TD ELEC1 : RAPPELS ET SIGNAUX PERIODIQUES

CONSEILS A SUIVRE ; ERREURS A EVITER

1. Comme en régime continu, il faut être vigilant pour l'étude des régimes transitoires quant aux signes, bien représenter le sens de l'intensité et des flèches de tension, essayer d'orienter ces grandeurs selon le sens physique, minimiser le nombre d'inconnues introduites en exploitant directement les lois de Kirchhoff et les équations caractéristiques des dipôles, vérifier le nombre d'inconnues et le nombre d'équations indépendantes exploitées, etc.…
2. Les **constantes d'intégration** d'une équation différentielle se trouvent souvent par continuité de la charge ou de la tension aux bornes d'un condensateur, ou de l'intensité du courant à travers une bobine (et non l'inverse !). Elles doivent **<u>impérativement</u>** être déterminées à partir de la **<u>solution générale de l'équation complète (SGEC)</u>**, et non de la solution générale de l'équation homogène !!!
3. Pour les circuits stables, la solution particulière de l'équation complète (SPEC) correspond au régime permanent atteint lorsque le régime transitoire s'est atténué, régime permanent en général forcé par un générateur, avec le même type de comportement que ce générateur. D'un point de vue mathématique, on peut donc retenir que la SPEC aura la même forme que le second membre de l'équation différentielle : elle sera recherchée sous forme d'une constante K pour un second membre constant, sous une forme affine $at + b$ pour un second membre αt, etc…
4. Lorsqu'on cherche la solution en réponse à une excitation forcée, les conditions initiales sont sans importance, on ne cherche que la solution particulière de l'équation différentielle.
5. La solution forcée est de la forme du second membre ; dans le cas d'un régime sinusoïdal forcé, il s'agit d'une fonction sinusoïdale de même pulsation ; il faut alors déterminer l'amplitude de la réponse et son déphasage par rapport à l'excitation.
6. Il ne faut pas confondre ou mélanger notations réelles (en $\cos(..)$) et complexes (en $\exp(i..)$).
7. Ce qu'on appelle simplement « amplitude » est *a priori* l'amplitude réelle.
8. Il n'y a résonance d'amplitude que pour un facteur de qualité suffisant (ne cherchez pas à retenir la valeur limite), d'autant plus aigüe que Q est grand.
9. Il est souvent utile de chercher à mettre les expressions étudiées sous forme de fonctions dépendant de la pulsation réduite : l'étude de ces formes canoniques est généralement nettement plus simple, et a déjà été effectuée en cours…
10. L'étude qualitative des comportements haute et basse fréquence des circuits électriques et donc de la nature des filtres doit savoir être effectuée rapidement, et permet de vérifier que le résultat analytique obtenu n'est pas incohérent.
11. Il faut connaître les définitions de la valeur moyenne et de la valeur efficace d'un signal périodique, et leurs valeurs pour un signal sinusoïdal.
12. Ne pas confondre fondamental et valeur moyenne d'un signal périodique, ni .
13. Sur un diagramme de Bode, il est important de ne pas confondre graduation linéaire et graduation logarithmique ; par exemple, le « milieu » de la décade ne correspond pas au milieu de l'intervalle de fréquence.
14. Il est important de savoir faire le lien entre spectre et signal,
15. Il est important de savoir analyser la nature d'un signal en sortie d'un filtre en fonction des caractéristiques du filtre et du signal d'entrée.

16. Lorsqu'un ALI présente une boucle de rétroaction négative (sur la borne non inverseuse), on suppose que le régime est linéaire, avec une tension différentielle et des courants d'entrée qui sont alors nuls.

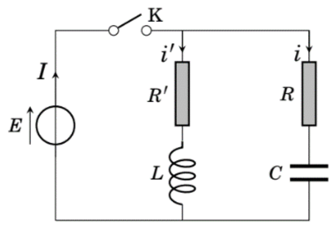
17. Attention, pour un ALI en régime saturé, les tensions d'entrée au niveau des bornes inverseuse et non inverseuse ne sont plus égales ; la tension différentielle est non nulle. Il faut alors raisonner en faisant une hypothèse sur l'état du signal de sortie.

IMPORTANT	Désigne un exercice classique, qu'il est nécessaire de savoir refaire de façon rapide et rigoureuse
	Difficulté des techniques et outils mathématiques nécessaires
	Difficulté d'analyse, de compréhension, prise d'initiatives

APPLICATIONS DE COURS

Exercice 1. A la recherche d'un courant constant IMPORTANT | 1 ou 2 | 1 ou 2

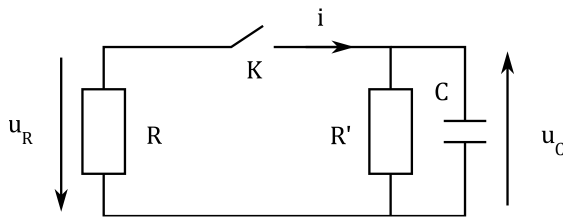
Au temps $t = 0$, on ferme l'interrupteur K dans le circuit ci-dessous ; le condensateur de capacité C est initialement déchargé.



1. Donner, en les justifiant, les expressions des intensités $i(0^+)$ et $i'(0^+)$ ainsi que leur limite quand $t \to \infty$.
2. À l'aide des lois de Kirchhoff, établir les équations différentielles vérifiées par $i(t)$ et $i'(t)$.
3. En déduire les expressions de $i(t)$, $i'(t)$ et $I(t)$.
4. À quelle condition le courant I débité par le générateur est-il stationnaire (I constant) lorsque $t > 0$? Combien vaut-il alors ?

Exercice 2. Etude de systèmes d'ordre 1 et 2 stables IMPORTANT | 1 | 2

On étudie le circuit représenté ci-contre, avec les Conditions Initiales (C.I.) suivantes :



À $t = 0^-$, l'interrupteur K est ouvert et le condensateur est préalablement chargé sous une tension E_0.

À $t = 0^+$, K est fermé.

1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur à $t > 0$, la mettre sous forme canonique et faire apparaitre le temps caractéristique τ (constante de temps). Quelle est la nature du régime étudié ?
2) Résoudre l'équation différentielle et déterminer complètement $u_C(t)$.
3) Représenter graphiquement $u_C(t)$ en faisant apparaitre notamment τ.
4) Déterminer et tracer $i(t)$. Que peut-on dire mathématiquement de $i(t)$.

On ajoute une bobine en série avec la résistance R du circuit précédent et on étudie de nouveau la tension $u_C(t)$ avec les conditions initiales (CI) suivantes :

→ À $t = 0^-$, K est ouvert, le condensateur est chargé sous une tension E_0 et le courant dans le circuit est nul.

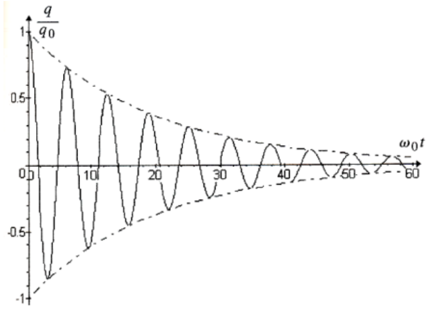
→ À $t = 0^+$, K est fermé, nous étudions le régime libre du courant dans le circuit.

5) Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ et la mettre sous forme canonique.

6) Exprimer ω_0 et Q en fonction de R, R', L et C. Quelles sont ces expressions pour un circuit RLC série simple ?

7) Rappeler la méthode de résolution de ce type d'équation et indiquer les principales caractéristiques des résultats obtenus.

8) On étudie la décharge du condensateur dans un circuit RLC série. Comment peut-on estimer le facteur de qualité de ce circuit si la charge varie selon le graphe ci-contre ?



Exercice 3. Méthode d'Euler et circuit RC IMPORTANT | 1 | 1

On étudie entre les instants t_0 et t_m l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur d'un circuit RC régi par l'équation différentielle

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{1}{\tau}e(t)$$

Où $\tau = RC$ et $e(t)$ une entrée quelconque connus. On connait également la condition initiale à l'instant t_0 : $u_0 = u(t_0)$.

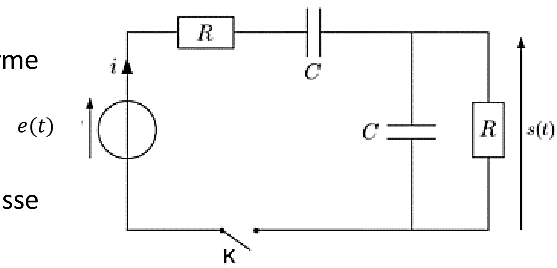
Ecrire un programme python permettant de résoudre numériquement cette équation différentielle.

Exercice 4. Fonction de transfert et excitation harmonique IMPORTANT | 1 | 1 ou 2

On considère un filtre du premier ordre de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau}$. Déterminer la réponse $s(t)$ de ce filtre à un signal d'entrée $e(t) = E_m\cos(\omega_0 t)$ avec $\omega_0 = 1/\tau$. Tracer $e(t)$ et $s(t)$ sur un même graphe.

Exercice 5. Filtre de Wien IMPORTANT IMPORTANT | 1 ou 2 | 2

Le filtre ci-contre est appelé filtre de Wien.



