et direction de propagation, les deux sont orthogonales.

$\vec{k} = k\vec{u}_k$ donne la direction de propagation

$\vec{E} = E\,\vec{e}_p$: donne la direction de polarisation

La polarisation est reliée aux propriétés quantiques (spins) de photon. Nous nous limiterons par la suite aux cas les plus élémentaires, sans rechercher de lien avec ces propriétés quantiques.

La polarisation de la lumière a de nombreuses applications, du cinéma 3D aux écrans à cristaux liquides (LCD) en passant par la couleur de certains minéraux (olivine), les lunettes pour les marins ou la modulation de l'énergie d'un faisceau de lumière laser femtoseconde infrarouge. L'œil humain est incapable de percevoir la polarisation de la lumière, mais de nombreux animaux - insectes, crustacés, oiseaux, reptiles, etc. – la perçoivent ; c'est une propriété qui ne varie pas avec la luminosité et qui est donc utile à ces animaux pour se repérer et s'orienter[1].

2) Expression générale du champ électrique

En choisissant une direction de propagation $\vec{u}_k = \vec{u}_z$: le champ électrique d'une OemPPH peut s'écrire sous la forme

$$\underline{\vec{E}} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{j\varphi_x}e^{j(\omega t-kz)} \\ E_{0y}e^{j\varphi_y}e^{j(\omega t-kz)} \\ 0 \end{pmatrix} \underbrace{=}_{\substack{par\ un\ choix\ judicieux \\ de\ l'origine\ de\ t}} \begin{pmatrix} E_{0x}e^{j(\omega t-kz)} \\ E_{0y}e^{j\Delta\varphi}e^{j(\omega t-kz)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad \Delta\varphi = (\varphi_y - \varphi_x)$$

Ou encore $\vec{E} = \left| \begin{matrix} E_{0x}\cos(\omega t - kz) \\ E_{0y}\cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \\ 0 \end{matrix} \right. \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \underbrace{E_{0x}\cos(\omega t - kz)}_{E_x}\vec{u}_x + \underbrace{E_{0y}\cos(\omega t - kz + \Delta\varphi)}_{E_y}\vec{u}_y$

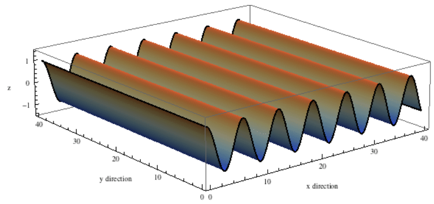
La polarisation de l'onde électromagnétique, donc le comportement de l'extrémité du vecteur $\vec{E}$, dépend des valeurs de E_{0x}, E_{0y} et $\Delta\varphi$.

B) Différents états de polarisation d'une OemPPH

Pour définir la polarisation d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique, on se place toujours dans un plan de côte z_0 donnée.

[1] Dans la nature, la surface de l'eau est l'une des principales sources de lumière polarisée. Or des surfaces artificielles lisses et sombres, telles que les carrosseries métalliques des voitures, les routes asphaltées, les façades d'immeubles en verre, les panneaux photovoltaïques ou les films de plastique utilisés pour les serres agricoles, polarisent fortement la lumière et sont donc confondues avec des surfaces aquatiques (Pour la Science). Cela constitue un piège écologique pour ces animaux.

1) Polarisation rectiligne

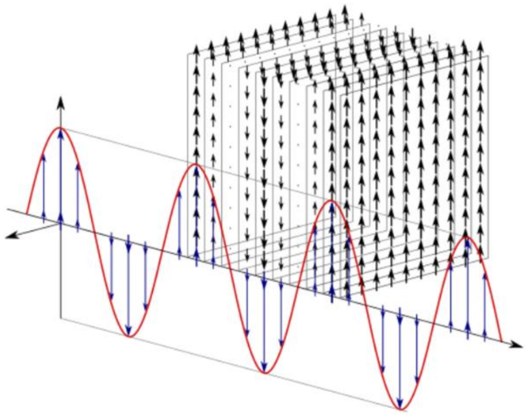


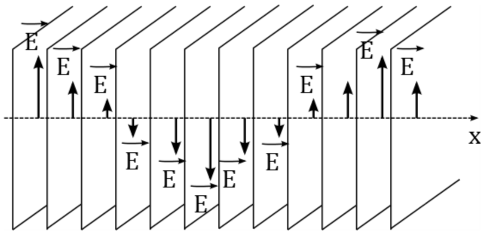
Une onde OEM possède une polarisation rectiligne si **le vecteur champ électrique de l'onde garde au cours du temps une direction constante : $\vec{e}_p = cte$.**

Nous pouvons choisir la direction de l'Oem polarisée colinéaire à l'axe Oy, l'expression de ce champ est alors de la forme :

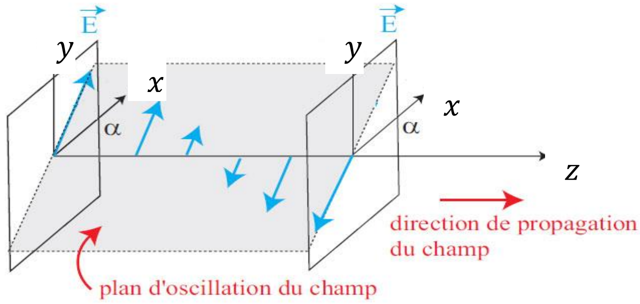
Un observateur « voit » simplement l'extrémité du champ électrique osciller le long de l'axe Oy.

