CHAPITRE OND.0. : REVISIONS ET COMPLEMENTS SUR LES ONDES

Plan du cours

Au programme

→ **Le programme de première année MP2I.**

Notions et contenu	Capacité exigibles
1.4. Propagation d'un signal	
Exemples de signaux.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques.
Propagation d'un signal dans un milieu illimité, non dispersif et transparent Onde progressive dans le cas d'une propagation unidimensionnelle non dispersive. Célérité, retard temporel.	Écrire les signaux sous la forme $f(x-ct)$ ou $g(x+ct)$. Écrire les signaux sous la forme $f(t-x/c)$ ou $g(t+x/c)$. Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée et l'évolution spatiale à différents instants.
Modèle de l'onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle. Vitesse de phase, déphasage, double périodicité spatiale et temporelle.	Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustique, mécanique et électromagnétique. Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de phase. Relier le déphasage entre les signaux perçus en deux points distincts au retard dû à la propagation. **Mesurer la vitesse de phase, la longueur d'onde et le déphasage dû à la propagation d'un phénomène ondulatoire.**

→ **Le programme de seconde année MPI**

Notions et contenus	Capacités exigibles
Onde : onde plane progressive	Citer les solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension.
Onde plane progressive monochromatique	Expliquer le caractère idéal du modèle de l'onde plane monochromatique.

Le phénomène de **propagation d'onde** est un phénomène très général. Son importance pratique est considérable, car il est à la base de nombreux cas de transmission d'informations (propagation du son, de la lumière, d'ondes radio, micro-ondes, etc.) ; son importance théorique ne l'est pas moins.

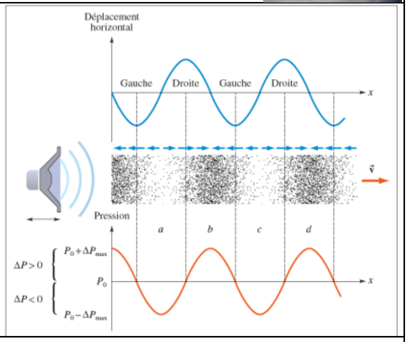
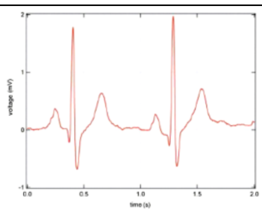
Nous allons étudier quantitativement la propagation d'une onde sur une corde tendue, avec l'établissement de l'équation d'onde de D'Alembert, afin de rappeler et compléter les principaux résultats sur les **ondes progressives** et les **ondes progressives sinusoïdales.**

I) GENERALITES SUR LES ONDES

A) Les signaux

1) Notion de signal

■ **Signal :** phénomène physique décrit par une ou des grandeurs physiques a priori variables dans le temps dont la donnée fournit une **information**[1,2], et ce par le biais de la **modification** de certaines **propriétés de l'espace** (**perturbation**) en un point S correspondant à la **source** du signal.

Type de signal[3]	Grandeurs physiques associées	Exemples
Mécanique	grandeurs mécaniques caractéristiques du milieu (positions, vitesses, accélérations)	vagues concentriques crées par la chute d'une pierre dans l'eau, corde secouée à une extrémité (💻 simulation : http://phet.colorado.edu/fr/simulation/wave-on-a-string), etc. 
Acoustique ou sonore (cas particulier de signal mécanique)	variations de pression du milieu par rapport à l'état de repos (surpression acoustique) ou déplacement local de la matière	musique produite par l'orchestre dans une salle de concert, voix et applaudissements des spectateurs (💻 simulation : http://phet.colorado.edu/en/simulation/sound). 
Electrique	grandeurs électriques[4] : tension, intensité, puissance électrique	tension aux bornes d'un appareil, courant traversant une ampoule, signal ADSL, signaux électriques dans les neurones, etc.  *Electrocadiogramme*
Electro-magnétique	Champs électrique et magnétique associés	lumière (on parle alors de signal optique), rayons X, micro-ondes, signal radar, signaux échangés par téléphones portables, ondes radio (💻 simulation : http://phet.colorado.edu/fr/simulation/radio-waves).

2) Emission et propagation d'un signal

La source du signal (de la perturbation) dépend de la nature de ce dernier[5].

La **durée du signal** peut être variable :

- **ébranlement** : émission de durée limitée qui ne se répète pas dans le temps (ex. : secousse unique sur une corde, clap de mains)
- **signal entretenu** (dont les **signaux périodiques**, supposés correspondre à des perturbations « sans fin ») : émission de longue durée. (💻 **simulation : http://phet.colorado.edu/fr/simulation/wave-on-a-string)**
- Dans certains milieux, un **signal** et donc l'information qu'il contient peuvent **se propager** : après émission du signal en S (source) à l'instant t_0, d'autres points M du milieu ressentent les mêmes modifications de certaines propriétés quelques instants plus tard : le signal s'est propagé de S vers M, la perturbation se propage de proche en proche.
- Cette propagation nécessite du « temps », la grandeur physique y associée au signal va alors dépendre à la fois du temps t et du point M de l'espace considéré (notion de champ) : $y(M, t)$.

---

[1] Il existe des signaux utiles que l'on exploite et des signaux parasites ou bruits dont on cherche en général à se débarrasser (notions subjectives dépendant de l'utilisateur).

[2] Ne pas confondre signal et information : une même information peut être portée par des signaux très différents. Par exemple, l'information il « pleut » peut être portée par un signal visuel, olfactif, auditif, électrique (cf. détecteur de pluie des essuie-glaces).

[3] il existe bien d'autres types de signaux, plus rares ou qui n'entrent pas dans le cadre de notre étude (signaux de fumée, signaux olfactifs, drapeaux et bouées, télégraphe, etc.) ; il existe également des signaux multiples (éclair : à la fois signal sonore et lumineux).

[4] L'acquisition d'un signal par un capteur implique généralement sa conversion. Ainsi, le son produit par un orchestre est transformé en signal électrique dans le microphone. Le signal acoustique initial est converti en signal électrique. L'information portée quant à elle n'a pas changé.

[5] **Exemples :** Force appliquée en un point du milieu dans le cas d'un signal mécanique (pierre tombant dans un lac, générant des vaguelettes, ou vent soufflant sur la mer ; corde secouée en un point) ; Champ électromagnétique généré par une antenne ; Foudre (signal lumineux et sonore).

B) Les ondes

1) Notion d'onde

■ **Onde** : **propagation**[6] d'un **signal** (perturbation locale) dépendant de l'espace et du temps, avec **transport d'énergie et d'information dans l'espace** (de S vers M) **sans déplacement macroscopique de matière** (sans transport de matière).

http://www.cyberphon.ish-lyon.cnrs.fr/

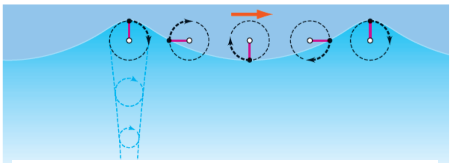


Fig. 6 : Dans une vague océanique, les particules d'eau décrivent des trajectoires circulaires (ou elliptiques) par rapport à un point fixe tandis que la vague se propage.

2) Variations spatiales et temporelles

La grandeur physique associée à l'onde varie :

• **dans le temps** : à 2 instants différents en un point précis de l'espace, la grandeur physique a changé d'amplitude

• **dans l'espace** : en 2 points différents de l'espace et au même instant, la grandeur physique associée est différente.

Il s'agira donc a priori d'une fonction de plusieurs variables (de l'espace et du temps).

3) Différents types d'ondes

a) Nature du phénomène physique mis en jeu

On distingue 4 grands types d'ondes (cf. annexe) : ondes mécaniques (dont les ondes sonores), ondes électromagnétiques, ondes de matière et ondes gravitationnelles, ces 2 dernières sortant du cadre de la physique classique.

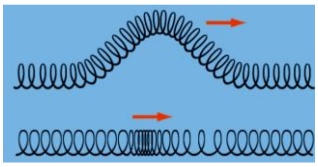
b) Caractère longitudinal ou transversal d'une onde

■ **Onde transversale :** la grandeur caractérisant le phénomène est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

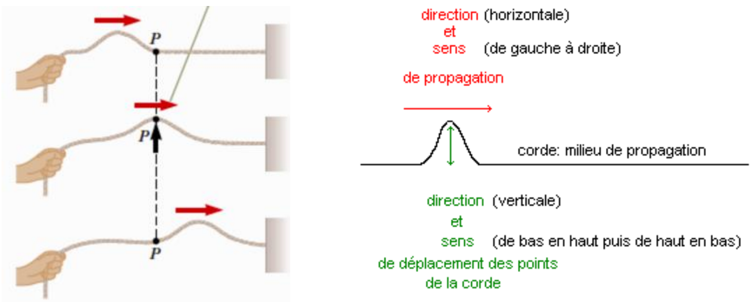
■ **Onde longitudinale**[7] **:** la grandeur caractérisant le phénomène est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

Exemples :