1) Déterminer sa fonction de transfert. La mettre sous forme canonique en établissant les expressions de ses grandeurs caractéristiques.

2) Retrouver par une analyse qualitative à haute et basse fréquence la nature de ce filtre.

3) Retrouver à partir de la fonction de transfert l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ pour une excitation $e(t)$ quelconque obtenue par application directe des lois de l'électrocinétique :

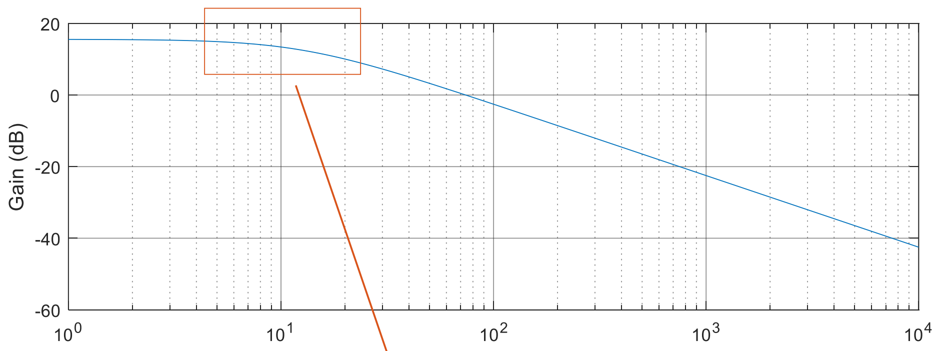
$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{3}{RC}\frac{ds}{dt} + \frac{1}{R^2C^2}s = \frac{1}{RC}\frac{de}{dt}$$

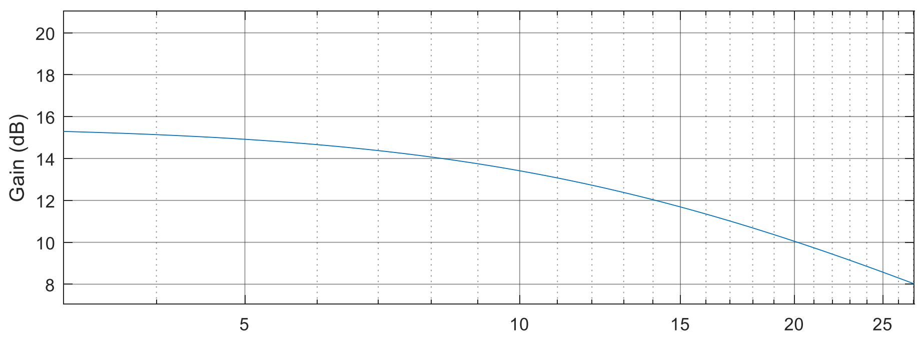
Exercice 6. Lecture d'un diagramme de Bode en gain IMPORTANT | 1 | 1

On considère un système linéaire dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.

1) Repérer la valeur gain logarithmique pour les fréquences de 10 Hz, 300 Hz et 8 kHz.

2) Pour quelle valeur de fréquence a-t-on un gain linéaire de 0,1, un signal de sortie d'amplitude 100 fois plus petite que celle du signal d'entrée, un signal deux fois et demi plus grand en sortie qu'en entrée ? A partir de quelle fréquence le signal de sortie est-il d'amplitude moindre que le signal d'entrée ?





3) Déterminer le gain statique du système puis sa fréquence de coupure à -3 dB.

Exercice 7. Filtre RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale IMPORTANT IMPORTANT | 1 ou 2| 2

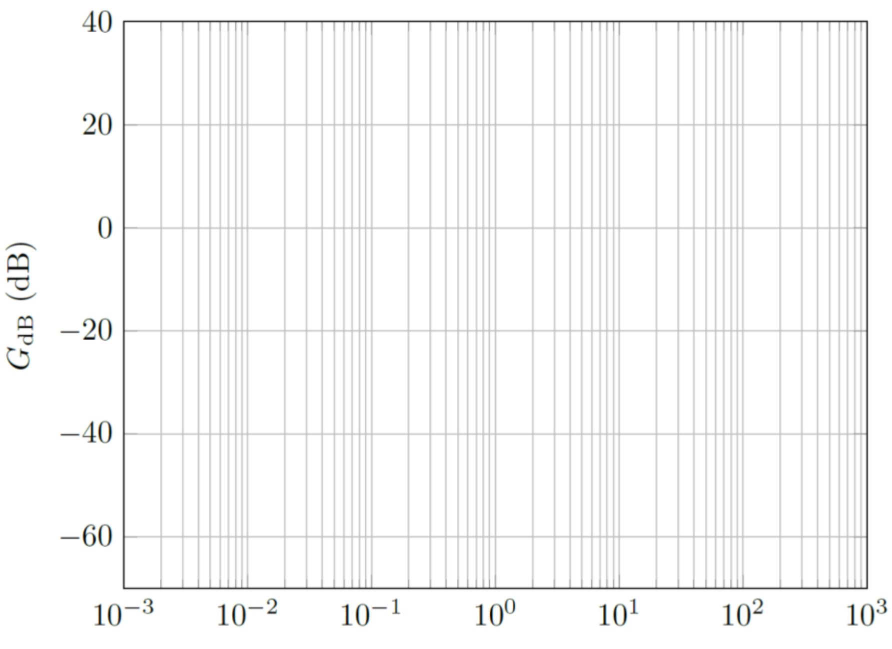
1) Identifier la nature du filtre par une analyse qualitative des comportements à basse et haute fréquence.

2) En considérant la sortie aux bornes de la résistance, montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

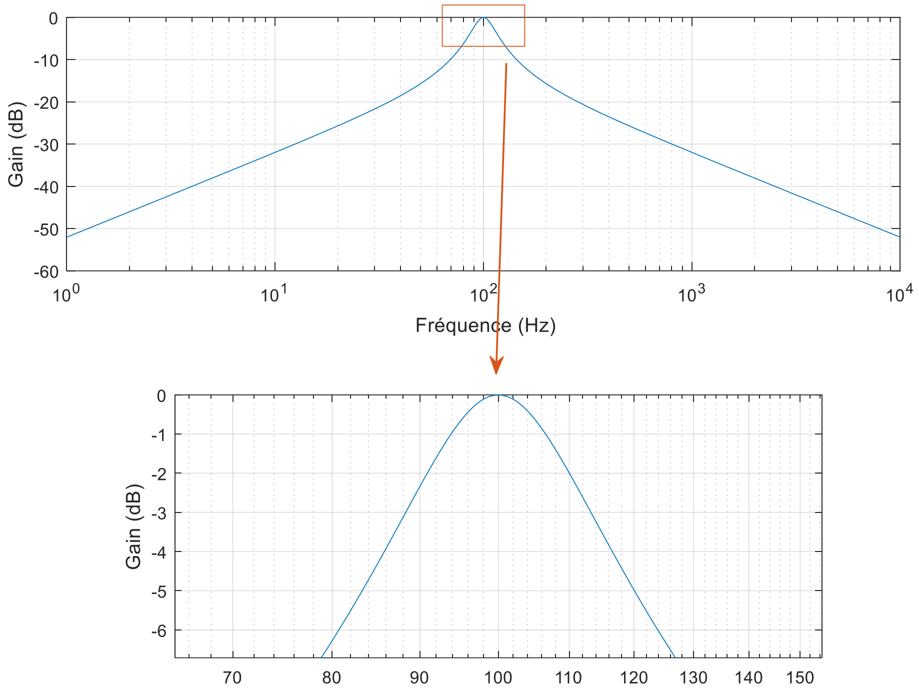
3) Vérifier la nature du filtre à partir de la fonction de transfert. Tracer en justifiant le diagramme de Bode asymptotique en gain.

4) Tracer l'allure du diagramme réel pour $H_0 = 10$ et $Q = 5$ puis $Q = 0{,}01$.

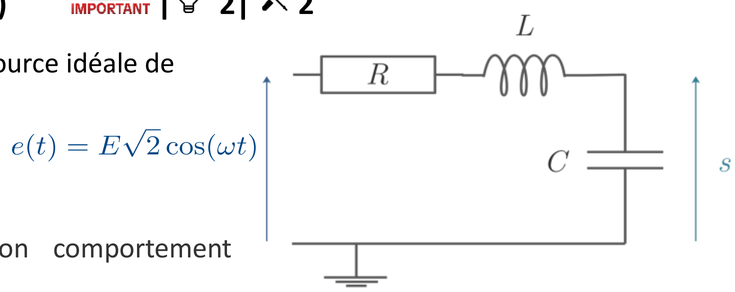


5) Rappeler le lien entre la bande passante des filtres passe-bande d'ordre 2 et le facteur de qualité Q.

6) Estimer le facteur de qualité ainsi que la pulsation propre ω_0 du filtre représenté ci-dessous.



Exercice 8. Circuit RLC (CCINP$_1$, Nathan PC$_{2023}$) IMPORTANT | 2 | 2



On considère une circuit RLC série alimenté par une source idéale de tension délivrant une tension $e(t) = E\sqrt{2}\, cos(\omega t)$.

Données : $L = 1\ H,\ \ R = 40\ \Omega,\ \ C = 1\ \mu F$

1) Prévoir la nature du filtre en étudiant son comportement asymptotique.