Plan de polarisation de l'onde lumineuse : plan formé par le vecteur d'onde $\vec{k}$ et le champ électrique $\vec{E}$.





Représentation d'une onde polarisée rectilignement ; les flèches représentent le champ électrique $\vec{E}$. La direction de $\vec{E}$ est constante, et la direction et l'amplitude de $\vec{E}$ sont constants dans tout plan perpendiculaire à la direction de propagation



Plus généralement, avec $\vec{E} = \underbrace{E_{0x}\cos(\omega t - kz)}_{E_x}\vec{u}_x + \underbrace{E_{0y}\cos(\omega t - kz + \Delta\varphi)}_{E_y}\vec{u}_y$, dans le cas où $\Delta\varphi = p\pi, p \in \mathbb{Z}$,

$$\vec{E} = \begin{vmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - kz) \\ E_{0y}\cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \\ 0 \end{vmatrix} = \cos(\omega t - kz)\begin{vmatrix} E_{0x} \\ (-1)^p E_{0y} \\ 0 \end{vmatrix} = \cos(\omega t - kz)\begin{vmatrix} E_{0x} \\ \pm E_{0y} \\ 0 \end{vmatrix}$$

L'extrémité du vecteur $\vec{E}$ se déplace le long du vecteur $\begin{vmatrix} E_{0x} \\ \pm E_{0y} \\ 0 \end{vmatrix}$ de manière sinusoïdale : expression générale d'une OemPPH polarisée rectilignement.

On peut faire apparaître l'angle α que forme le vecteur $\vec{E}$ avec l'axe (Ox) ainsi que sa norme E_0 :

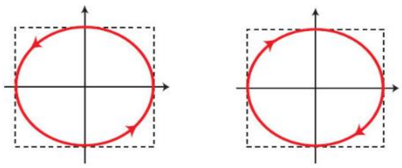
Pour que le champ $\vec{E}$ d'une OemPPH soit **polarisé rectilignement** et donc possède une direction constante au cours du temps, il faut que **ses deux composantes** dans le plan de phase oscillent **en phase ou en opposition de phase,** soit $\boldsymbol{\Delta\varphi = 0}$ **ou** $\boldsymbol{\Delta\varphi = \pi}$**.**

Remarque : en choisissant judicieusement les axes Ox et Oy, il est toujours possible de se ramener à l'expression précédente avec une unique composante.

2) Polarisation circulaire

Une onde électromagnétique possède **une polarisation circulaire** si, en tout point M, le champ électrique $\vec{E}$ possède une **norme constante** ; son extrémité décrit alors un cercle.

On parle de **polarisation circulaire gauche** si le cercle est parcouru dans le **sens trigonométrique** autour du vecteur d'onde $\vec{k}$, soit pour un observateur qui verrait arriver l'onde vers lui, et de **polarisation circulaire droite** pour une rotation dans le **sens horaire**



φ=π/2 circulaire gauche — φ=3π/2 circulaire droite

- **Condition d'obtention d'une polarisation circulaire**

On considère à nouveau l'onde de la forme $\vec{E} = \begin{vmatrix} E_{0x}\cos(\omega t - kz) \\ E_{0y}\cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \\ 0 \end{vmatrix} \underbrace{=}_{\omega t - kz = \Phi} \begin{vmatrix} E_{0x}\cos(\Phi) \\ E_{0y}\cos(\Phi + \Delta\varphi) \\ 0 \end{vmatrix}$.

L'onde est polarisée circulairement si $\|\vec{E}\| = cte$ soit $\frac{\mathrm{d}\|\vec{E}\|^2}{\mathrm{d}t} = 0$, or

$$\frac{\mathrm{d}\|\vec{E}\|^2}{\mathrm{d}t} = 2\vec{E}.\frac{\mathrm{d}\vec{E}}{\mathrm{d}t} = 2\big(E_{0x}\cos(\Phi)\,\vec{u}_x + E_{0y}\cos(\Phi+\Delta\varphi)\,\vec{u}_y\big).\big(-\omega\, E_{0x}\sin(\Phi)\,\vec{u}_x - \omega E_{0y}\sin(\Phi+\Delta\varphi)\,\vec{u}_y\big)$$

$$\frac{\mathrm{d}\|\vec{E}\|^2}{\mathrm{d}t} = -2\omega\big(E_{0x}^2\cos(\Phi)\sin(\Phi) + E_{0y}^2\cos(\Phi+\Delta\varphi)\sin(\Phi+\Delta\varphi)\big) = -\omega\big(E_{0x}^2\sin(2\Phi) + E_{0y}^2\sin(2\Phi + 2\Delta\varphi)\big)$$