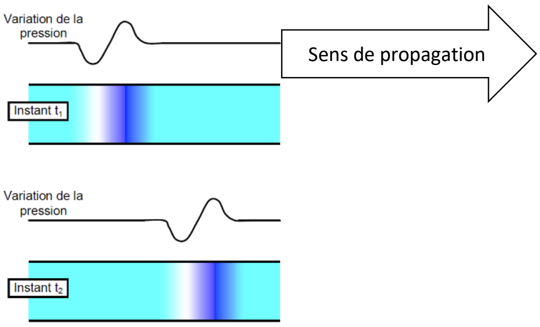
■ **Le long d'un ressort souple**

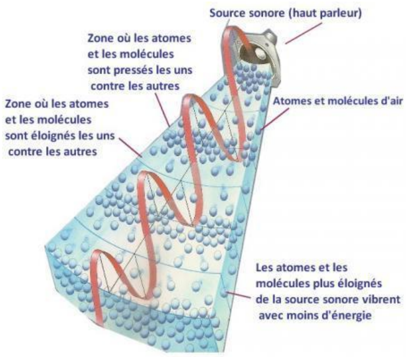


■ **Le long d'une corde**



■ **Dans l'air (notamment)**

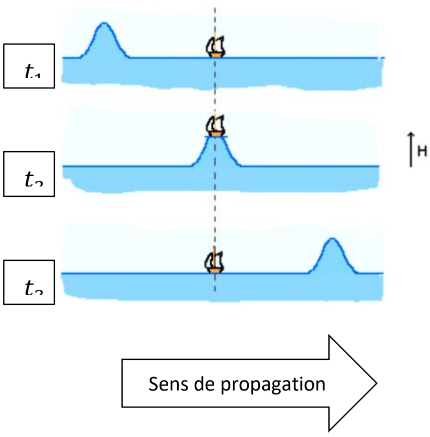




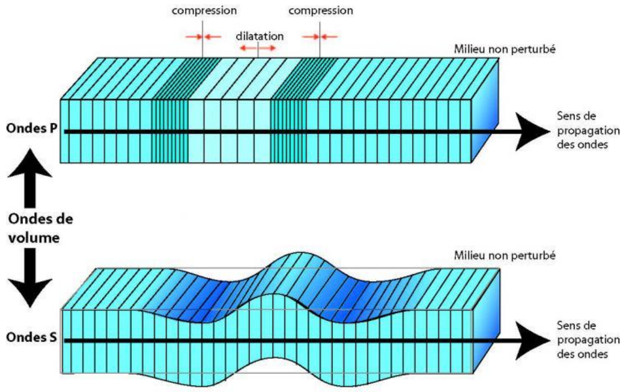
[6] Tous les signaux ne se propagent pas ! (ex. : signal électrique étudié dans le cadre de l'AEQS, pierre qui tombe dans du sable ou dans du dentifrice, panneau routier qui reste sur son poteau).

[7] Certaines ondes peuvent exister sous les 2 formes transversale et longitudinale. Ainsi, parmi les **ondes sismiques** se propageant dans la croûte terrestre, il y a des ondes longitudinales (ondes *P* qui, lors d'un tremblement de terre, arrivent en 1[er]) et des ondes transversales (ondes *S* qui arrivent en 2[nd]).

- **Dans l'eau**



- **Dans le sol**



c) Autres caractéristiques de la propagation

La propagation d'une onde peut avoir lieu selon **une, deux** ou **trois directions de l'espace.**

Dans le cas d'une unique dimension de propagation, on parle d'**ondes unidimensionnelles** (cas des ondes sur une corde).

On supposera dans un premier temps l'absence de pertes d'énergie, donc d'amortissement ou d'absorption. **L'amplitude du signal** est alors **constante** pour une propagation à **1 dimension** (et **décroissante par atténuation** pour une propagation à **2 ou 3 dimensions)**.

C) De l'onde sphérique à l'onde plane

1) Surfaces d'onde

- **Surface d'onde (ou front d'onde)**

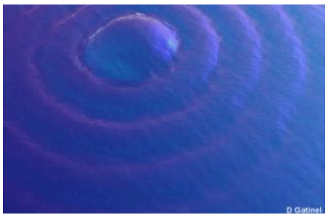
Surface continue de l'espace sur laquelle la grandeur caractéristique de l'onde étudiée, ou grandeur vibratoire (par exemple h ou E ou B) est **uniforme** à un instant t donné.

Il s'agit donc de la surface telle que à t donné, $s(M,t) = cte$ ou $\vec{s}(M,t) = \overrightarrow{cte}$

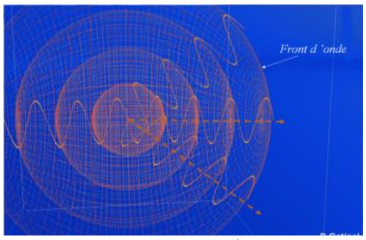
Suivant la nature géométrique de la surface d'onde, on parle d'ondes sphériques, planes, cylindriques, etc.

Exemple : Onde circulaire

Cercles concentriques formés par un caillou jeté dans l'eau

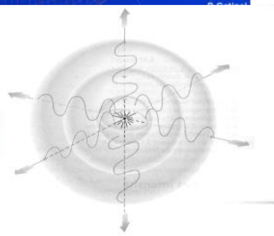


2) Ondes planes et sphériques

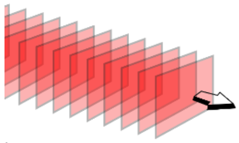


- **Onde sphérique :** si ses surfaces d'ondes sont des sphères concentriques (source ponctuelle dans un milieu isotrope). Elle est décrite mathématiquement par une fonction $\boldsymbol{s(M,t) = s(r,t)}$.

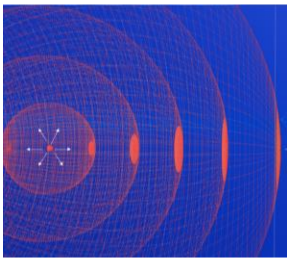
Exemple : onde sonore produite à partir d'un point source (explosion, claquement de doigts). Dans un milieu isotrope, la pression est à symétrie sphérique et ne dépend que de la variable d'espace r : $P(M,t) = P(r,t)$. A t fixé, $P(r,t) = c$ste implique $r = cte$: les surfaces d'onde sont des sphères (en tout point d'une sphère centrée en O, la pression prend la même valeur, et tous les points d'une sphère sont atteints au même instant par les fronts d'ondes).

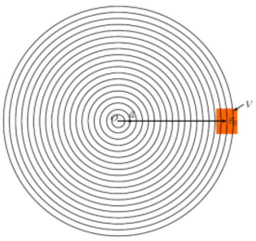


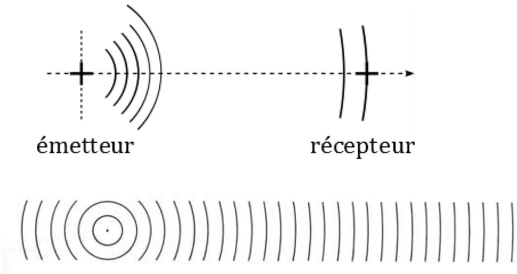
- **Onde plane :** dont les surfaces d'ondes sont des plans parallèles appelés **plans d'onde.** On pourra toujours trouver un jeu de coordonnées cartésiennes telle que l'**onde plane** est décrite par une fonction $\boldsymbol{s(M,t) = s(x,t)}$.



Remarque : Une onde sphérique modélise une onde émise depuis une source ponctuelle (par exemple, un point lumineux), tandis qu'une onde plane modélise une onde sphérique à grande distance de la source : on approxime alors la sphère par son plan tangent.

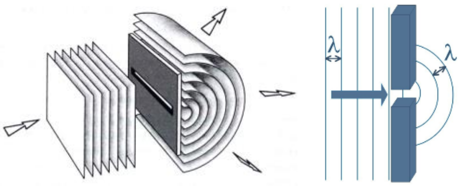






Des conversions sont possibles

Exemple d'ondes planes en amont d'un écran percé : l'écran percé d'une fente étroite produit une onde cylindrique en aval, tandis que l'écran percé d'un trou produit une onde sphérique



II) EQUATION DE PROPAGATION

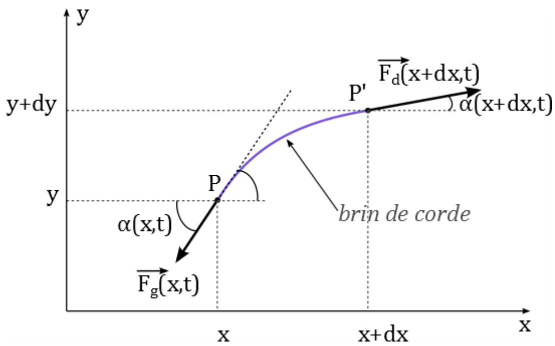
A) Ondes transversales sur une corde vibrante

1) Hypothèses du modèle

- On s'intéresse à la propagation d'une onde sur une corde « idéale », supposée :
  - **Inextensible** (aucune élasticité)
  - **sans raideur** (infiniment souple) ;
  - **homogène,** de masse linéique μ (masse par unité de longueur de la corde) ;
  - **tendue horizontalement** avec une force constante F_0 et **excitée verticalement** à son extrémité A.
- Le **poids de la corde est négligé** devant la tension de la corde (hypothèse valable pour une corde bien tendue), de telle sorte qu'**à l'équilibre elle est horizontale** ;

Soit $x'x$ la position de repos de la corde.

Un point P de la corde est repéré par son abscisse x (fixe) et son ordonnée y, susceptible de varier au cours du temps. **La déformation du milieu est caractérisée par la fonction :** $y(x,t)$**.**

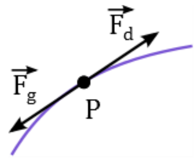


Nous allons étudier les petits mouvements au voisinage de cet équilibre selon le modèle suivant :

- On **néglige tout amortissement** ;
- L'élément de corde situé au point $P_0(x, y = 0)$ à l'équilibre se trouve à un instant t quelconque de la propagation au point $P(x, y(x,t))$, c'est-à-dire qu'on néglige son déplacement selon (Ox). Les **déplacements** des points de la corde sont alors dits **transversaux** (ici car le déplacement de la corde se fait dans la direction (Oy) verticale perpendiculaire à la direction de propagation (Ox)horizontale de l'onde).
- On ne considère que des **déplacements de faible amplitude.** En notant $\alpha(x,t)$ l'angle que fait la tangente à la corde en P avec l'horizontale, les mouvements étant de faible amplitude, α est faible. Développement limité à l'ordre 1 :

$$cos(\alpha) \approx 1 \quad \text{et} \quad sin(\alpha) \approx tan(\alpha) \approx \alpha$$

- L'hypothèse d'une **corde sans raideur** (infiniment souple) implique que si on considère un point d'abscisse x de la corde, l'action exercée par la partie gauche de la corde sur la partie droite se réduit à une force tangente à la corde et opposée à l'action exercée par la partie droite sur la partie gauche.