2) Calculer $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ et mettre cette fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{\frac{\omega_0 Q}{j\omega}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Exprimer puis calculer ω_0 et Q.

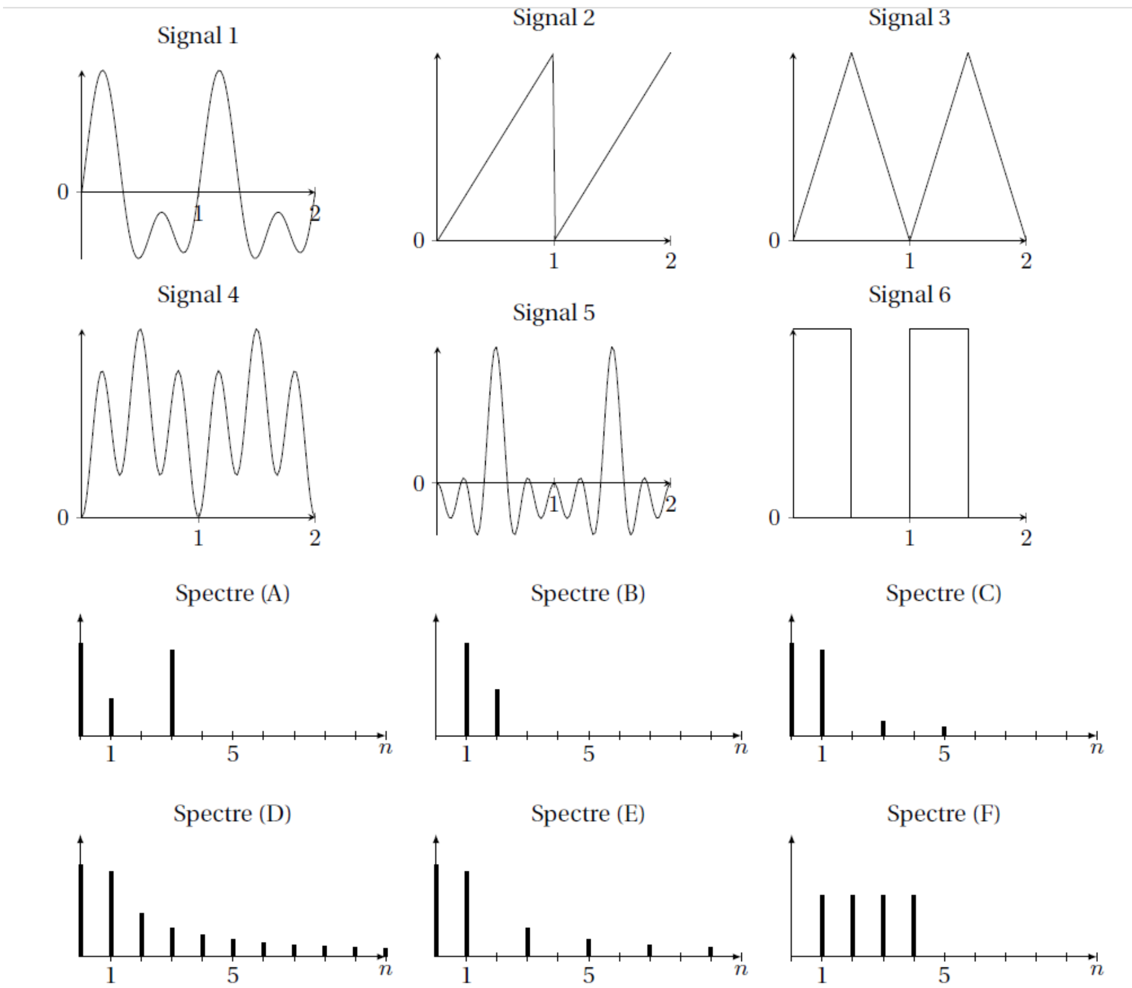
3) Tracer le diagramme de Bode en amplitude de ce filtre.

4) Sachant que les composants risquent de se détériorer pour une intensité les traversant supérieure à $500\ \mathrm{mA}$ et une tension à leurs bornes de $200\ \mathrm{V}$, déterminer la valeur maximale de E.

Exercice 9. Spectre et forme du signal 2 | 0

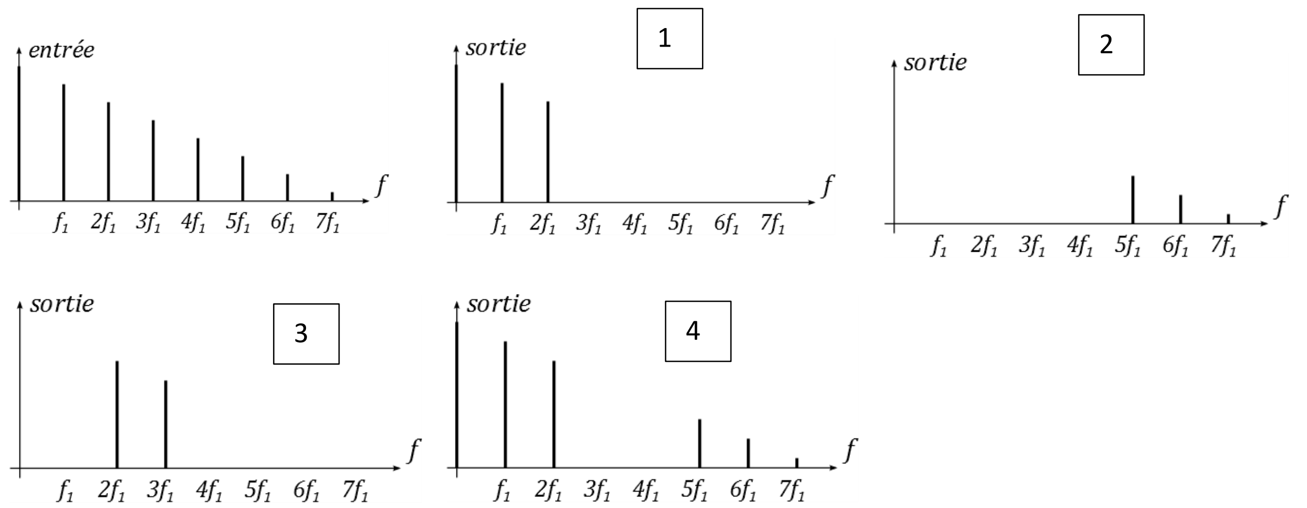
Un expérimentateur a effectué le spectre des 6 signaux temporels de période de 1 ms représentés ci-dessous. Les différents spectres obtenus sont portés sur les figures suivantes.

Attribuez en justifiant chaque spectre à chaque signal



Exercice 10. Nature d'un filtre IMPORTANT | 1 | 0

On donne le spectre d'un signal en entrée puis en sortie de différents filtres ; en déduire la nature de chacun de ces filtres ainsi que les caractéristiques pouvant être précisées.



Exercice 11. Filtrage d'un signal (1) 2 | 0

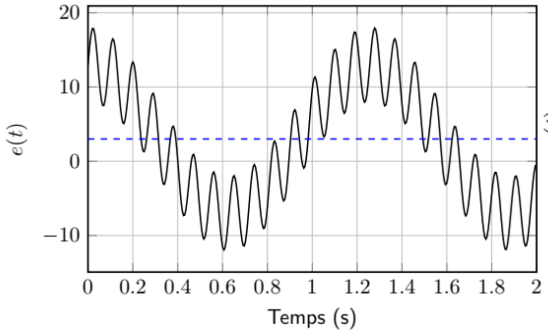
On applique le signal $e(t) = 3 + 10\cos(5t) + 5\sin(70t)$ représenté ci-dessous à l'entrée d'un filtre passe-bas et d'un filtre passe-haut de fréquences de coupure assez proches.

1) Identifier la sortie de chaque filtre.

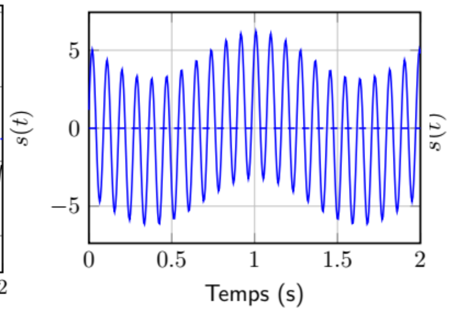
2) Estimer le gain statique (ou gain à fréquence nulle) du filtre passe-bas.

3) L'un des deux filtres possèdent une pulsation de coupure de de 10 rad.s^{-1} et l'autre de 30 rad.s^{-1}. Pouvez-vous attribuer chacune de ces pulsations au filtre correspondant ?

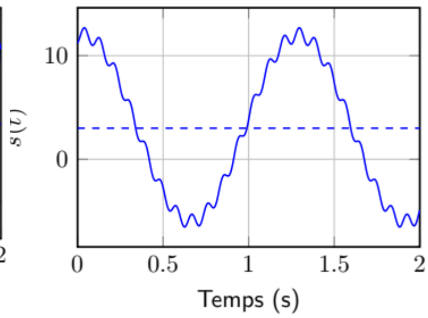
4) Quel filtre faudrait-il utiliser pour obtenir la valeur moyenne du signal d'entrée ?