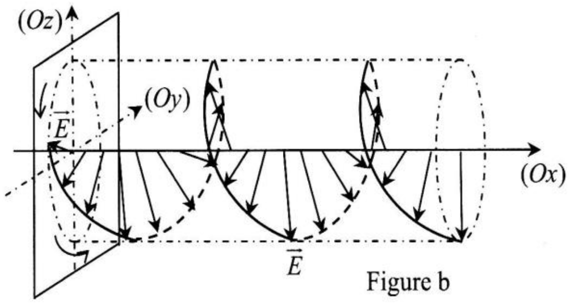
On a $\forall t$ et $\forall z, \frac{\mathrm{d}\|\vec{E}\|^2}{dt} = 0$ ssi $\forall\Phi,\ E_{0y}^2\sin(2\Phi + 2\Delta\varphi) = -E_{0x}^2\sin(2\Phi)$ soit ssi

- les deux sinus ont la même amplitude : $E_{0x}^2 = E_{0y}^2$
- et les sinus sont en opposition de phase, soit $2\Delta\varphi = \pi\ [2\pi] = (2m+1)\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$, ou encore $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\ [\pi]$ $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + m\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$.

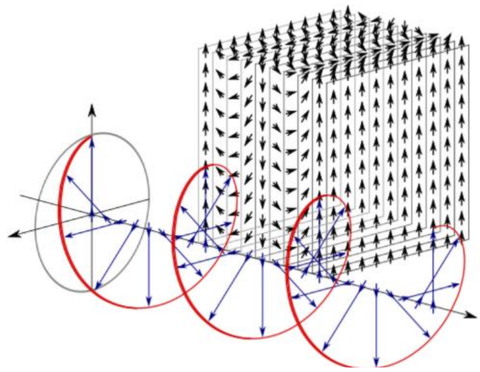
L'onde électromagnétique est **polarisée circulairement** ssi

- Les deux composantes du champ électrique dans le plan d'onde ont **même amplitude**
- Ces deux composantes sont en **quadrature de phase, avec** $\boldsymbol{\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}[\pi]}$

Pour une polarisation circulaire à un instant t donné, le champ électrique s'enroule comme une hélice autour de l'axe de propagation de l'onde.



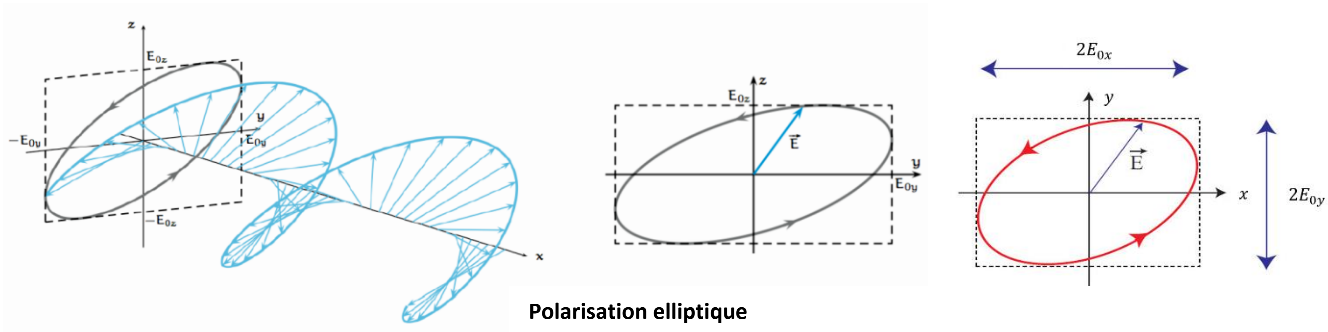
Polarisation circulaire gauche se propageant selon $+Ox$



Polarisation circulaire

3) Complément : polarisation elliptique

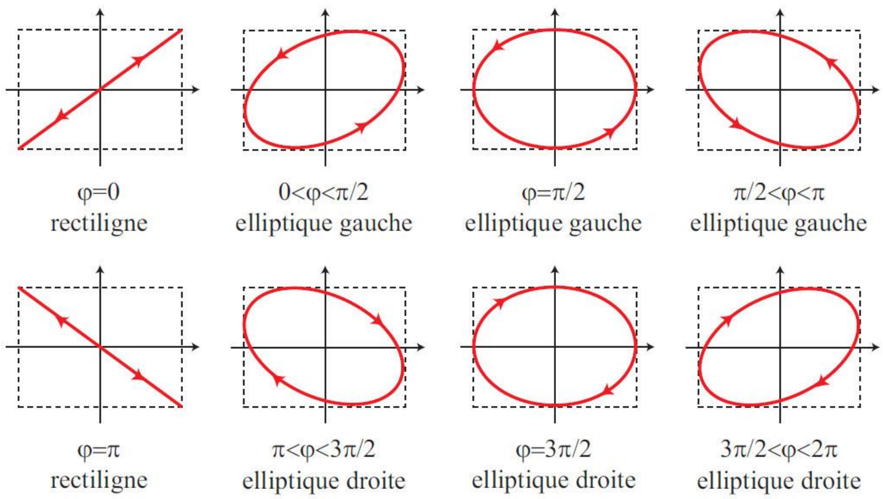
Plus généralement, si le champ électrique évolue dans le plan Oyz avec un déphasage $\varphi = \varphi_z - \varphi_y$ donné entre ses deux composantes, son extrémité décrira aussi une trajectoire très simple dans le plan d'observation : une ellipse. On parle alors de polarisation elliptique. Dans le cas particulier où les deux composantes du champ ont même amplitude, la polarisation est dite circulaire.