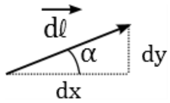


Avec $\vec{F}$ la tension de la corde orientée de gauche à droite, on peut écrire, en un point P, à la date t :

$$\vec{F_g}(x,t) = -\vec{F}(x,t) \qquad \text{et} \qquad \vec{F_d}(x,t) = +\vec{F}(x,t)$$

2) Détermination de l'équation de propagation

- **Système étudié :** Brin de corde compris entre les points P et P', soit entre les abscisses x et $x + dx$, de longueur élémentaire $d\ell$ et de masse dm.



On a $\quad \mathrm{d}x = \mathrm{d}\ell \cos\alpha \approx \mathrm{d}\ell \quad (\text{avec } \alpha \ll 1), \qquad$ et $\qquad dm = \mu\, \mathrm{d}\ell \qquad$ soit $dm \approx \mu\, \mathrm{d}x$

- **Bilan des forces exercées sur le système :**
  - Tension du reste de la corde côté gauche, $\vec{F_g}(x,t) = -\vec{F}(x,t)$, en x
  - Tension du reste de la corde côté droit, $\vec{F_d}(x + \mathrm{d}x, t) = +\vec{F}(x + \mathrm{d}x, t)$ en $x + \mathrm{d}x$
  - Le poids de la corde est négligé.

Relation fondamentale de la dynamique (seconde loi de Newton) dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen :

$$\mathrm{d}m\, \vec{a} = \vec{F_g} + \vec{F_d}$$

soit, avec $\mathrm{d}m = \mu\, dx$

$$\mu\, dx\, \vec{a} = -\vec{F}(x,t) + \vec{F}(x + \mathrm{d}x, t)$$

En coordonnées cartésiennes, l'accélération $\vec{a}$ s'écrit dans le cas général : $\vec{a} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\vec{u_x} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\vec{u_y} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\vec{u_z}$

- **Projection sur Ox de vecteur unitaire $\vec{u_x}$**

Le mouvement étant par hypothèse considéré transversal (mouvement vertical seulement, pas de mouvement selon $\vec{u_x}$) :

$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0$ d'où en projetant sur l'axe Ox : $\vec{a}.\vec{u_x} = 0$.

Projection de la relation issue du principe fondamental de la dynamique :

$$0 = -F(x,t)\cos\big(\alpha(x,t)\big) + F(x + \mathrm{d}x, t)\cos\big(\alpha(x + dx, t)\big)$$

soit dans l'approximation des petits angles, en limitant les calculs à l'ordre 1 (soit $cos(\alpha) \approx 1$) :

$$0 = -F(x,t) + F(x + dx, t) \qquad \Leftrightarrow \qquad F(x,t) = F(x + dx, t)$$

La tension du fil est **uniforme** (indépendante de la position x le long de la corde).

La condition aux limites imposée au bout de la corde par l'opérateur qui la tend impose $\boldsymbol{F(x,t) = F_0}$ **:** cette tension est une constante également indépendante **du temps.**

- **Projection sur Oy de vecteur unitaire $\vec{u_y}$**

$$\mu\, dx\, \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -F(x,t)\sin\big(\alpha(x,t)\big) + F(x + dx, t)\sin\big(\alpha(x + dx, t)\big)$$

Soit avec $F(x,t) = F(x + dx, t) = F_0$

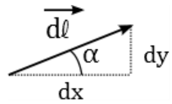
$$\mu\, dx\, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F_0 \sin\big(\alpha(x,t)\big) + F_0 \sin\big(\alpha(x + dx, t)\big)$$

Dans l'approximation des petits angles, en limitant les calculs à l'ordre 1 (soit $sin(\alpha) \approx \alpha$) :

$$\mu\, dx\, \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F_0\, \alpha(x,t) + F_0\, \alpha(x + dx, t) = F_0\, [\alpha(x + dx, t) - \alpha(x,t)]$$

Or $\qquad \alpha(x + dx, t) - \alpha(x,t) = \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx$

D'où $\mu\, dx \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \dfrac{\partial \alpha}{\partial x} dx$, soit $\mu \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \dfrac{\partial \alpha}{\partial x}$



Avec $\alpha \approx \tan\alpha \approx \dfrac{\partial y}{\partial x}$ correspondant à la pente de la corde, on a $\dfrac{\partial \alpha}{\partial x} = \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

On obtient l'équation de propagation de la déformation de la corde $y(x,t)$: $\mu \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F_0 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

■ **Equation d'onde de d'Alembert :**

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\mu}{F_0}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

3) Remarques et commentaires

■ **Vérification de l'homogénéité**

$[\mu]$ = M/L ; $[F_0]$ = M.L.T^{-2} ; $\left[\frac{\mu}{F_0}\right]$ = L^{-2}.T^{2} = $\left[\frac{1}{vitesse^2}\right]$; $\left[\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right]$ = L. T^{-2} ; $\left[\frac{\mu}{F_0}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right]$ = L^{-1} ; $\left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right]$ = L.L^{-2}= L^{-1}

■ **Célérité de l'onde :** $\boldsymbol{c = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}}}$ **. en** $\boldsymbol{m.s^{-1}}$**.**

La célérité c augmente avec la tension de la corde, et diminue lorsque la masse linéique de la corde augmente.

B) Généralisation

1) Forme générale de l'équation d'onde de d'Alembert

De nombreux autres phénomènes physiques[8] mènent à une équation d'onde de d'Alembert de ce type ; on peut par exemple citer la propagation d'ondes sonores longitudinales dans un solide (modèle : chaine d'oscillateurs avec approximation des milieux continus), les ondes de courant et de tension dans une ligne bifilaire ou un câble coaxial (équation des télégraphistes), ou encore la surpression acoustique ou la vitesse locale pour une onde sonore.

■ Forme générale de **l'équation d'onde de d'Alembert scalaire à une dimension** :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$$

$\boldsymbol{c}$ **célérité de l'onde en** $\boldsymbol{m.s^{-1}}$**.**

Elle peut également être à plusieurs dimensions ou vectorielle, comme nous l'avons vu en électromagnétisme. Chaque composante scalaire vérifie alors une équation d'onde de d'Alembert, et l'équation vectorielle prend alors la forme ci-dessous :

■ Forme générale de **l'équation d'onde de d'Alembert vectorielle** :

$$\vec{\Delta}\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$\boldsymbol{c}$ **célérité de l'onde en** $\boldsymbol{m.s^{-1}}$**.**

■ **Comparaison entre la diffusion et la propagation :**

$$\text{Propagation : } \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0 \qquad (1)$$

$$\text{Diffusion : } D\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \qquad (2)$$

Contrairement à l'équation de diffusion, en raison de la dérivée seconde par rapport au temps, l'équation d'onde est de d'Alembert est invariante lorsqu'on remplace t par $-t$: le phénomène est réversible.

[8] Il existe d'autres équations de propagation, comme l'équation de Schrödinger en mécanique quantique caractérisant la propagation des ondes de matière.

(« le film visualisé à l'envers parait cohérent »).

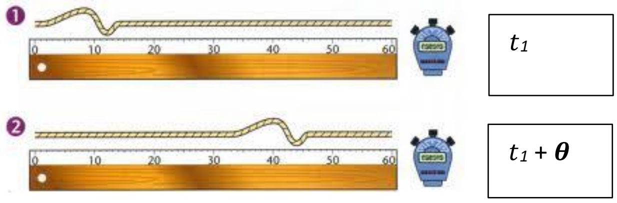
Corollaire : **en présence de dissipation d'énergie** (frottements, etc.) la propagation d'une onde **ne peut pas être décrite par l'équation de d'Alembert.**

■ Célérité de l'onde

La célérité c, homogène à une vitesse, peut s'interpréter comme étant la vitesse de propagation de l'onde dans le cas d'ondes planes progressives.

Lorsqu'une onde se propage avec une **célérité c constante**, chaque point M situé à la distance d de la source dans la direction de propagation reproduit le signal de la source avec un **retard (ou terme de propagation)** : $\boldsymbol{\theta = d/c}$.

Espace 4



■ Facteurs influençant la célérité

- **Type d'onde :** pour un même milieu la célérité dépend du type d'onde qui se propage[9].
- **Inertie du milieu :** la **célérité diminue**, en général, **quand l'inertie** du milieu **augmente.**
- **Rigidité du milieu :** la **célérité augmente**, en général, quand **la rigidité** du milieu **augmente**[10].
- **Amplitude du signal :** pour les signaux de faible amplitude, la célérité est indépendante de la forme et de l'amplitude du signal et constitue une caractéristique du milieu qui est dit alors **linéaire**.

2) Réponse d'un milieu linéaire : Principe de superposition linéaire

Principe de superposition linéaire[11] **:** la réponse d'un milieu linéaire *(*caractérisé par des équations différentielles linéaires) à une superposition de 2 ou plusieurs signaux est la superposition des réponses à chacun des signaux, ce qui sera toujours le cas pour nous. **L'onde résultante en un point est la somme algébrique des contributions de chaque onde en ce point.**

Pour des ondes scalaires, soient $\boldsymbol{s_T}$ la fonction d'onde résultante et $\boldsymbol{s_i}$ les fonctions d'ondes individuelles :

$\boldsymbol{s_T = \sum_{i=1}^{N} s_i}$. **Superposition de 2 ondes :** $s_M(t) = s_{M1}(t) + s_{M2}(t)$

III) Solutions de l'equation de propagation dans un milieu illimite, non dispersif et transparent

A) Ondes progressives planes (OPP)

1) Définition

Pour modéliser le phénomène de propagation, on se restreindra dans un premier temps à l'étude d'**ondes progressives planes**, qui se propagent **sans atténuation ni déformation à vitesse constante** dans la direction $\overrightarrow{u_x}$ d'un axe (Ox) dans un milieu infini et homogène (par exemple, une corde).