Signal d'entrée



Signal de sortie du filtre 1



Signal de sortie du filtre 2

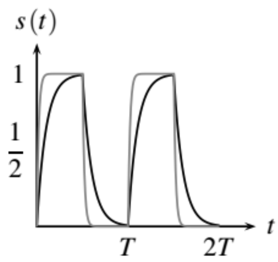
Exercice 12. Filtrage par un passe-bas du premier ordre IMPORTANT | 1 ou 2 | 0

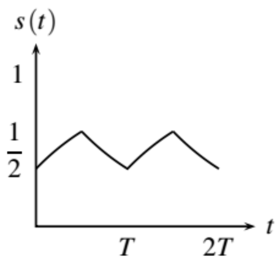
On applique un signal carré de période $T = 2$ ms en entrée de 4 filtres passe-bas du premier ordre caractérisés par leurs pulsations propres ω_i, telles que $\omega_1 = \pi.10^3 \mathrm{rad/s}$, $\omega_2 = \pi.10^4 \mathrm{rad/s}$, $\omega_3 = \pi.10^2 \mathrm{rad/s}$ et $\omega_4 = 20\pi$ rad/s

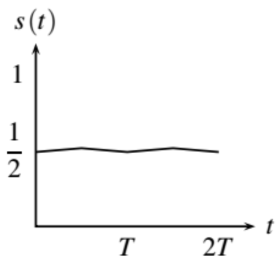
1) Que vaut la valeur moyenne $\langle e(t) \rangle = E_0$ du signal d'entrée ?

2) Associer aux signaux de sortie ci-dessous des filtres a, b, c et d les pulsations propres ω_i associées. Interpréter la forme de ces signaux.

3) Quel peut-être l'intérêt pratique du filtre à $\omega_4 = 20\pi$ rad/s ?



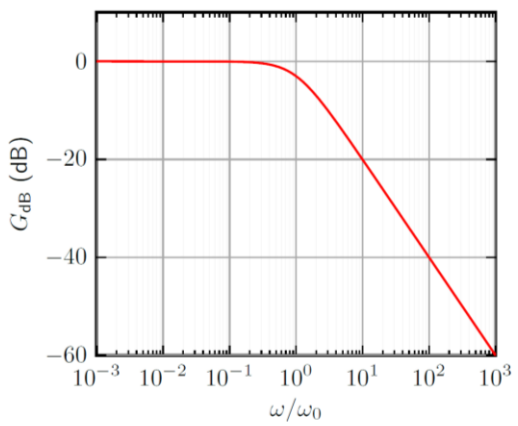


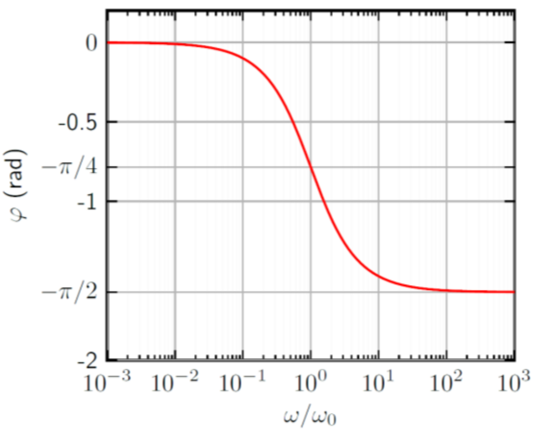


Signaux de sortie : des filtres **a** (en gris) et **b** (en noir) ; filtre **c** ; filtre **d**

Exercice 13. Signal de sortie d'un SLCI IMPORTANT IMPORTANT | 1 | 1 ou 2

Considérons le filtre dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.





1) Identifier la nature et l'ordre du filtre.

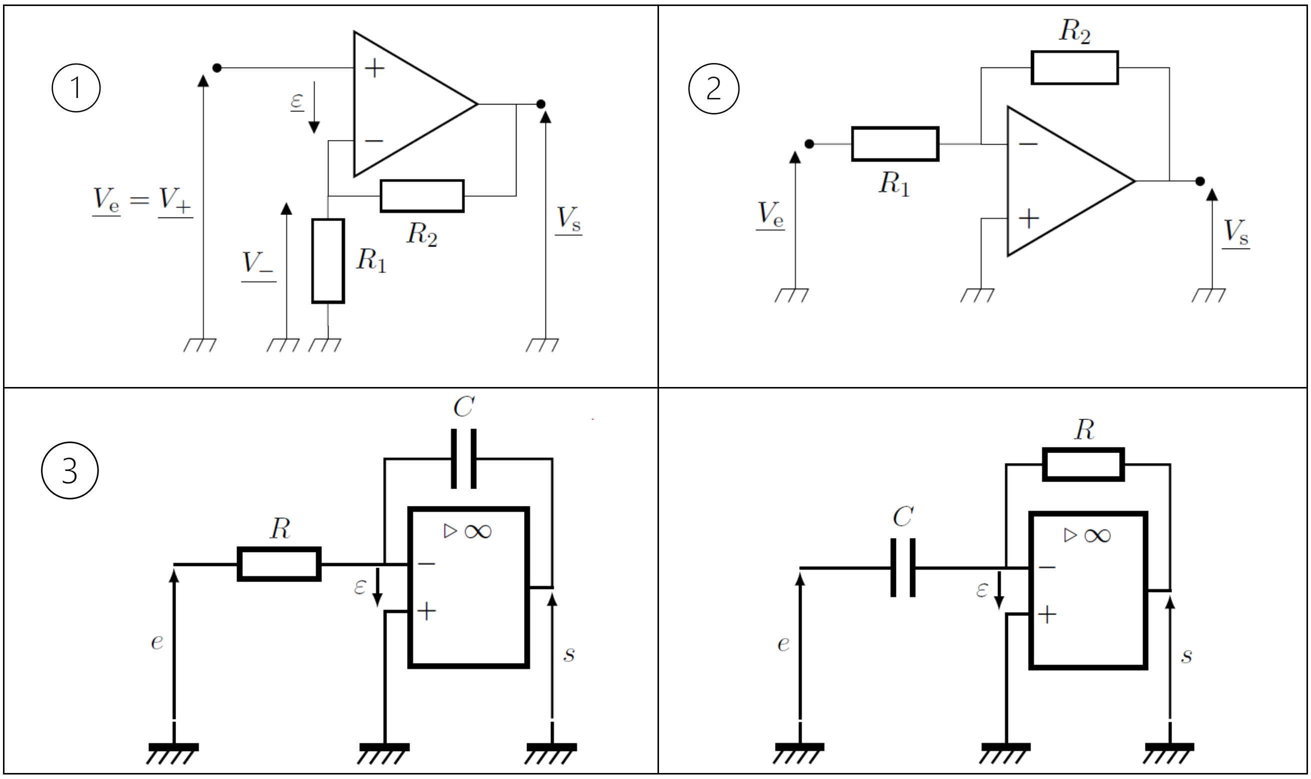
2) On envoie en entrée du filtre le signal $e(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) + E_2 \cos(\omega_2 t) + E_3 \cos(\omega_3 t)$ avec $\omega_1 = \omega_0/100$, $\omega_2 = \omega_0$ et $\omega_3 = 100\,\omega_0$. Donner l'expression du signal de sortie.

3) On envoie en entrée un signal créneau de pulsation $\omega_0/1000$. Prévoir qualitativement l'allure et l'amplitude du signal de sortie.

4) Même question si le signal a une pulsation $100\,\omega_0$.

Exercice 14. Montages avec ALI classiques 2| 1

Etablir les fonctions de transfert et relations caractéristiques des montages ci-dessous. Rappeler leur nom en expliquant leur fonction.



VRAI / FAUX

Exercice 15. Vrai / faux 1

1) Il est possible de passer de la fonction de transfert d'un quadripôle aux équations qui régissent le régime transitoire du système et réciproquement.
2) L'ordre d'un filtre est aussi l'ordre du système en régime transitoire.
3) Un filtre passe-bande laisse passer les hautes fréquences.
4) La pulsation de coupure à – 3 dB est la pulsation pour laquelle la valeur du gain est $\sqrt{2}$ fois plus petite que sa valeur maximale
5) La courbe de gain d'un filtre du premier ordre peut avoir une pente de - 40dB / décade.
6) La courbe de gain d'une filtre du second ordre peut avoir une pente de - 20dB / décade.
7) Les filtres passe-bas et passe-haut du premier ordre peuvent se comporter comme des circuits

dérivateurs.

8) La pulsation de coupure réduite d'un filtre du premier ordre est $x_c = 1$.

9) La pulsation de coupure réduite d'un filtre du second ordre est $x_c = 1$.

10) La phase d'un filtre du premier ordre peut varier de $\frac{\pi}{2}$ au maximum.

11) La phase d'un filtre du second ordre peut varier de $\frac{\pi}{2}$ au maximum.

12) Pour un signal périodique $s(t)$, il est possible de déterminer sur le graphe $s(t)$ fonction de t la composante V_0 de la décomposition de Fourier du signal.

13) On impose en entrée d'un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure 1 kHz un signal sinusoïdal de fréquence 1 MHz ; le signal de sortie est sinusoïdal.