Polarisation elliptique

- Animation Java : Différents états de polarisation (polarisation rectiligne, circulaire, elliptique) ; en rouge $\vec{E}$ et en bleu $\vec{B}$) : http://www.f-legrand.fr/scidoc/simul/elecmag/ondeEM.html
- cf. animation : On peut visualiser facilement le champ électromagnétique en un point en choisissant $N = 2$.

  Polarisation rectiligne : choisir Ey/Ex quelconque et un déphasage nul.
  Polarisation circulaire : choisir $Ey/Ex = 1$ et un déphasage de 90°.
  Polarisation elliptique : choisir par exemple $Ey/Ex = 1$ et un déphasage quelconque.



4) Utilisation de la notation complexe

La notation complexe est efficace pour décrire la polarisation. On considère à nouveau l'onde de la forme :

$$\vec{E} = \left| \begin{array}{c} E_{0x}\cos(\omega t - kz) \\ E_{0y}\cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \\ 0 \end{array} \right. \quad \leftrightarrow \quad \underline{\vec{E}} = \left| \begin{array}{c} E_{0x}e^{i(\omega t - kz)} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - kz + \Delta\varphi)} \\ 0 \end{array} \right. = e^{i(\omega t - kz)} \left| \begin{array}{c} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\Delta\varphi} \\ 0 \end{array} \right. = e^{i(\omega t - kz)}\underline{\vec{E}_0} \text{ avec } \underline{\vec{E}_0} = \left| \begin{array}{c} E_{0x} \\ E_{0y}e^{i\Delta\varphi} \\ 0 \end{array} \right.$$

Dès lors, on peut décrire les états de polarisation facilement :

- **Polarisation elliptique** : pas de forme particulière si ce n'est que $\Delta\varphi$ est nécessairement non nul.
- **Polarisation rectiligne** formant un angle α avec l'axe (Ox) : $\underline{\vec{E}_0} = \left| \begin{array}{c} E_{0x} \\ E_{0y} \\ 0 \end{array} \right. = E_0 \left| \begin{array}{c} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{array} \right.$
- **Polarisation circulaire** : $E_{0x} = E_{0y}$ et $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ soit $\underline{\vec{E}_0} = E_0 \left| \begin{array}{c} 1 \\ \pm i \\ 0 \end{array} \right.$ avec

  polarisation circulaire droite : $\underline{\vec{E}_0} = E_0 \left| \begin{array}{c} 1 \\ +i \\ 0 \end{array} \right.$ et polarisation circulaire gauche : $\underline{\vec{E}_0} = E_0 \left| \begin{array}{c} 1 \\ -i \\ 0 \end{array} \right.$

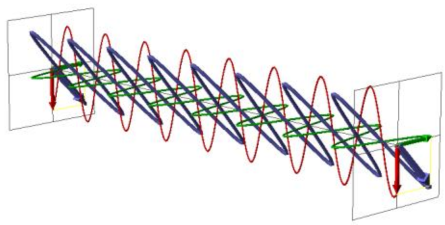
C) Cas de la lumière naturelle

1) Une Oem non polarisée

Pour la plupart des sources lumineuses classiques (soleil, source thermique telle que le filament d'une ampoule à incandescence, lampe spectrale, diode électroluminescente, etc.), la lumière émise correspond à une onde électromagnétique produite par de la matière à laquelle on apporte de l'énergie, que ce soit sous forme thermique (rayonnement du corps noir), électrique, etc.

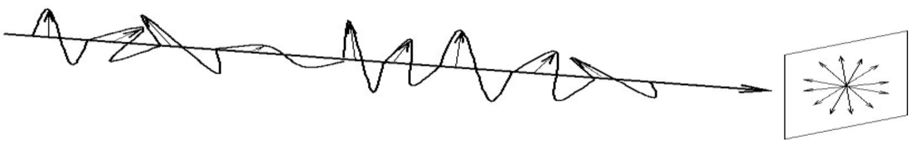
Ce sont les atomes constituant la matière qui absorbent cette énergie et la réémettent sous forme d'Oem, selon des processus différents selon l'origine de l'énergie. Chaque Oem émise par les atomes est une OemPPH polarisée elliptiquement, mais de **durée limitée** (en moyenne 10^{-8} s) et émise de manière **aléatoire** : c'est ce qu'on appelle un **train d'onde.**

Il en résulte qu'un faisceau de lumière « naturelle » correspond à une superposition d'un grand nombre de trains d'onde de durée très courte et émis constamment de manière aléatoire, se combinant pour former une seule onde **polarisée** mais pendant une durée d'environ 10^{-8} s. De nouveaux trains d'ondes étant constamment émis par les constituants de la source, la polarisation globale change de façon complètement aléatoire au cours du temps.