---

[9] par exemple, lors d'un séisme les ondes transversales S secondaires (de cisaillement) se propagent moins vite que les ondes longitudinales P primaires (de compression).

[10] par exemple, les ondes sonores sont beaucoup plus rapides dans les solides que dans l'air, raison pour laquelle les indiens mettaient leurs oreilles sur les rails pour entendre les trains arriver.

[11] Ce principe de superposition s'applique pour les ondes électromagnétiques et est valide pour les ondes mécaniques dont les déplacements ne sont pas trop grands et pour lesquels il existe une relation linéaire entre le déplacement et la force de rappel du milieu élastique. Si l'amplitude de l'onde mécanique, par exemple, est tellement grande qu'elle dépasse le domaine élastique du milieu et que la loi de Hooke ne s'applique plus alors le principe de superposition ne s'applique plus.

- La direction $\overrightarrow{u_x}$ correspond à la **direction de propagation** (dans la direction de l'axe des x)
- **Onde progressive** se propageant dans la direction $\overrightarrow{u_x}$: qui se propage **dans une direction et un sens bien déterminé (pas de « retour »,** avec une véritable progression, contrairement aux ondes dites stationnaires), sans étalement ni déformation ;
- **Onde plane :** La grandeur caractéristique de l'onde (fonction d'onde) est ∀ point M de l'espace uniquement fonction de **x (caractéristique de la direction de propagation) et t**, et non des coordonnées y et z du point M.

http://phet.colorado.edu/fr/simulation/wave-on-a-string ; http://groups.physics.umn.edu/demo/waves/3B1010.html

Contre-exemples : Rond dans l'eau : il y a étalement donc pas une onde plane ;
Corde de guitare : il n'y a pas de propagation (onde stationnaire)
Onde acoustique dans une mousse isolante : il y a absorption donc déformation.

2) Première expression de l'onde progressive : étude temporelle

a) Evolution temporelle en un point M quelconque

- **Cas d'une onde se propageant dans le sens des x croissants**

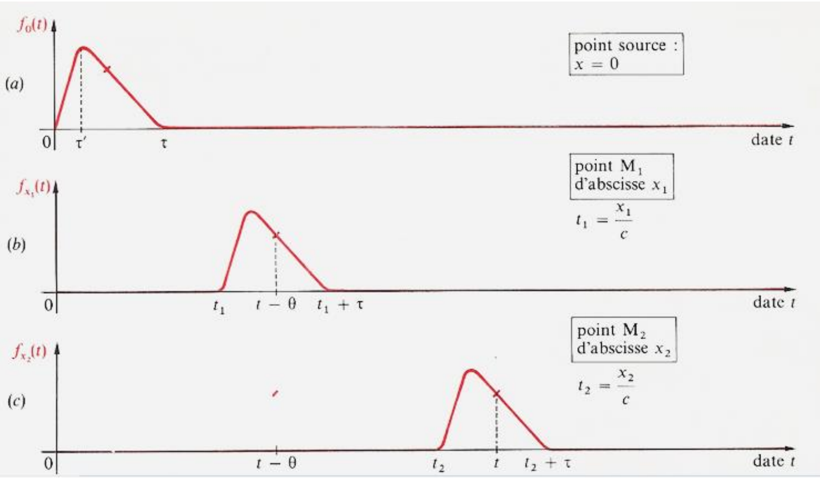
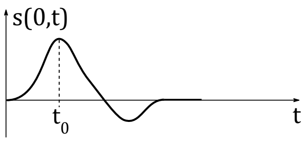


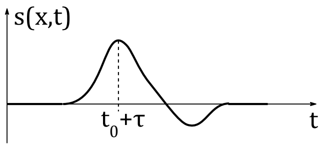
Figure 10 : Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox) (sens des x croissants), au point source $x = 0$ et en deux autres points différents de x positif.

On considère une onde progressive, se propageant avec la célérité c dans la direction de l'axe (Ox) et dans le sens positif de cet axe, c'est-à-dire vers les x croissants. La figure 1 représente le signal mesuré à l'abscisse 0, en fonction du temps, ainsi que le signal mesuré en un point M d'abscisse $x > 0$.

à l'abscisse 0



à l'abscisse $x > 0$



Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox), en deux points différents.

Le signal $(x = 0, t) = s(0, t)$ **observé en 0 au cours du temps est observé ensuite en x,** mais **avec un retard $\tau = \frac{x}{c}$,** qui correspond au temps nécessaire pour que l'onde se propage de 0 à x, soit $s(0, t) = s(x, t + \tau)$, ou encore : le signal observé à l'instant t en x s'est propagé depuis $x = 0$ en un temps τ ; on pouvait donc l'observer en $x = 0$ à $t - \tau$:

$$s(x,t) = s(0, t-\tau) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

Le signal dépend des 2 variables x et t d'espace et de temps, couplées par le biais du phénomène de propagation de l'onde.

Une **onde progressive se propageant dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens positif de cet axe,** sans atténuation ni déformation, est de la forme mathématique suivante : $\boldsymbol{s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)}$, où f est une fonction quelconque caractéristique de la forme de l'onde, dont l'argument a la dimension d'un temps**.**

Réciproquement, toute fonction de ce type correspond à une onde plane progressive dans le sens des x croissants.

Remarque : Cette expression reste **valable pour $x < 0$.**

■ **Cas d'une onde se propageant dans le sens des x décroissants**

Une **onde progressive se propageant dans la direction de l'axe (Ox), dans le sens négatif de cet axe (onde régressive),** sans atténuation ni déformation, est de la forme mathématique suivante :
$\boldsymbol{s(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)}$ **,** où g est une fonction quelconque dont l'argument a la dimension d'un temps**.**

b) Vérification mathématique à l'aide de l'équation de D'Alembert

Posons $u = t - \frac{x}{c}$ et $s(x,t) = f(u)$; on a alors $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{c}$ et $\frac{\partial u}{\partial t} = 1$

Vérifions que $s(x,t)$ est bien solution de l'équation d'onde de D'Alembert : $\boldsymbol{\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0}$

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{df}{du} \times \frac{\partial u}{\partial x} = f'(u)\left(-\frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{df}{du} \times \frac{\partial u}{\partial t} = f'(u) \times 1$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{\partial f'(u)}{\partial t} = \frac{df'}{du} \times \frac{\partial u}{\partial t} = f''(u)$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[f'(u)\left(-\frac{1}{c}\right)\right] = \frac{d\left(f'(u)\left(-\frac{1}{c}\right)\right)}{du} \times \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$= f''(u)\left(-\frac{1}{c}\right)^2 = \frac{1}{c^2} f''(u)$$

d'où $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} f''(u) - \frac{1}{c^2}\, f''(u) = 0$

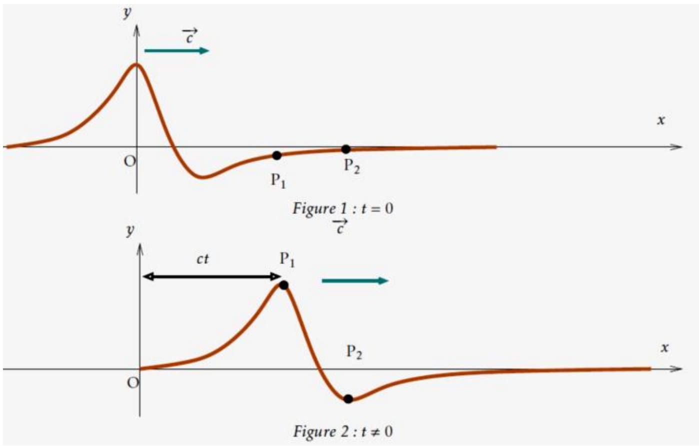
$\boldsymbol{s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)}$ est bien solution de l'équation de propagation.

- On vérifierait de même que $\boldsymbol{s(x,t) = g\left(t + \frac{x}{c}\right)}$ est également solution de l'équation de propagation.
- L'équation étant linéaire, **toute combinaison linéaire de ces solutions est une solution de l'équation de d'Alembert**.

3) Seconde expression de l'onde progressive : étude spatiale

L'étude spatiale de l'onde correspond à **une photo du milieu à un instant donné.**

Figure 2 : Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox), à deux instants différents.



Une **onde progressive se propageant dans la direction de l'axe** (Ox)**,** sans atténuation ni déformation, est de la forme mathématique suivante :

dans le sens positif de cet axe :

$\boldsymbol{s(x,t) = F(x - ct)}$**,**

dans le sens négatif de cet axe (onde régressive) :

$\boldsymbol{s(x,t) = G(x + ct)}$**.**

Ces différentes fonctions ne sont pas des solutions générales à l'équation de d'Alembert car elles ne sont pas invariantes par renversement du temps alors que l'équation de d'Alembert l'est.

3) Solution générale de l'équation de d'Alembert

On peut montrer (H.P., démonstration faite par Euler) que la **solution la plus générale de l'équation de d'Alembert à une dimension** $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$ (toute onde plane) s'écrit :

$$s(x,t) = f_+\left(t - \frac{x}{c}\right) + f_-\left(t + \frac{x}{c}\right) = g_+(x - ct) + g_-(x + ct)$$

Il s'agit de la superposition d'une onde plane progressive $f_+\left(t - \frac{x}{c}\right) = g_+(x - ct)$ se dirigeant suivant les x croissants (selon le vecteur $+\overrightarrow{u_x}$) et d'une onde plane progressive $f_-\left(t + \frac{x}{c}\right) = g_-(x + ct)$ se dirigeant suivant les x décroissants (selon le vecteur $-\overrightarrow{u_x}$), toutes deux à la célérité c.

Ce sont les sources et les conditions aux limites qui imposent la forme des solutions, donc les expressions de f, g F et G.