14) On impose à l'entrée d'un quadripôle un signal de la forme $e(t) = E_1 \cos(2\pi f t) + E_2 \cos(15\pi f t + \varphi)$. Le signal de sortie est de la forme $s(t) = S \cos(2\pi f t + \varphi')$; on en déduit que le quadripôle est non linéaire.

Exercice 16. Vrai / Faux 2

VF 1 : Dans un circuit RLC série, il existe toujours une résonance en tension aux bornes de chacun des trois dipôles.

VF 2 : Il est possible d'obtenir un signal carré en appliquant un signal sinusoïdal en entrée d'un filtre linéaire.

VF 3 : Un signal $e(t) = E\cos(\omega t)$ envoyé en entrée d'un filtre de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega_0)$ donne un signal de sortie $s(t) = \underline{H}(j\omega_0)E\cos(\omega t)$

VF 4 : La fonction de transfert d'un filtre dérivateur s'écrit $\underline{H}(p) = H_0 p$ en notation de Laplace.

VF 5 : Un filtre qui multiplie l'amplitude d'un signal sinusoïdal d'entrée par 100 possède un gain de +40 dB.

VF 6 : Il est possible de concevoir un filtre passe bande du second ordre de facteur de qualité Q = 10 et de bande passante à -3 dB comprise entre 3900 et 4300 Hz.

VF 7 : En sortie d'un alternateur d'éolienne, la tension est sinusoïdale à 200 Hz et 600 V d'amplitude. Il est possible de concevoir un système de conversion linéaire permettant d'injecter l'énergie électrique sur le réseau ERDF à 50 Hz et 230 V :

VF 8 : Un signal d'entrée carré donne nécessairement en sortie d'un filtre linéaire stable un signal carré, de même période mais d'amplitude différente et déphasé.

VF 9 : Il y a exactement les mêmes harmoniques dans les spectres des signaux d'entrée et de sortie d'un filtre linéaire.

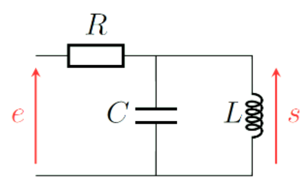
VF 10 : Pour intégrer correctement un signal, il est nécessaire que son spectre soit compris dans la bande atténuée d'un filtre de premier ordre.

■ EXERCICES INCONTOURNABLES

A) Régime transitoire

Exercice 17. Obtention d'une équation différentielle 1 | 1 ou 2

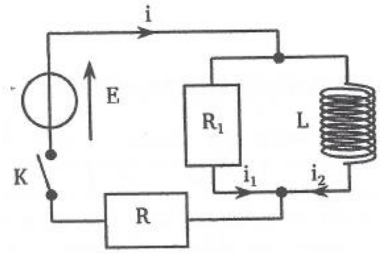
Établir l'équation différentielle reliant s et e dans le circuit ci-contre.



Exercice 18. Circuits d'ordre 1 en régime transitoire |1| 2

Dans le circuit ci-contre, l'interrupteur K est fermé à l'instant $t = 0$. Les intensités sont toutes nulles pour $t < 0$.

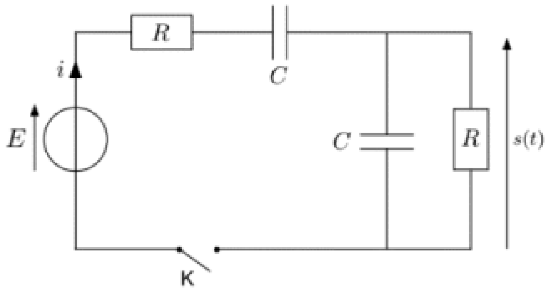
1) Que valent i, i_1 et i_2 pour $t = 0^+$ et pour $t \to \infty$?
2) Quelle est l'équation différentielle vérifiée par i_2 ?
3) Calculer i, i_1 et i_2



Exercice 19. Circuit du second ordre en régime transitoire |1| 2

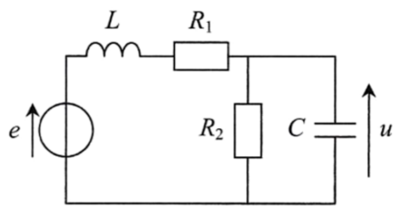
On s'intéresse au montage ci-contre. Les condensateurs sont initialement déchargés et on ferme K à l'instant initial $t = 0$.

1) Déterminer sans calcul la valeur de $s(t)$ ainsi que sa dérivée à $t = 0^+$ puis de la valeur de $s(t)$ au bout d'un temps très long.
2) Montrer que $s(t)$ vérifie une équation différentielle de la forme $\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{3}{\tau}\frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau^2} = 0$. On déterminera l'expression de τ.
3) Trouver l'expression de $s(t)$ en déterminant précisément les constantes d'intégration. Tracer $s(t)$.



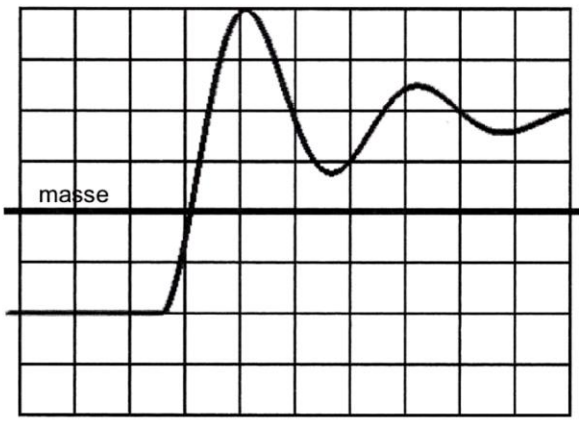
Exercice 20. Décrément logarithmique 2 ou 3| 2

On étudie la réponse $u(t)$ à un échelon de tension $e(t)$ dans le circuit ci-contre.



1) Déterminer la valeur $u(\infty)$ vers laquelle tend $u(t)$ lorsque la valeur $e(t)$ est E.
2) Etablir l'équation différentielle caractéristique de ce circuit et la mettre sous forme canonique en exprimant Q et ω_0 en fonction de L, C, R_1 et R_2.
3) On observe sur un oscilloscope la courbe $u(t)$ qui suit.

   Sachant que $L = 30$ mH et $E = 10$ V, déterminer la valeur numérique de C et $\frac{R_1}{R_2}$. On donne le calibre vertical qui est de 4,5V/div.

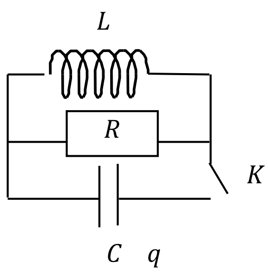


1 div = 200 µs

Exercice 21. Régime libre |2| 2

L'interrupteur K est ouvert depuis longtemps, et le condensateur C a été chargé sous une tension $E = 100$ kV.

On donne : $C = 10$ µF ; $L = 4$ mH, $R = 10\ \Omega$.



1) Proposer un montage ayant permis cette opération.

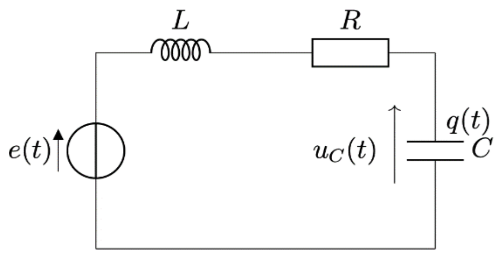
A un instant considéré comme $t = 0$, on ferme K.

2) Calculer la charge initiale de C notée q_0.
3) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur et la résoudre. Tracer la courbe associée.

4) Déterminer de 2 façons l'énergie dissipée par effet Joule sur l'ensemble de la décharge.

Exercice 22. Circuit RLC en régime transitoire (Oral IMT, PC 2023) 1| 2 ou 3

On étudie le circuit RLC série alimenté par un générateur de tension délivrant une tension $e(t)$ (voir ci-contre).



Le condensateur est initialement déchargé.

- Pour $t < 0$, le générateur de tension est éteint.
- Pour $t > 0$, ce générateur délivre une tension $E > 0$ continue.

1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur. On l'écrira sous forme canonique en introduisant la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q.

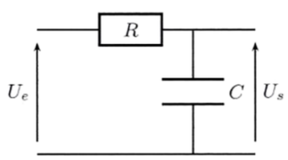
2) On prend $L = 10\ \mathrm{mH},\ \ R = 100\ \Omega,\ \ \mathrm{C} = 10\ \mathrm{nF}$. Donner les valeurs de la pulsation propre et du facteur de qualité.

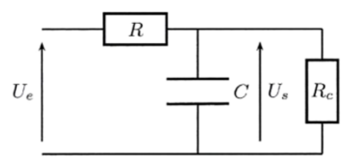
3) Déterminer les solutions de l'équation différentielle (il faudra en particulier déterminer l'expression des constantes d'intégration). Tracer l'allure de la solution.