L'extrémité du champ électrique résultant décrit dans le plan d'observation (perpendiculaire à la direction de propagation) une direction parfaitement aléatoire au cours du temps, impossible à caractériser simplement : nous dirons alors que **la lumière naturelle est non polarisée.**

■ Onde Oem non polarisée
si la direction de polarisation fluctue rapidement et aléatoirement.



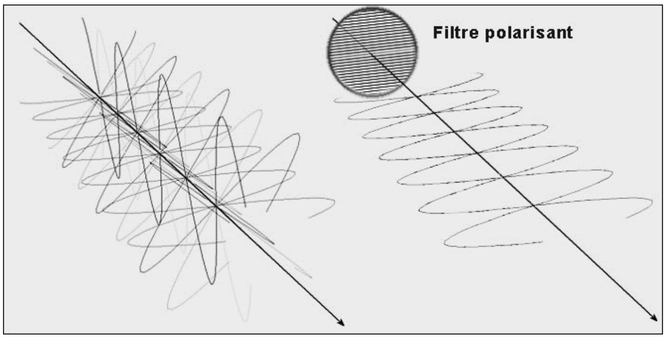
La lumière naturelle est polarisée aléatoirement : on dit qu'elle est non polarisée.

A titre de contre-exemple, la lumière émise par un LASER peut dans certains cas être polarisée.

Cependant, lorsque la lumière naturelle entre en interaction avec la matière, il est possible que la matière ne restitue que certaines directions de polarisation et l'onde réémise est alors partiellement (ou complètement) polarisée. Par exemple :

- Polarisation par un polariseur : il s'agit d'un verre anisotrope ne laissant passer le champ que dans une seule direction.

- Polarisation par réflexion : lorsqu'une onde lumineuse arrive sous une incidence particulière, appelée incidence de Brewster (pour laquelle le rayon réfracté et le rayon réfléchi sont orthogonaux), alors, l'onde réfléchie est polarisée rectilignement.
- Polarisation par diffusion : la lumière réémise par des atomes excités par une Oem est partiellement polarisée.

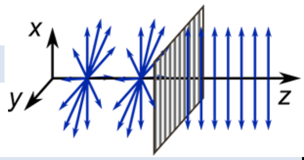


On représente le champ électrique. A gauche : lumière naturelle, non polarisée, à droite : lumière polarisée, direction unique du champ électrique.

2) Obtention de lumière polarisée rectilignement

a) Polariseur

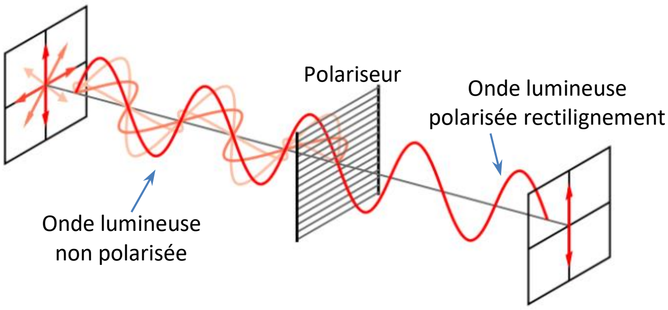
Polariseur : système optique (qu'on considérera plan) possédant deux directions privilégiées. L'une d'entre elles, appelée **axe de transmission**, ou **axe passant du polariseur**, est telle que le polariseur transmet la composante du champ électrique incident parallèle à l'axe de transmission et arrête la composante perpendiculaire.



La lumière sortant d'un polariseur est polarisée rectilignement, parallèlement à la direction de l'axe de transmission, quelle que soit la nature de la lumière incidente.

En outre, si la lumière incidente est polarisée rectilignement selon la direction perpendiculaire à l'axe de transmission, alors aucune lumière ne sort du polariseur.

Effet d'un polariseur : http://www.f-legrand.fr/scidoc/simul/elecmag/ondeEMpolariseur.html



Principe de fonctionnement d'un polariseur. Figure extraite de Wikipédia.

Un polariseur « extrait » la composante polarisée selon son axe passant $\vec{n}$ et bloque la composante orthogonale. Formellement,

Les polariseurs les plus fréquemment utilisés sont faits en matériaux polymères dont les chaînes moléculaires sont étirées dans une direction privilégiée.

■ **Exemples d'application**

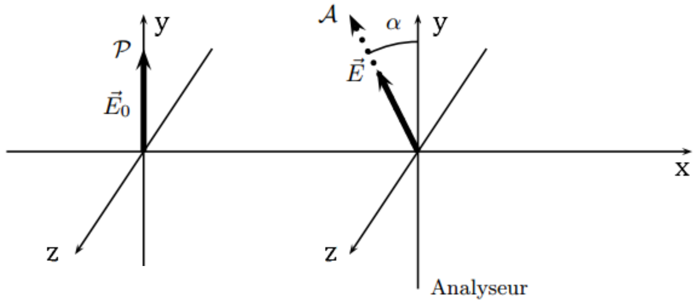
- Lunettes 3D : Pour voir en relief, il faut que les deux yeux reçoivent des images différentes. Deux images différentes sont projetées à l'écran, avec des directions de polarisation perpendiculaires. Devant les yeux, des lunettes avec deux verres polarisés à 90°.