Attention ! la solution générale, bien qu'étant toujours décomposable en une somme d'ondes progressives, n'est pas nécessairement elle-même progressive,

$$\left\{\text{Onde quelconque} = \sum \text{Ondes progressives}\right\} \nRightarrow \{\text{Onde progressive}\}$$

■ Limites du modèle

- Une onde plane a une extension infinie, donc implique la présence d'énergie à l'infini, ce qui n'est pas raisonnable.
- Une onde plane a une amplitude constante, alors que l'amplitude de l'onde sphérique émise par un émetteur est une fonction décroissante de $\boldsymbol{r}$ (distance à l'émetteur).

http://www.falstad.com/loadedstring/ http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/cordevib.html

B) Ondes progressives sinusoïdales (ou harmoniques, ou monochromatiques)

1) Expression mathématique d'une OPPH

a) Expression générale

Dans ce paragraphe on considère une onde progressive se propageant sans déformation ni atténuation.

On parle d'**onde sinusoïdale** (ou **harmonique)**, quand le signal mesuré en tout point est une fonction sinusoïdale du temps.

Une onde plane progressive harmonique (OPPH) ou **sinusoïdale** se propageant selon l'axe (Ox) de vecteur $\vec{e}_x$ a la forme mathématique suivante :

$$\boldsymbol{s(x,t) = A\cos(\omega t \pm kx + \varphi_0)}$$

- A est l'**amplitude** de l'onde
- ω est la **pulsation** de l'onde
- c est la **célérité** de l'onde
- k est le **module du vecteur d'onde**, ou encore la **pulsation spatiale**
- φ_0 est la **phase initiale de l'onde à l'origine $\boldsymbol{O}$.**
- $\psi(t,x) = \omega t \pm kx + \varphi_0$ est la phase instantanée à l'abscisse x

■ Intérêt physique de l'onde harmonique

Une OPPH ne peut pas rigoureusement représenter une « vraie » onde : elle n'a ni début ni fin, et existe pendant un temps infiniment long. Cependant, cette **onde plane solution sinusoïdale qui** est une solution particulière de l'équation de propagation **de l'équation de d'Alembert** joue un rôle capital. L'équation de propagation de D'Alembert étant linéaire, grâce à l'analyse de Fourier, toute OPP peut s'écrire comme la superposition d'OPPH.

2) La double périodicité spatiale et temporelle

a) Définitions

■ Périodicité temporelle

En un point donné, le signal ne dépend que de t : $s(x,t) = A\cos(\omega t + cte)$

La période **temporelle** de *l'onde* est T (minimale) telle que $\boldsymbol{s(x, t+T) = s(x,t)}$ pour tout (x,t),

soit $A\cos(\omega t + cte) = A\cos(\omega(t+T) + cte) = A\cos(\omega t + \omega T + cte) = A\cos(\omega t + cte + 2\pi)$, d'où $\omega T = 2\pi$

On définit également la fréquence (temporelle) ν ou $f = \frac{1}{T}$ de l'onde.

Grandeurs caractéristiques de la périodicité temporelle : $\boldsymbol{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$

Périodicité spatiale

À une date donnée, le signal ne dépend que de x : $s(x,t) = A\cos(cte - kx)$

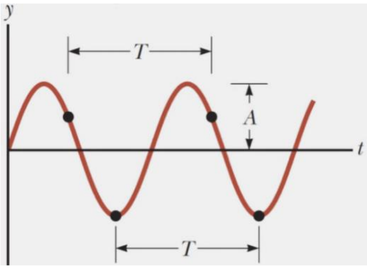
La **période spatiale** de l'onde, appelée **longueur d'onde**, est λ telle que $\boldsymbol{s(x+\lambda, t) = s(x,t)}$ pour tout (x,t).

De la même manière que pour la période temporelle, on trouve $\lambda k = 2\pi$, soit

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$$

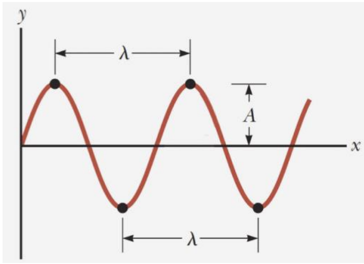
On introduit parfois également une **fréquence spatiale**, σ, appelée **nombre d'onde**, telle que $\boxed{\sigma = \frac{1}{\lambda}}$.

Périodicité temporelle T imposée par la source



Evolution au cours du temps d'un point fixe de l'onde sinusoïdale (film de l'onde en un point).

Périodicité spatiale imposée par le milieu



Evolution de l'onde sinusoïdale dans l'espace à un instant t donné (photographie à t de l'onde)

Analogie

	Période	Fréquence	Pulsation
Périodicité temporelle	T	f ou ν	ω
Périodicité spatiale	$\boldsymbol{\lambda}$	$\boldsymbol{\sigma}$	$\boldsymbol{k}$

Dimensions, unités

	$\boldsymbol{\varphi_0}$	T	ω	ν
Dimension	1	T	T^{-1}	T^{-1}
Unité (SI)	rad	s	Rad. s^{-1}	s^{-1}

λ	k	σ
L	L^{-1}	L^{-1}
m	Rad.m^{-1}	m^{-1}

Remarques :

- La caractéristique essentielle d'une onde est sa **pulsation** (ou sa fréquence) ; elle est conservée lorsque l'onde passe d'un milieu à un autre, tandis que la célérité c et par conséquent sa longueur d'onde λ sont quant à elles modifiées.

b) Relation de dispersion

Etablir la relation de dispersion consiste à rechercher le lien entre

On considère la solution $s(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$, qui doit nécessairement vérifier l'équation de propagation de D'Alembert : $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = 0$.

$$\frac{\partial s}{\partial x} = +kA\sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$
$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = -k^2 A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\omega A\sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$
$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

En insérant ces expressions dans l'équation de D'Alembert :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad \Leftrightarrow \quad -k^2 A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) = -\frac{\omega^2}{c^2} A\cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad \Leftrightarrow \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Les différents termes étant définis positivement, on obtient finalement la relation ci-dessous :

Relation de dispersion des OPPH vérifiant une équation de D'Alembert :

$$\boldsymbol{k = \frac{\omega}{c}}$$

Remarques : on obtient le même résultat avec une solution de la forme $s(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_0)$.

Cette relation de dispersion est une condition nécessaire pour qu'une OPPH soit solution de l'équation de D'Alembert.

c) Vitesse de phase

Considérons une OPPH de la forme $s(x,t) = A\cos(\omega t \pm kx + \varphi_0)$; les points tels que $\psi = \varphi_0$ vérifient $\omega t \pm kx = 0$ soit $x = \pm\frac{\omega}{k}t$. On peut remarquer que ces points se déplacent à la vitesse $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ qu'on appellera vitesse de phase.

Cette vitesse de phase correspond à la vitesse de déplacement de tous les lieux équi-phase (lieux de même phase globale $\psi = \omega t \pm kx + \varphi_0$), soit à la vitesse de propagation de l'onde (par exemple, vitesse de déplacement du point de crête d'une vague).

■ **Vitesse de phase**

Par définition, on a

$$\boldsymbol{v_\varphi = \frac{\omega}{k}}$$

Cette vitesse de phase dépend généralement de la pulsation ω : le milieu est alors dit **dispersif.** Il sépare progressivement les ondes de pulsation ω différentes qui ne vont pas se propager à la même vitesse.

Vitesse de phase d'une OPPH vérifiant une équation de D'Alembert :

Avec $k = \frac{\omega}{c}$, on a :

$$\boldsymbol{v_\varphi = \frac{\omega}{k} = c}$$

Les milieux dans lesquels l'équation de propagation d'onde est une équation de D'Alembert sont des milieux **non-dispersifs** et la propagation est dite non-dispersive.

3) Vecteur d'onde

■ **Vecteur d'onde $\vec{k}$**

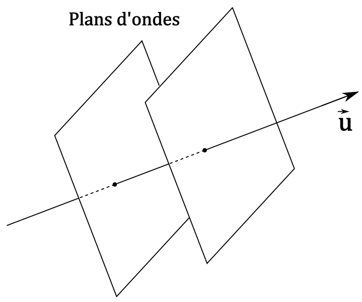
On définit le **vecteur d'onde** $\vec{k}$, dirigé suivant la direction et le sens de propagation $\vec{u}_{propag} = \vec{u}_k = \vec{e}_k$ ($\vec{u_k} = \vec{e}_x$ dans notre exemple) :

$$\boldsymbol{\vec{k} = k\,\vec{u}_{propag} = k\,\vec{u}_k} \qquad \text{avec} \qquad \boldsymbol{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

On généralise alors l'expression des OPPM pour une propagation dans la direction et le sens du vecteur $\vec{e}_k = \vec{u}$, avec $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$:

$$\boldsymbol{s(M,t) = A\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi\right)}$$

Les **plans d'onde** sont **perpendiculaires** au vecteur d'onde $\vec{k}$, donc à la direction de propagation, et ont pour équation '$\vec{k}\cdot\vec{r} = cte$'



Remarques :

- Avec cette écriture, il n'y a pas de problème de « signe » quant au sens de propagation, puisqu'il est alors inclus dans le sens du vecteur de propagation $\vec{e}_k$.
- En choisissant $\vec{u} = \vec{e}_x$, $s(M,t) = A\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi\right) = A\cos\left(\omega t - k\vec{e}_x\overrightarrow{OM} + \varphi\right) = A\cos\left(j(\omega t - kx)\right)$: on retrouve l'OPPH progressant selon (Ox) dans le sens direct

Attention ! La direction de propagation est définie pour toute OPP, mais la longueur d'onde donc le vecteur d'onde n'ont de sens que pour les OPPH.

Attention ! Deux conventions différentes sont possibles pour l'écriture complexe du champ :

$$s(M,t) = S_m\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi\right) \text{ ou } s(M,t) = S_m\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi\right)$$

Choisir l'une ou l'autre convention ne change pas les résultats physiques mais change les calculs !

4) Représentation complexe d'une OPPH

Exactement comme en électronique ou en mécanique, « passer en complexe » signifie que l'argument du cosinus devient celui d'une exponentielle complexe. Comme il n'y a pas de risque de confusion, on note indifféremment i ou j.