B) Régime sinusoïdal forcé, fonctions de transfert et diagramme de Bode

Exercice 23. Fonction de transfert et influence de la charge 1| 1 ou 2

Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$ du quadripôle RC représenté ci-contre, en sortie ouverte (schéma de gauche) puis avec une résistance de charge R_C (schéma de droite)





Exercice 24. Validité d'une fonction de transfert IMPORTANT | 1| 1 ou 2

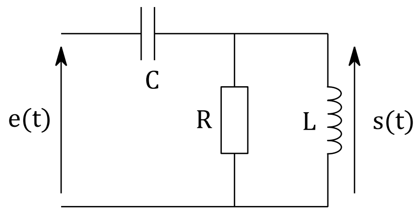
Quatre étudiants calculent la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{s}/\underline{e}$ du filtre ci-contre et trouvent respectivement :

a) $\underline{H} = \frac{LC\omega^2}{1+j\frac{\omega}{RC}+LC\omega^2}$

b) $\underline{H} = \frac{LC\omega^2}{-1-j\frac{L}{R}\omega+LC\omega^2}$

c) $\underline{H} = \frac{LC\omega^2}{1+jL\omega-LC\omega^2}$

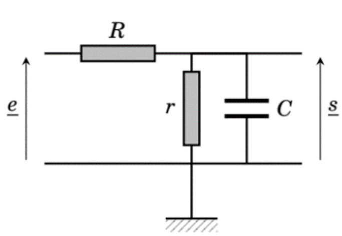
d) $\underline{H} = \frac{jL\omega}{R+jL\omega-LC\omega^2}$

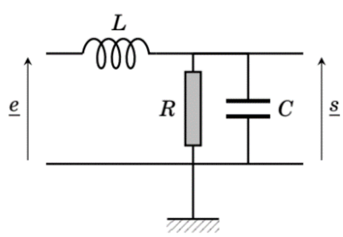


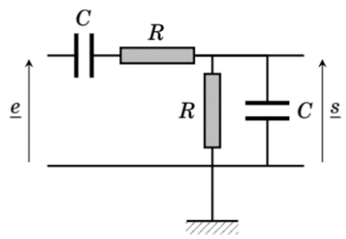
1. Sans aucun calcul, identifier lesquelles sont nécessairement fausses.
2. Retrouver par le calcul l'expression de la fonction de transfert correcte.

Exercice 25. Analyse qualitative de la nature de filtres IMPORTANT | 1 ou 2| 1

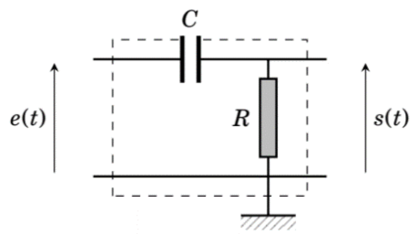
Préciser la nature des filtres suivants par simple analyse hautes et basses fréquences





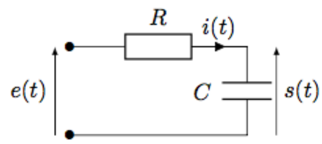


Exercice 26. Filtre passe-haut IMPORTANT | 1 ou 2 | 1 ou 2



1) Montrer que le filtre ci-contre est un filtre passe-haut.
2) Déterminer sa fréquence de coupure.
3) Justifier qu'il agit comme un dérivateur à basse fréquence (fréquences plus faibles que la fréquence de coupure).

Exercice 27. Filtre RC passe-bas IMPORTANT | 1 | 2



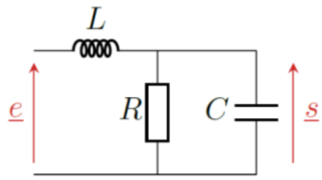
Considérons le circuit RC série ci-contre alimenté par une source idéale de tension délivrant une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$. On étudie la tension de sortie $s(t)$ aux bornes du condensateur de capacité C.

a) Faire une analyse qualitative de la nature du filtre puis établir la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$. La mettre sous forme canonique.

b) Démontrer que la pulsation $1/\tau$ correspond bien à la pulsation de coupure des filtres du premier ordre.

c) Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase en justifiant, en particulier les asymptotes.

Exercice 28. Diagramme de Bode (1) 1 | 2

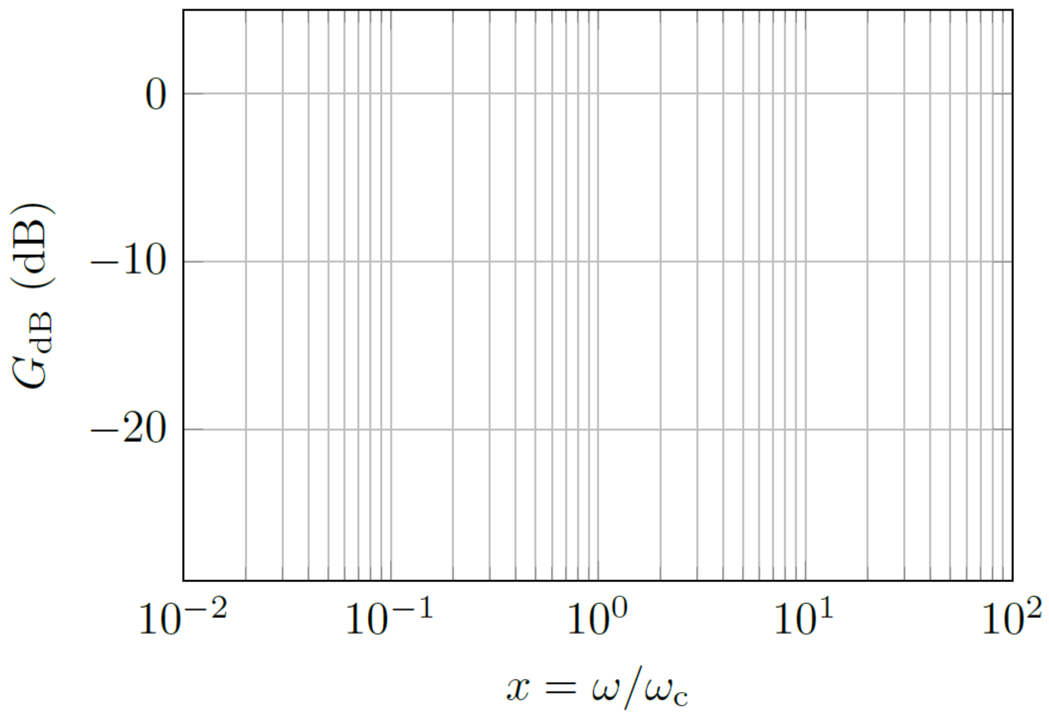


1 - Déterminer la nature du filtre ci-contre.

2 - Établir sa fonction de transfert et l'écrire sous forme canonique :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

3 - Représenter son diagramme de Bode en gain pour $Q = 10$ et $Q = 0{,}1$.



C) Signaux périodiques, analyse de Fourier et application au filtrage

Exercice 29. Enregistrement de sons

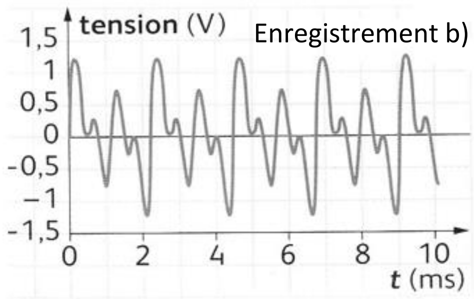
IMPORTANT | 1 | 1

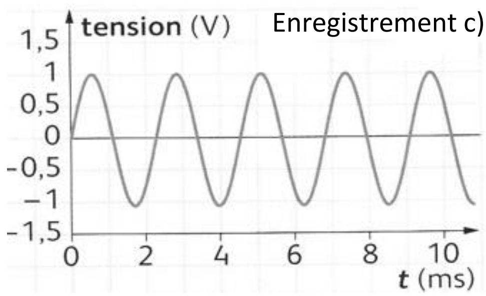
Pour accorder son instrument, un guitariste utilise un diapason qui émet un son pur. Un dispositif d'acquisition permet d'obtenir les enregistrements b) et c) ci-dessous. L'un de ces enregistrements correspond au son émis par le diapason seul et l'autre au son émis par la guitare seule.

Document :

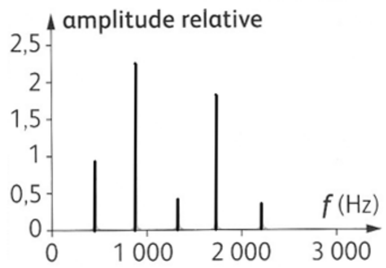
L'amplitude d'un signal produit par un instrument de musique va définir l'intensité du son (fort ou faible, notion de décibels). Chaque son peut être caractérisé par son spectre. La note jouée par un instrument de musique est alors définie par la fréquence du fondamental associé. Pour une note donnée, soit pour une fréquence de fondamental donnée, la richesse du spectre (amplitudes relatives des harmoniques de rang n) va définir le timbre de l'instrument (la même note jouée par un piano, un violon ou une flûte, à la même intensité, ne sera pas perçue de la même manière). Un diapason a pour caractéristique de produire un son dit pur, associé à un signal sinusoïdal.

Note	Do_3	$Ré_3$	Mi_3	Fa_3	Sol_3	La_3	Si_3
Fréquence (Hz)	262	294	330	349	392	440	494





L'analyse spectrale du son de la guitare fournit le spectre ci-contre.



a) Attribuer à chaque instrument sa courbe b) ou c) en justifiant votre réponse, et en indiquant si le son produit est un son pur ou un son complexe.

b) Représenter le spectre du son émis par le diapason.