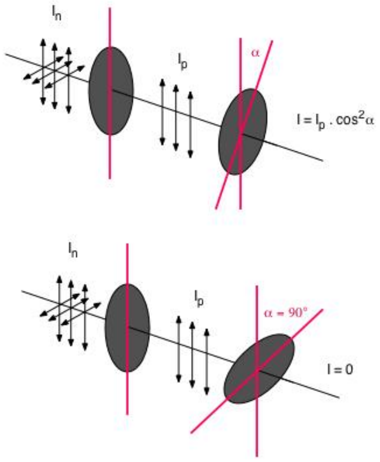
- La lumière qui se réfléchit (eau, neige, vitre..) est polarisée rectilignement, parallèlement à la surface. Application aux verres polarisés pour éviter l'éblouissement par les reflets sur la neige (lunettes de glacier) ou sur l'eau (lunettes de lagon).
- La lumière diffusée (comme le bleu du ciel) est polarisée. On peut utiliser des filtres polarisants pour obtenir des paysages lumineux sur fond de ciel bleu-profond dont en supprimant la composante polarisée.
- La lumière émise par un écran d'ordinateur (écran à cristaux liquides) est polarisée.

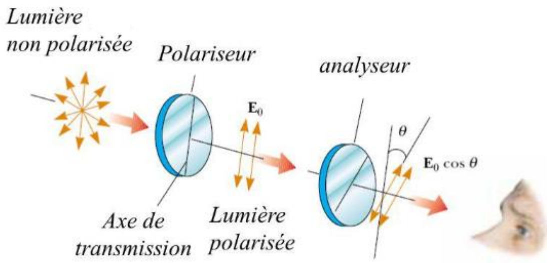
http://www.e-scio.net/ondes/polarisation.php3

b) Analyseur

Soit une onde traversant un polariseur dont l'axe de transmission est y.
On place un second polariseur derrière, généralement appelé **analyseur**, dont la direction de polarisation fait un angle α avec y.







L'amplitude du champ électrique après l'ensemble analyseur polariseur varie selon $\cos(\alpha)$ et l'énergie transportée par l'onde varie selon $\cos^2(\alpha)$.

Loi de Malus :
En sortie de l'analyseur, intensité $\boldsymbol{I = I_0 \cos^2\theta}$

Animation loi de Malus (sous Mozilla Firefox) avec polariseur et analyseur : http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiphy/malus.html

III) ETUDE ENERGETIQUE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE

A) Rappels

■ **Densité volumique d'énergie électromagnétique $u_{em}(M,t)$** associée en un point M, à une date t, au champ électromagnétique $\left(\vec{E}(M,t),\vec{B}(M,t)\right)$

$$u_{em}(M,t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M,t) + \frac{1}{2}\frac{B^2(M,t)}{\mu_0}$$

Lien avec l'**énergie électromagnétique d'un système** de volume (V) :

$$U_{em}(t) = \iiint_{(V)} u_{em}(M,t)\ d\tau$$

Puissance électromagnétique rayonnée par ce système :

$$\mathcal{P}_{em} = \frac{dU_{em}}{dt}$$

■ **Vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$**

$$\mathcal{P}_{em} = \frac{dU_{em}}{dt} = \iint_{(\Sigma)} \vec{\Pi}\,.\,\vec{dS}$$

Il s'agit du **vecteur « densité de flux de puissance électromagnétique » : le flux** du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ à travers une surface (Σ) quelconque représente la **puissance rayonnée algébriquement** à travers la surface (Σ) dans **le sens de $\overrightarrow{dS}$.**

Unité : $\vec{\Pi}$ en $\boldsymbol{W.m^{-2}}$

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Le vecteur de Poynting donne la **direction de propagation de l'énergie électromagnétique**, qui coïncide avec la **direction de propagation de l'onde** électromagnétique si elle est progressive.

Dans le vide, en l'absence de tout phénomène dissipatif, le bilan d'énergie prend la forme suivante :

Équations de conservation de l'énergie électromagnétique, pour un volume $\mathcal{V}$ délimité par une surface (Σ)

$$\frac{dU_{em}}{dt} = -\oiint_{\Sigma} \vec{\Pi} \cdot \mathbf{d}\overrightarrow{S_{ext}} \qquad \mathrm{div}(\vec{\Pi}) + \frac{\partial u_{em}(M,t)}{\partial t} = 0$$

Remarque : Le signe "–" est lié à l'orientation des vecteurs $\mathrm{d}\overrightarrow{S_{ext}}$ vers l'extérieur.

Nous nous intéresserons dans la suite de cette partie tout particulièrement aux grandeurs moyennes dans le cas des OemPH. Il est en effet naturel de calculer les moyennes temporelles de $\langle u_{em}\rangle$ et $\langle \vec{\pi}\rangle$ car compte tenu de la fréquence élevée des ondes électromagnétiques, ce sont ces seules valeurs moyennes qui sont accessibles aux détecteurs (œil, photodiode par exemple…).