On associe à toute composante monochromatique $s(M,t) = S_m\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi\right)$ une écriture complexe $\underline{s}(M,t)$ et une amplitude complexe $\underline{S_m}$:

$$\underline{s}(M,t) = \underline{s}(\vec{r},t) = S_m\exp\left(i\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi\right)\right) = \underline{S_m}\exp\left(i\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)\right)$$

de sorte que :

$$\underline{S_m} = S_m\exp(i\varphi) \qquad s(\vec{r},t) = Re\left(\underline{s}(\vec{r},t)\right)$$

Propriétés usuelles associées à la notation complexe $\underline{s}(M,t) = S_m\, exp\left(i(\omega t - k_x x + \varphi)\right)$

- la dérivation par rapport à t est une multiplication par $i\omega$ $\qquad \dfrac{\partial}{\partial t} = (\times\, i\omega)$
- la dérivation par rapport à x est une multiplication par $-ik_x$ $\qquad \dfrac{\partial}{\partial x} = (\times\,(-ik_x))$

Attention ! au choix de la convention qui modifie les calculs !

Propriétés usuelles associées à la notation complexe $\underline{s}(M,t) = S_m\, exp\left(i(k_x x - \omega t + \varphi)\right)$

- la dérivation par rapport à t est une multiplication par $-i\omega$ $\qquad \dfrac{\partial}{\partial t} = (\times\, -i\omega)$
- la dérivation par rapport à x est une multiplication par ik_x $\qquad \dfrac{\partial}{\partial x} = (\times\,(ik_x))$

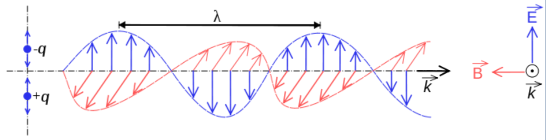
Il faut **impérativement** conserver la même convention tout au long du calcul.

ANNEXE 1 : DIFFERENTS TYPES D'ONDES

- **Ondes mécaniques[12] :** propagation d'une perturbation dans un **milieu matériel** élastique (pouvant se déformer) avec transport d'**énergie mécanique**.

  Exemples : ondes sonores **Simulation :** http://www.web-sciences.com/documents/seconde/sedo05/setp0501.php5, ondes à la surface de l'eau, vibrations d'une corde ;

- **Ondes électromagnétiques :** vibration conjointe à la fois dans l'espace et dans le temps d'un **champ électrique** $\vec{E}$ et d'un **champ magnétique** $\vec{B}$; elles peuvent se **propager dans le vide**, et ne nécessitent pas de milieu matériel pour exister ou se propager ; elles transportent de **l'énergie électromagnétique**.



  Exemples : lumière du soleil, signal électrique se propageant dans une fibre nerveuse, etc. ;

- **Ondes de matière** : cf. chapitre « Introduction au monde quantique » : il est possible d'associer une onde à toute particule physique (électron, atome, etc.).

- **Ondes gravitationnelles** : La théorie de la relativité générale décrit leur existence**,** elles ont été **détectées** pour la 1ère fois en **2015**. Ces ondes, produites par des masses accélérées, se déplacent dans l'espace sans support matériel, le signal étant une oscillation de la déformation de l'espace-temps induisant des variations des longueurs.

■ Ordres de grandeur des fréquences de signaux acoustiques et électromagnétiques sinusoïdaux

- **Signaux acoustiques :** domaine audible : 20 Hz à 20 kHz ; ultrasons : > 20 kHz ; gamme de fréquences de la parole : entre 150 Hz et 3 kHz. Note appelée La_3 (donnée par un diapason par ex.) : f = 440 Hz, Do de la même octave : f = 261,63 Hz.

- **Signaux électromagnétiques :**
  - Le réseau électrique EDF (ainsi que notamment les réseaux européens et asiatiques) fournit des signaux de fréquence f = 50 Hz ; le réseau électrique nord-américain fournit quant à lui des signaux de fréquence f = 60 Hz.
  - Les ondes radio transportant les signaux radiophoniques ont une fréquence de l'ordre de la centaine de MHz pour la bande F.M. (France Inter Le Havre : 88.9 MHz) ;
  - Les téléphones portables utilisent des ondes électromagnétiques de fréquences autour de 900 MHz et entre 1900 MHz et 2100 MHz.
  - Les signaux lumineux visibles ont des fréquences de l'ordre de 5 10^{14} Hz (généralement exprimés sous la forme de leur longueur d'onde, comprise entre 400 et 800 nm, cf. fin du chapitre).

---

[12] **O**ndes mécaniques : la nature du milieu joue un rôle très important. Par exemple, le son ne se propagera pas de la même manière dans un rail de chemin de fer, dans le sable ou dans l'air !
Milieu de propagation **homogène :** si toutes ses parties ont les mêmes propriétés, **isotrope** : si les propriétés du milieu sont indépendantes de la direction considérée.

ANNEXE 2 : CELERITE C DE DIFFERENTES ONDES PROGRESSIVES

- Signal transversal sur une corde $c = \sqrt{F/\mu}$. Elle dépend de la tension F de la corde et de sa masse linéique (cf différentes cordes de guitare).(autour de 20m/s)
- Signal mécanique sur une cuve à ondes (vagues sur l'eau) à faible profondeur c = $\sqrt{gH}$ donc la célérité dépend de la profondeur locale.
- Signal électromagnétique : vitesse des signaux électromagnétiques dépend du milieu : elle est maximale dans le vide : vitesse dite vitesse de la lumière 3.10^8. (voir le cours d'optique)

Tableau récapitulatif :

Milieu de propagation ; grandeur vibratoire	Nature de l'onde	Célérité	Ordre de grandeur
Corde vibrante (tension F en N, Masse linéique μ en kg/m) ; élongation	**Transversale**	$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$	**20 – 100 $m.s^{-1}$**
Ressort tendu (longueur L, raideur k, Masse linéique μ) ; élongation	Longitudinale	$c = \sqrt{\frac{kL}{\mu}}$	20 – 100 $m.s^{-1}$
Son dans Fluide Gaz Parfait (P, masse volumique ρ, coefficient $\gamma = c_P/c_V$) ; vitesse locale, pression	Longitudinale	$c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$	320 – 360 $m.s^{-1}$
Son dans Fluide Liquide (masse volumique ρ, coefficient de compressibilité isentropique χ) ; vitesse locale, pression	Longitudinale	$c = \sqrt{\frac{1}{\rho\chi}}$	1000 – 2000 ms^{-1}
Son dans Solide (module d'Young E en Pa, Masse volumique ρ) ; élongation du cristal	Longitudinale	$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$	1200 – 8000 ms^{-1}
Surface d'un liquide (pesanteur g, profondeur du liquide h), houle ; élongation d'un point de surface	Transversale	$c = \sqrt{gh}$	Variable

Milieux dispersifs / non dispersifs : ex le son

Dans l'air milieu non dispersif, c indépendant de f : toutes les fréquences ont la même célérité, aigu ou grave d'où la possibilité de mélanger ces fréquences et l'intérêt de la musique.

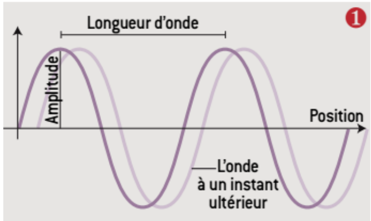
Mémento des ONDES

Les ondes, sous leurs nombreuses formes, constituent un aspect essentiel de la réalité physique. En voici les principales notions et un panorama.

NOTIONS ÉLÉMENTAIRES

Le terme **ONDE** désigne en général la propagation de proche en proche, à une vitesse finie, de la perturbation d'une certaine grandeur physique (déplacement transversal dans le cas d'une corde vibrante, variation de la hauteur de l'eau dans le cas d'une onde à la surface d'un lac, amplitude et direction du vecteur champ électrique ou magnétique dans le cas d'une onde électromagnétique, etc.).

Une situation répandue et importante sur le plan théorique est celle où la grandeur qui se propage oscille de façon sinusoïdale ; dans ce cas, on parle d'**ONDE SINUSOÏDALE** ou d'**ONDE MONOCHROMATIQUE**. Une telle onde se caractérise principalement par sa longueur d'onde ou sa fréquence, son amplitude, sa vitesse et sa direction de propagation ❶.



L'**AMPLITUDE** A de l'onde sinusoïdale est le maximum, en valeur absolue, atteint par la grandeur qui oscille. Selon le contexte, le même terme désigne parfois la valeur algébrique $a(r, t)$ de cette grandeur à un instant t et en un point r donnés.

La **LONGUEUR D'ONDE** λ (lettre grecque *lambda*) est la distance minimale qui sépare, le long de la direction de propagation, deux points se trouvant dans exactement le même état d'oscillation à tout instant.

La **FRÉQUENCE** ν (lettre grecque *nu*) est, en chaque point, le nombre de cycles d'oscillation par unité de temps.

La **PULSATION** ω (lettre grecque *oméga*) désigne la quantité $\omega = 2\pi\nu$; elle est parfois abusivement appelée aussi fréquence.

La **PÉRIODE** T est la durée d'un cycle d'oscillation. Fréquence et période sont inverses l'une de l'autre : on a $\nu = 1/T$. Et si l'on note c la vitesse de propagation de l'onde, on a $\lambda = cT$.

Le **VECTEUR D'ONDE** est le vecteur $\boldsymbol{k}$ qui a pour norme (ou longueur) $k = 2\pi/\lambda$ et qui est dirigé dans le sens de la propagation. Le **NOMBRE D'ONDE** désigne en général le nombre $1/\lambda$, c'est-à-dire le nombre de longueurs d'onde contenues dans une unité de longueur.