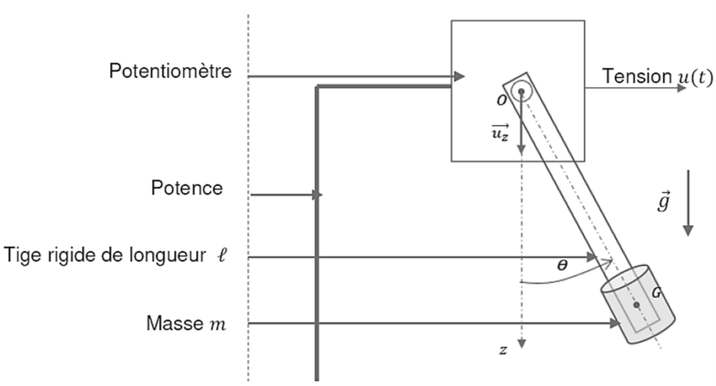
c) À quoi correspondent les différents pics du spectre du son de la guitare ?

d) Quelle note la guitare joue-t-elle ? est-elle bien accordée avec le diapason ?

Exercice 30. Etude du spectre associé aux oscillations d'un pendule – ATS 2020

3 | 1

On considère le dispositif ci-contre permettant d'observer le mouvement d'un pendule pesant constitué d'une tige rigide de longueur ℓ et d'une masse m fixée à son extrémité., oscillant autour du point O. La position angulaire $\theta(t)$ de la tige est repérée par rapport à l'axe vertical descendant Oz. Un potentiomètre alimenté permet de suivre la position angulaire $\theta(t)$ de la tige en délivrant une tension $u(t) = k\theta(t)$ avec k constante.

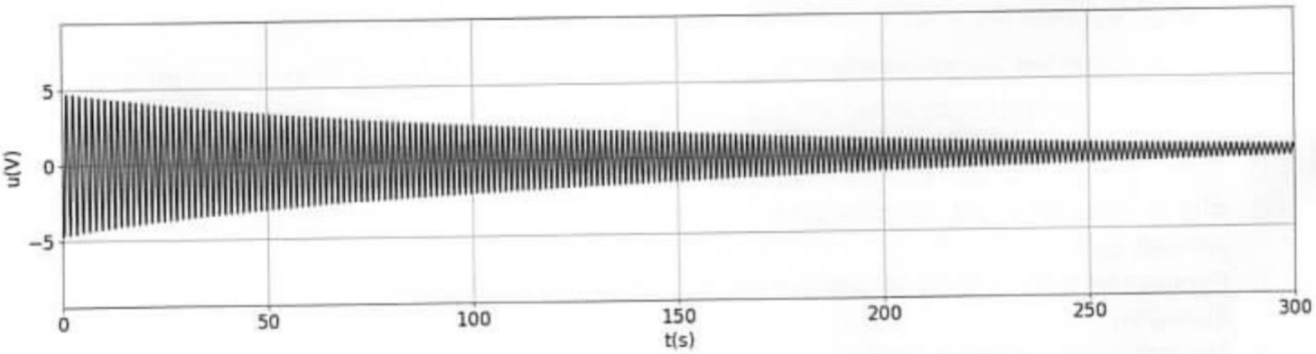


Une fois lancé, le pendule oscille avec une fréquence d'oscillation telle que :

$$\theta(t) \approx \theta_0(\sin(\omega_0' t) + \frac{\theta_0^2}{192}\sin(3\omega_0' t))$$

Avec $$T_0' = \frac{2\pi}{\omega_0'} \approx T_0 \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$$

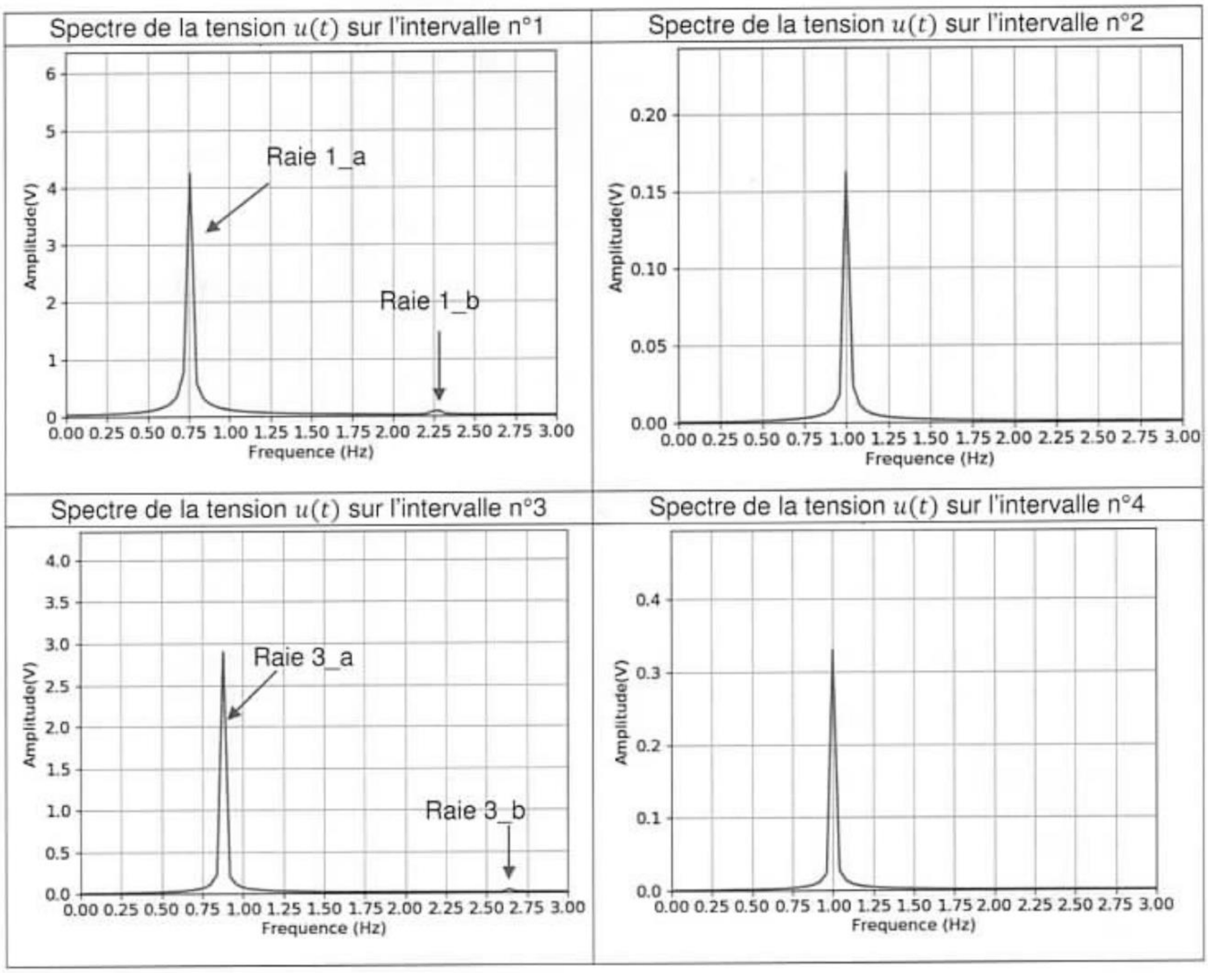
On donne ci-dessous le relevé expérimental de la tension $u(t)$.



Quelle doit être la fréquence $\boldsymbol{f_e}$ d'échantillonnage permettant une acquisition de 600 000 échantillons de la tension $\boldsymbol{u(t)}$ pendant 300 s ?

L'étude des oscillations pendant 300 s met logiquement en évidence l'influence des frottements. Cependant, en étudiant les oscillations sur des intervalles de temps plus court de 25 s, on peut en première approximation encore négliger l'effet des frottements.

On donne ci-dessous les spectres obtenus pour 4 intervalles distincts de 25 s chacun, appelés intervalles n°1, n°2, n°3 et n°4 :



1) Quel instrument de mesure peut-on utiliser afin d'obtenir le spectre de la tension $\boldsymbol{u(t)}$?

2) Dans quel ordre peut-on classer les intervalles associés aux différents spectres ?

3) Sur quel(s) intervalle(s) l'isochronisme des oscillations harmoniques du pendule est-il observable ? Justifier.

4) Sur quel(s) intervalle(s) les effets non linéaires des oscillations du pendule sont-ils observables ? Justifier en repérant ces effets non linéaires.

5) Donner la valeur de la fréquence propre f_0 du pendule.

6) Justifier la valeur de la fréquence associée à la raie 1_b.

Exercice 31. Filtrage d'un signal (oral banque PT) | 2 | 1

On considère un signal avec une composante continue égale à 1 V, un fondamental de fréquence 1 kHz d'amplitude 3 V, et un bruit de fréquence 20 kHz d'amplitude 100 mV déphasé de $\pi/2$.

1 - Représenter le signal et son spectre.