B) Densité volumique d'énergie électromagnétique des OemPP

1) Expression pour une OemPP

Densité volumique d'énergie électromagnétique associée au champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$:

$$u_{em}(M,t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(M,t) + \frac{1}{2}\frac{B^2(M,t)}{\mu_0}$$

Pour l'OemPP, les normes des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont liés par la relation

Avec

Expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique pour une OemPP

$$\boldsymbol{u_{em}(M,t) = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}}$$

2) Cas particulier des OemPPH

Si on considère de plus une OemPPH, le champ électrique est variable, de la forme

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi)$$

E_0 désignant l'amplitude du champ électrique.

La densité volumique d'énergie est donc variable dans le temps en un point donné, on peut calculer la **moyenne temporelle de la densité d'énergie** associée à l'onde :

or

$$\langle\cos^2(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\rangle=\langle\frac{1+\cos(2\omega t-2\vec{k}\cdot\vec{r}+2\varphi)}{2}\rangle=\langle\frac{1}{2}\rangle+\langle\cos(2\omega t-2\vec{k}\cdot\vec{r}+2\varphi)\rangle=\frac{1}{2}$$

En moyenne temporelle :

$$\langle\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\rangle=\langle\sin(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\rangle=0$$

$$\langle\cos^2(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\rangle=\langle\sin^2(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\rangle=\frac{1}{2}$$

D'où :

$$\boldsymbol{\langle u_{em}\rangle=\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}=\frac{B_0^2}{2\mu_0}}$$

La densité volumique d'énergie électromagnétique d'une OPPH est équirépartie entre les formes électrique et magnétique.

Elle est strictement positive en tout point, et sa moyenne temporelle est uniforme : l'énergie est en moyenne uniformément répartie dans l'espace.

Remarque : On retrouve le caractère non-physique de l'OPPH : en sommant sur tout l'espace, on trouve qu'elle porte une énergie totale infinie, ce qui est physiquement impossible.

C) Puissance rayonnée : vecteur de Poynting pour une OemPPH

1) Expression du vecteur de Poynting pour des OemPP

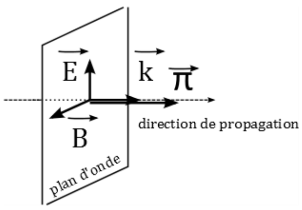
Vecteur de Poynting instantané associé au champ électromagnétique : $\vec{\Pi}=\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$

Relation de structure entre les champs pour une OemPP : $\vec{B}=\frac{\vec{u}_k\wedge\vec{E}}{c}$

On en déduit :

$$\boldsymbol{\vec{\Pi}=\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}=\frac{E^2}{\mu_0 c}\vec{u}_k=\varepsilon_0 c E^2\vec{u}_k}$$

Le vecteur de **Poynting** est **colinéaire à la direction de propagation** de l'onde ; il indique **la direction et le sens du transport d'énergie**.



Remarque : les grandeurs énergétiques associées aux ondes électromagnétiques sont nombreuses (intensité, éclairement…) avec des unités très diverses (W, lumen, candela…). Il faut être vigilant quant à la définition de la grandeur donnée (soyez particulièrement attentif à son unité) ou demandée.

2) Cas des OemPPH

Considérons une OemPPH, dont le champ électrique est de la forme

$$\vec{E}(\vec{r},t)=E_0\cos(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi)\vec{u}_k$$

E_0 désignant l'amplitude du champ électrique.

D'après la relation de structure, le champ magnétique est $\vec{B}=\frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}$

Expression du vecteur de Poynting instantané :

Le champ électrique étant variable dans le temps, il en est de même pour le vecteur de Poynting en un point donné, et on peut s'intéresser au **vecteur de Poynting moyen (moyenne temporelle),** qui donne accès à la **puissance moyenne rayonnée :**

■ Vecteur de Poynting moyen

$$\langle\vec{\Pi}\rangle = \frac{\boldsymbol{\varepsilon_0 c E_0^2}}{\mathbf{2}}\vec{u}_k = \boldsymbol{c\langle u_{em}\rangle}\vec{u}_k$$

$$\langle P\rangle = \langle\Pi\rangle S$$

Une OPPH **transporte de l'énergie dans sa direction de propagation**, avec une puissance proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique.

$\langle\Pi\rangle$ correspond à la **puissance rayonnée par unité de surface**, traversant la surface **dans le sens de la propagation**.

■ Intensité d'une onde électromagnétique

On définit l'intensité $I(M,t)$ d'une onde électromagnétique par la **puissance lumineuse moyenne reçue par unité de surface** (moyenne **temporelle**), soit la moyenne de la composante du vecteur de Poynting selon la direction de propagation :

$$I(M,t) = \frac{d\mathcal{P}_{em}}{dS} = \langle\|\vec{\Pi}\|\rangle$$

Remarque : On définit parfois une intensité correspondant de plus à la moyenne spatiale sur l'ensemble de la surface d'un capteur donné :

$$I = \langle\frac{1}{S}\iint_{(S)}\vec{\Pi}.d\vec{S}\rangle$$

■ Vitesse de propagation de l'énergie transportée par une OEMPPH dans le vide.