À une dimension, on peut représenter une onde sinusoïdale se propageant le long de l'axe Ox, dans le sens positif de cette direction, par l'expression :

$$a(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi).$$

La **PHASE** ϕ (lettre grecque *phi*) est un angle qui caractérise le décalage (dans le temps ou l'espace) des états d'oscillation entre l'onde sinusoïdale considérée et une onde identique, mais qui atteint son amplitude positive maximale à l'instant $t = 0$ et pour l'abscisse $x = 0$. Le décalage entre deux ondes sinusoïdales semblables $A \cos(\omega t - kx + \phi)$ et $A' \cos(\omega t - kx + \phi')$ est caractérisé par leur **DÉPHASAGE** $\Delta\phi = \phi' - \phi$.

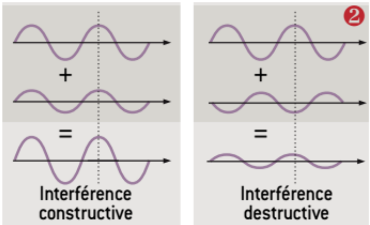
Une onde de forme (spatiale ou temporelle) quelconque peut être assimilée à la somme d'un nombre fini, d'une infinité dénombrable ou d'une infinité continue d'ondes sinusoïdales de fréquences et amplitudes différentes. La composition en fréquences d'une onde, avec les amplitudes respectives, définit son **SPECTRE**.

INTERFÉRENCES ET ONDES STATIONNAIRES

Lorsque deux ondes $a_1(r, t)$ et $a_2(r, t)$ se propagent dans une même région de l'espace, leur superposition crée des **INTERFÉRENCES** ❷. Si les amplitudes des ondes ne sont pas trop élevées, on est dans un régime dit linéaire (cas classique) et les deux ondes s'additionnent : en chaque point r et à tout instant t, l'onde résultante $a(r, t)$ est égale à la somme des deux ondes :

$$a(r, t) = a_1(r, t) + a_2(r, t).$$

C'est le **PRINCIPE DE SUPERPOSITION LINÉAIRE**.



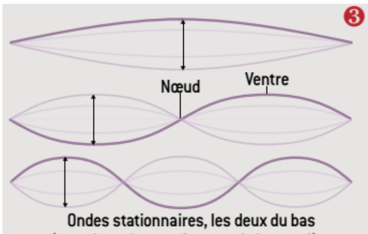
Pour deux ondes sinusoïdales de même fréquence, se propageant à la même vitesse et dans le même sens, on a **INTERFÉRENCE CONSTRUCTIVE** si les deux ondes sont en phase (déphasage nul, les amplitudes s'ajoutent) et **INTERFÉRENCE DESTRUCTIVE** si les deux ondes sont en opposition de phase (déphasage égal à $\pm\pi$, les amplitudes se soustraient).

Lorsqu'une onde sinusoïdale s'ajoute à une onde identique, mais se propageant dans le sens opposé, le résultat est une **ONDE STATIONNAIRE** ❸ :

si $a_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$

et $a_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx)$,

alors $a(x, t) = a_1(x, t) + a_2(x, t) = 2A \cos kx \cos \omega t$.



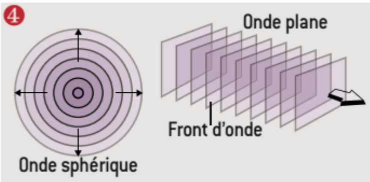
Ondes stationnaires, les deux du bas étant des « harmoniques » de la première

L'amplitude de l'oscillation, égale à $2A \cos kx$, varie périodiquement selon la position. Les positions x pour lesquelles cette amplitude est nulle sont les **NŒUDS** de l'onde stationnaire ou de l'oscillation ; les positions x pour lesquelles l'amplitude est maximale en valeur absolue sont les **VENTRES** de l'onde stationnaire. Par opposition à une onde stationnaire où il n'y a pas de propagation, une onde ordinaire est qualifiée d'**ONDE PROGRESSIVE** ou **PROPAGATIVE**.

Plus généralement, à une ou plusieurs dimensions, une onde stationnaire correspond à une oscillation de la forme $a(r, t) = A(r)B(t)$, où B est une fonction sinusoïdale du temps t. La fonction $A(r)$ indique comment l'amplitude de l'oscillation varie dans l'espace. La fréquence d'oscillation et la répartition des nœuds et des ventres, spécifiée par la fonction $A(r)$, définissent le **MODE D'OSCILLATION** du système considéré. Une onde stationnaire est en général créée par une onde se propageant dans un espace limité (une cavité par exemple) et qui se réfléchit sur les bords de cet espace.

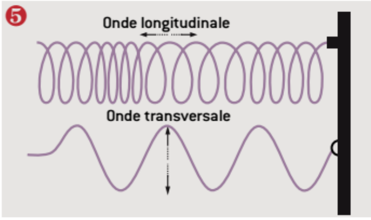
ONDES PLANES OU SPHÉRIQUES

Pour une onde sinusoïdale se propageant dans l'espace à trois dimensions, les **FRONTS D'ONDE** sont les surfaces formées des points où la phase de l'onde est identique. Pour une **ONDE PLANE**, dont les caractéristiques sont les mêmes sur chaque plan perpendiculaire à l'axe de propagation, les fronts d'onde sont des plans. Pour une **ONDE SPHÉRIQUE** émise par un point central, les fronts d'onde sont des sphères centrées sur ce point ❹.



ONDES TRANSVERSALES ET POLARISATION

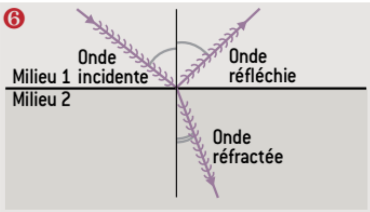
On parle d'**ONDES LONGITUDINALES** lorsque la grandeur qui oscille est un vecteur de même direction que l'axe de propagation, et d'**ONDES TRANSVERSALES** quand ce vecteur est perpendiculaire à l'axe de propagation ❺. Dans le cas d'ondes transversales, la direction du vecteur oscillant définit la **POLARISATION** de l'onde : si ce vecteur a une direction fixe, on a une **POLARISATION LINÉAIRE** ; si le vecteur tourne autour de l'axe de propagation, on a une **POLARISATION CIRCULAIRE**, gauche ou droite selon le sens de rotation.

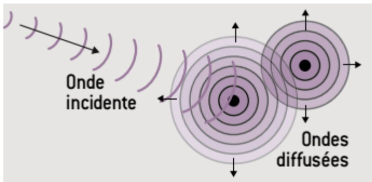


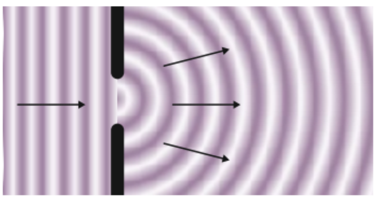
RÉFLEXION, RÉFRACTION, DIFFUSION, ETC.

Une onde incidente peut être réfléchie à l'interface de deux milieux différents. Cette **RÉFLEXION** a lieu avec un angle symétrique de l'angle d'incidence et dans le plan contenant l'axe d'incidence et la perpendiculaire à l'interface. L'onde incidente peut aussi traverser l'interface en étant déviée : c'est la **RÉFRACTION** ❻. L'angle de réfraction dépend de l'angle d'incidence et des indices de réfraction des deux milieux. L'**INDICE DE RÉFRACTION** est le rapport c/v, où c est la vitesse de l'onde dans le vide (ou dans l'air) et v cette vitesse dans le milieu matériel. La vitesse de propagation de l'onde, donc l'indice de réfraction, dépend en général de la fréquence de l'onde. Pour une onde formée de plusieurs composantes monochromatiques, ces dernières se propagent donc à des vitesses différentes ; c'est le phénomène de **DISPERSION**.

Lorsqu'une onde rencontre, sans être absorbée, un objet de taille proche de la longueur d'onde ou plus petit, elle est généralement renvoyée dans de multiples directions : c'est la **DIFFUSION**. Une diffusion par un ensemble de particules disposées aléatoirement brouille la cohérence ondulatoire. Dans d'autres cas (diffusion par les atomes ordonnés d'un cristal, diffusion par les bords d'un trou de forme régulière, etc.), cette cohérence se maintient et l'on a alors des interférences bien caractérisées. On parle alors de **DIFFRACTION**.







ONDES ÉLASTIQUES DANS UN FLUIDE

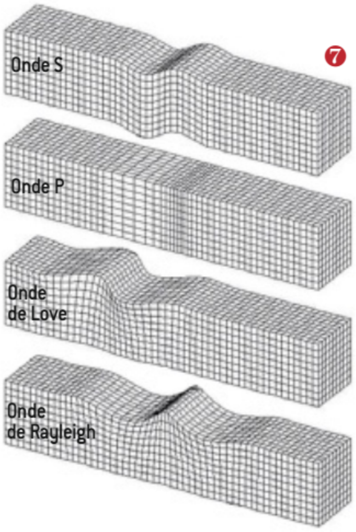
Si, dans un milieu matériel, les atomes ou molécules soumis à un déplacement subissent une force qui les ramène vers leur position d'équilibre, on parle d'élasticité. Une **ONDE ÉLASTIQUE** se propageant dans un liquide ou un gaz correspond à la propagation d'une variation locale de pression ; on la qualifie d'**ONDE ACOUSTIQUE**. C'est une onde longitudinale : l'oscillation des atomes ou molécules autour de leurs positions d'équilibre s'effectue dans la direction de propagation. Les ondes acoustiques perçues par l'oreille humaine sont les **ONDES SONORES** ; leurs fréquences vont de 20 à 20 000 hertz environ. Les **ULTRASONS** ont des fréquences supérieures, les **INFRASONS** des fréquences inférieures. Les **HYPERSONS** ont une fréquence supérieure au gigahertz. Le *la* du diapason correspond à une fréquence de 440 hertz ; les sons graves vont jusqu'à 500 hertz environ, les sons aigus commencent à quelque 4 000 hertz.