Soit $\vec{v}_e$ la vitesse de propagation de l'énergie dans l'espace.

Energie traversant une surface élémentaire $\mathrm{d}\vec{S}$ durant $\mathrm{d}t$: $\delta E_{ém} = \vec{\pi}.\mathrm{d}\vec{S}.\mathrm{d}t$.

Cette énergie était initialement contenue dans le cylindre de volume $\delta V = \vec{v}_e\mathrm{d}t\mathrm{d}\vec{S}$, on a $\delta E_{ém} = u_{ém}\delta V$.

En l'absence de dissipation d'énergie électromagnétique dans le vide :

$$\vec{\pi}.\mathrm{d}\vec{S}.\mathrm{d}t = u_{ém}\delta V = u_{ém}\vec{v}_e\mathrm{d}t\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\vec{\pi} = u_{ém}\vec{v}_e$$

Or, nous avons montré que $\vec{\pi} = u_{em}c\vec{e}_x$. Par identification, on en déduit que $\vec{v}_e = c\vec{e}_x$

L'énergie électromagnétique est transportée dans le vide à la vitesse des ondes électromagnétiques.

D) Energie et représentation complexe

■ **Exemple introductif**

Considérons le champ $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx)\,\overrightarrow{u_z}$ associé à la grandeur complexe $\underline{\vec{E}} = E_0 e^{i(\omega t - kx)}\overrightarrow{u_z}$ avec $\vec{E} = \Re e(\underline{\vec{E}})$.

Calcul des carrés associés : $\begin{cases} E^2 = E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \\ \underline{E}^2 = E_0^2 e^{i2(\omega t - kx)} \end{cases}$ soit $\Re e(\underline{E}^2) = E_0^2 \cos(2(\omega t - kx)) \neq E^2 = E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)$.

La représentation complexe ne doit surtout pas être utilisée directement pour calculer le carré de grandeurs, et il est généralement recommandé d'utiliser les grandeurs réelles pour le calcul des grandeurs énergétiques.

La notation complexe permet toutefois d'avoir accès aux valeurs moyennes, et peut d'en certains cas être utile en exploitant les résultats ci-dessous.

■ **Produit de grandeurs harmoniques et notation complexe**

La notation complexe ne peut être utilisée directement pour des calculs faisant apparaitre des produits. Il existe néanmoins un outil très intéressant exploitant les complexes lorsque l'on souhaite calculer des valeurs moyennes temporelles de produits de grandeurs harmoniques.

■ **Application aux grandeurs énergétiques**

$$\frac{1}{2}\Re e\left(\frac{\underline{\vec{E}}(t) \wedge \underline{\vec{B}}^*(t)}{\mu_0}\right) = \frac{1}{2}\Re e\left(\frac{\underline{\vec{E}} \wedge \frac{\vec{u} \wedge \underline{\vec{E}}^*}{c}}{\mu_0}\right)$$

Or pour tous vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ dans l'espace, $\vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) = (\vec{u}.\vec{w})\vec{v} - (\vec{u}.\vec{v})\vec{w}$, soit

$$\underline{\vec{E}} \wedge \frac{\vec{u} \wedge \underline{\vec{E}}^*}{c} = \frac{1}{c}\left[(\underline{\vec{E}}.\underline{\vec{E}}^*)\vec{u} - \underbrace{(\underline{\vec{E}}.\vec{u})}_{\substack{=0 \\ onde\ transverse}}\underline{\vec{E}}^*\right] = \frac{1}{c}(\underline{\vec{E}}.\underline{\vec{E}}^*)\vec{u}$$

$$\frac{1}{2}\Re e\left(\frac{\underline{\vec{E}} \wedge \frac{\vec{u} \wedge \underline{\vec{E}}^*}{c}}{\mu_0}\right) = \frac{1}{2\mu_0 c}\underbrace{\Re e\left(\underline{\vec{E}}(t).\underline{\vec{E}}^*(t)\right)}_{E_0^2}\vec{u} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 \vec{u} = \langle\vec{\pi}\rangle = \langle\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}\rangle$$

■ **Expression des grandeurs énergétiques**

Attention ! Les grandeurs énergétiques sont non linéaires, et ne peuvent pas être calculées à partir des représentations complexes, qui ne donnent accès qu'à leurs valeurs moyennes.

$$\langle E^2\rangle = \frac{E_0^2}{2} = \frac{1}{2}\left|\underline{\vec{E}}\right|^2 = \frac{1}{2}\,\underline{\vec{E}}.\underline{\vec{E}}^*$$

$$u_{em} = \varepsilon_0 E^2 \quad \leftrightarrow \quad \langle u_{em}\rangle = \varepsilon_0 \frac{\underline{\vec{E}}.\underline{\vec{E}}^*}{2}$$

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad \leftrightarrow \quad \langle\vec{\Pi}\rangle = \frac{1}{2}\,\Re e\left(\frac{\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^*}{\mu_0}\right)$$

Où l'étoile désigne le complexe conjugué.

Attention à ne pas oublier le préfacteur ½ !