ONDES ÉLASTIQUES DANS UN SOLIDE

Dans un solide, une onde élastique est en général à la fois une **ONDE DE COMPRESSION** et une **ONDE DE CISAILLEMENT** (le cisaillement est une force tangentielle qui s'exerce entre deux surfaces solides ou liquides en déplacement relatif). Dans le contexte géologique, une onde élastique est appelée **ONDE SISMIQUE**.

Il existe plusieurs types d'ondes sismiques ❼. Elles se propagent à des vitesses de quelques kilomètres par seconde, qui dépendent du milieu traversé et du type d'onde. Celles qui se propagent dans le volume de la Terre sont dites **ONDES DE VOLUME**. Il s'agit des ondes P et des ondes S : les **ONDES P** (pour *primaires*) sont les ondes de compression, les **ONDES S** (pour *secondaires*) les ondes de cisaillement. Les **ONDES DE SURFACE** se propagent uniquement à la surface de la Terre. Elles regroupent les **ONDES L** et les **ONDES R**. Les ondes L, ou **ONDES DE LOVE**, sont des ondulations horizontales du sol. Les ondes R, ou ONDES DE RAYLEIGH, sont des ondulations verticales.

Les ONDES DE LAMB sont des ondes qui se propagent dans des plaques solides, dont la matière effectue un mouvement soit perpendiculaire à la plaque, soit dans la direction de la propagation.



ONDES OCÉANIQUES ET ATMOSPHÉRIQUES

Une ONDE DE GRAVITÉ est une onde à la surface d'un fluide soumis à la gravité, où le fluide oscille verticalement. Les vagues à la surface de l'eau sont des ondes de gravité.

En météorologie, les ONDES DE GRAVITÉ (ATMOSPHÉRIQUES) sont des ondes de densité ou de pression créées par la poussée d'Archimède, qui tend à soulever les masses d'air moins denses. Les ONDES DE ROSSBY et les ONDES DE KELVIN sont deux types d'ondes de gravité (océaniques ou atmosphériques) d'échelle planétaire, où intervient la force de Coriolis due à la rotation de la Terre.

Les ondes de gravité ne doivent pas être confondues avec les ONDES GRAVITATIONNELLES : ces dernières sont, d'après la théorie de la relativité générale d'Einstein, qui identifie la gravitation à une courbure de l'espace-temps, des ondes de déformation de l'espace-temps. On attend toujours leur découverte directe.

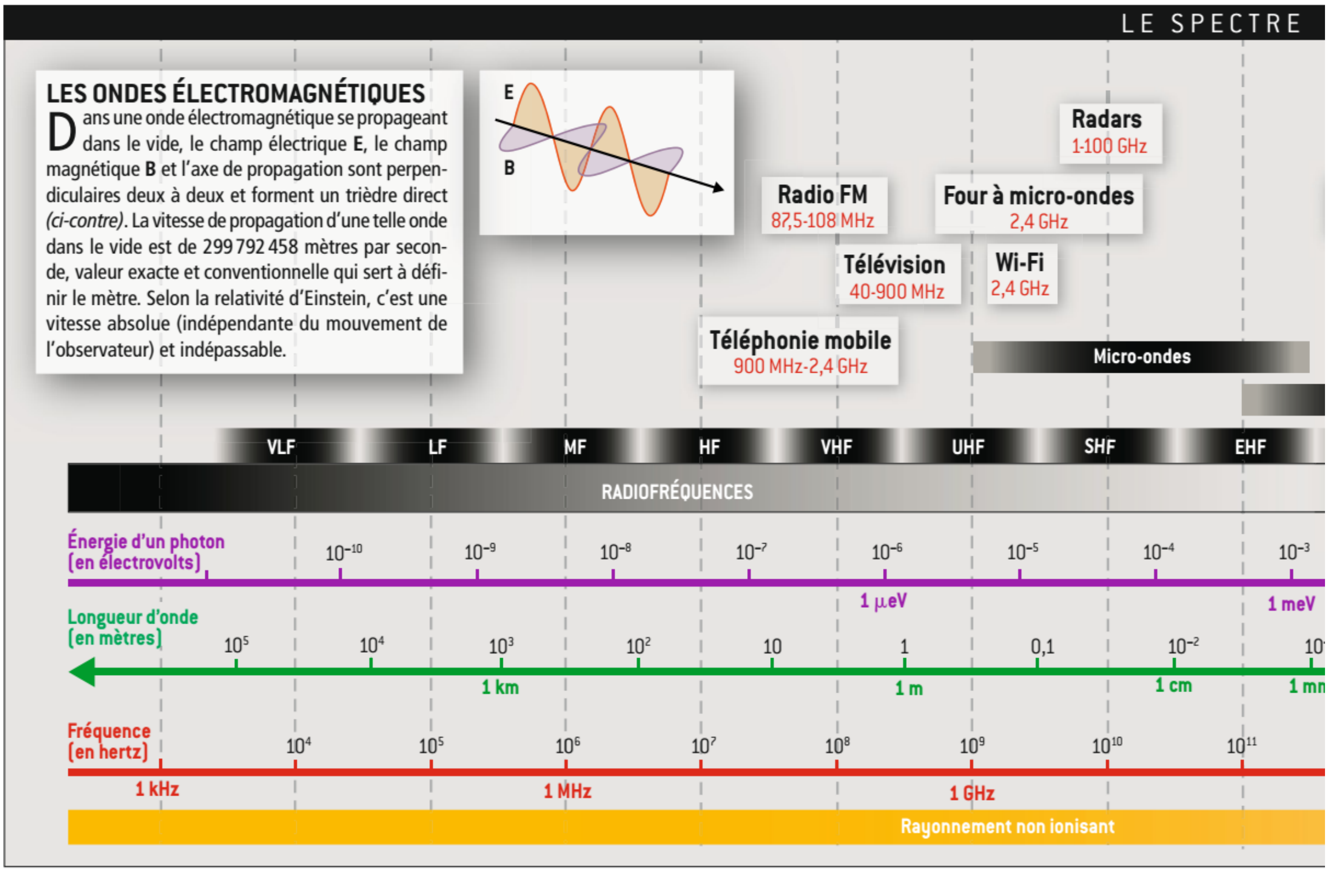
Les ONDES DE KELVIN-HELMHOLTZ sont des ondulations qui se forment à la surface de contact de deux couches de fluide en mouvement à des vitesses suffisamment différentes.

Le mouvement de la marée le long des mers peut être décrit comme une somme de nombreuses ondes périodiques, nommées ONDES DE MARÉE.

LES ONDES EN PHYSIQUE QUANTIQUE

La mécanique quantique attribue à toute particule libre une longueur d'onde égale à h/p, où h est la constante de Planck et p la quantité de mouvement (produit de la masse par la vitesse) de la particule. Cette LONGUEUR D'ONDE DE DE BROGLIE confère à la matière des propriétés ondulatoires, d'où la notion d'ONDES DE MATIÈRE.

Plus généralement, en mécanique quantique non relativiste, un système physique est décrit par une FONCTION D'ONDE, solution de l'équation dite de Schrödinger ; cette fonction de la position et du temps détermine, en termes probabilistes, le comportement du système (par exemple la densité de probabilité de présence d'un électron dans un atome).



En théorie quantique des champs, qui intègre la théorie de la relativité restreinte, les entités fondamentales sont les **CHAMPS QUANTIQUES**, objets mathématiques définis partout et à tout instant, et obéissant à des équations analogues à celles des ondes classiques. Un champ quantique transporte de l'énergie et de la quantité de mouvement par quantités bien définies appelées **QUANTA**. Ainsi, les quanta du champ électromagnétique sont les **PHOTONS**. Les électrons et les positrons sont les quanta d'un autre type de champ, etc.

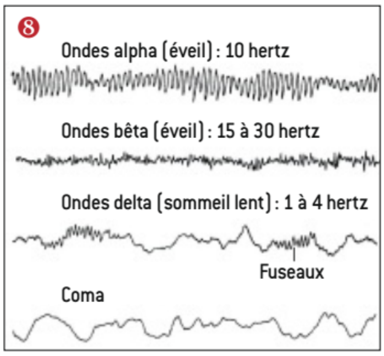
De façon analogue, les **PHONONS** sont les quanta des **ONDES DE VIBRATION** qui se propagent dans un réseau cristallin, et les **MAGNONS** sont les quanta des **ONDES DE SPIN** (ondes où la grandeur qui change est l'orientation du spin ou moment magnétique des atomes).

LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Dans les **ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES**, dont font partie les **ONDES LUMINEUSES**, c'est la combinaison d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui se propage *(voir ci-dessous)*.

LES ONDES DU CERVEAU

On peut enregistrer à la surface du cerveau des différences de potentiel variant de quelques microvolts à plusieurs millivolts. Ces variations résultent de la présence d'ondes électriques qui naissent et se propagent dans le cerveau. En effet, de minuscules courants électriques se créent dans les neurones, dus à la circulation d'ions entre l'intérieur et l'extérieur de ces cellules, au niveau des synapses (les connexions entre neurones). Les courants individuels sont infimes, mais, parce que les prolongements des neurones où ils se déplacent sont parallèles, la somme d'innombrables courants infimes donne un courant macroscopique, à l'origine des ondes électriques cérébrales.



Le tracé d'un électroencéphalogramme, EEG, est extrêmement compliqué, mais il est possible de le décomposer en types d'ondes particuliers que l'on sait associer aux différentes phases de vigilance de l'individu : éveil (au repos, en activité, méditation, etc.), sommeil (sommeil lent profond ou paradoxal) ou encore absence de conscience, par exemple coma. Chacun de ces types d'ondes présente une bande de fréquences caractéristique 8.

Les données enregistrées sur un EEG varient selon l'emplacement des électrodes sur le cuir chevelu. C'est l'analyse de toutes les composantes d'un EEG qui donnent accès en temps réel aux processus cognitifs en cours, normaux ou pathologiques. Les EEG ont une précision temporelle (une milliseconde) supérieure à celle qu'offrent les autres méthodes d'investigation de l'activité cérébrale.