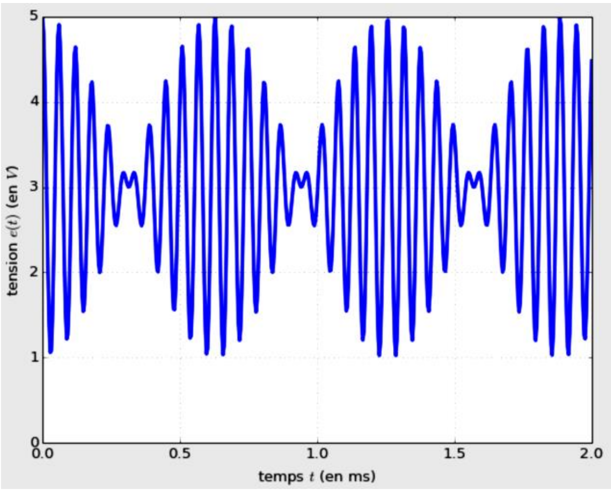
2 - Donner son expression mathématique.

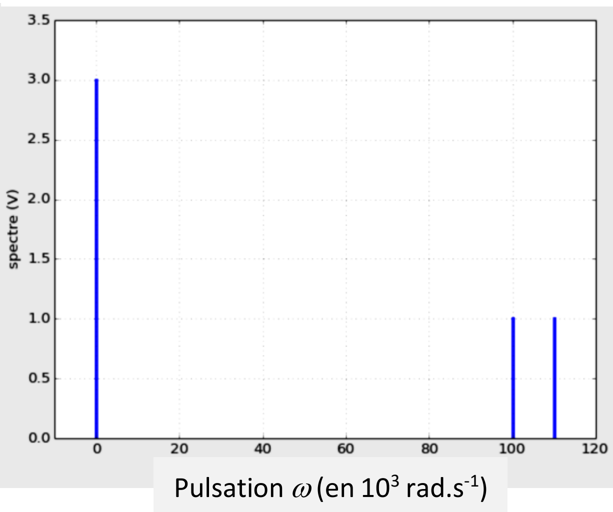
3 - On dispose des huit filtres ci-dessous. Dessiner l'allure du signal filtré dans chaque cas.

(1) Passe-bas 10 Hz ;	(4) Passe-haut 10 Hz ;	
(2) Passe-bas 10 kHz ;	(5) Passe-haut 10 kHz ;	(7) Passe-bande 20 kHz ;
(3) Passe-bas 100 kHz ;	(6) Passe-bande 1 kHz ;	(8) Coupe-bande 1 kHz.

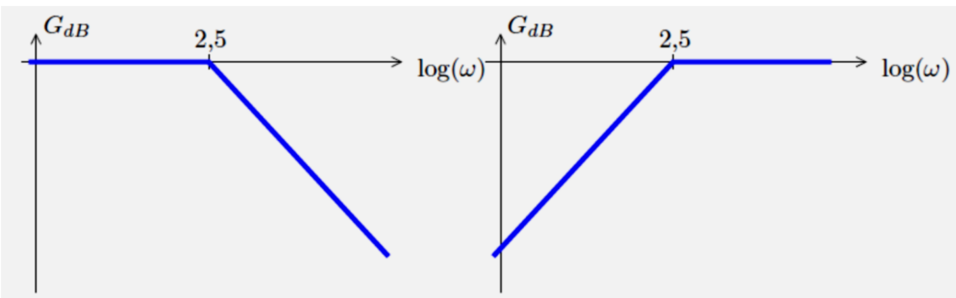
Exercice 32. Filtrage d'un signal (2) (O. Alloschery) 2 | 1

On considère le signal électrique dont la tension et le spectre (décomposition en série de Fourier) sont représentés ci-dessous.





Tracer l'allure de la tension en sortie de chacun des filtres dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



Exercice 33. Etude d'un filtre (Oral CCINP MP) 2 ou 3 | 2

On considère le filtre ci-dessous. On fixe $f_0 = 10$ Hz.

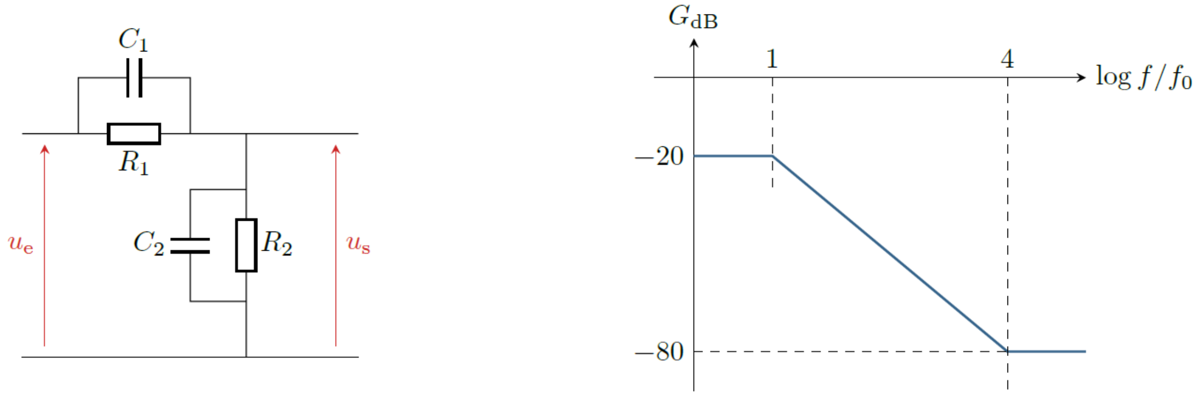


Schéma et diagramme de Bode du filtre étudié

1) On donne $R_1 = 90$ kΩ et $C_1 = 10$ nF. En utilisant le comportement du filtre en basse fréquence et en haute fréquence, déterminer R_2 et C_2.

2) Quel est le comportement du filtre dans la plage 100 Hz – 100 kHz ?

3) On envoie en entrée un signal de fréquence 1 kHz constitué des deux premières harmoniques de rang pair, d'amplitudes respectives 6 V et 4 V. Quel est le signal en sortie ?

4) On envoie maintenant en entrée le signal suivant :

$$u_e(t) = 10\cos(2\pi f_1 t) + 10\,cos(2\pi f_2 t) \text{ (en volts)}$$

avec $f_1 = 10$ Hz et $f_2 = 100$ kHz. Quel est le signal en sortie ?

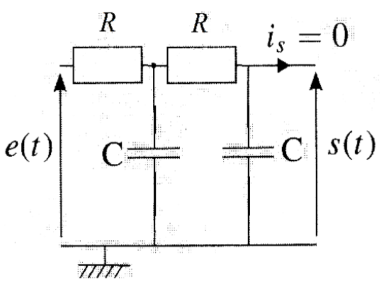
Exercice 34. Filtrage d'un signal carré (Oral CCMP MP2022) IMPORTANT | 2 | 2

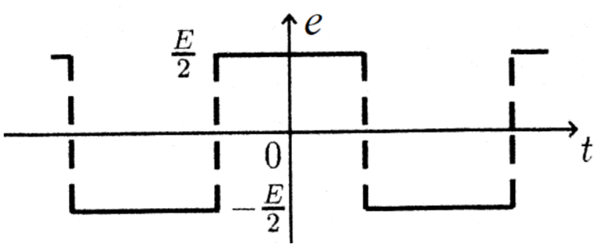
On considère le circuit suivant. On envoie à l'entrée un signal créneau $e(t)$ de fréquence $f = 1{,}0$ kHz représenté ci-dessous.

La décomposition en série de Fourier du signal d'entrée est :

$$e(t) = \frac{2E}{\pi}\left(\cos(\omega t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega t) + \frac{1}{5}\cos(5\omega t) + \cdots\right)$$

Données : Données : $E = 1\,V,\ \ R = 330\,\Omega,\ \ C = 470\,nF$





1 - Déterminer la nature de ce filtre en faisant une étude du comportement asymptotique.

2 - Déterminer la fonction de transfert du filtre $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ que l'on mettra sous forme canonique.

3 - Tracer le diagramme de Bode en gain asymptotique puis réel de ce filtre.

4 - Déterminer le signal de sortie.

Exercice 35. Choix d'une station de radio 2 | 2

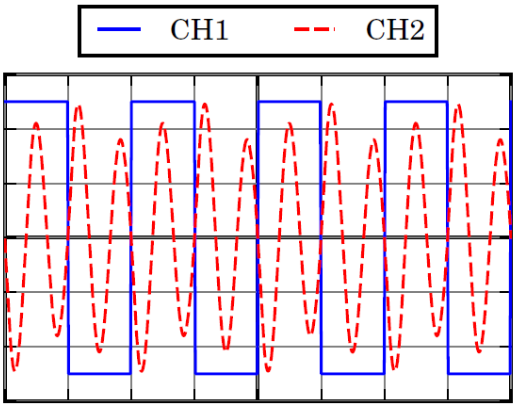
On souhaite écouter la station de radio France Inter, de fréquence f_1 = 90,6 MHz. La station la plus proche en fréquence est RFM, à f_2 = 90,1 MHz. On suppose que les signaux des deux stations sont d'amplitudes identiques. Un poste de radio est équipé d'un filtre de fonction de transfert suivante, avec ω_0 et Q deux caractéristiques du filtre.

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

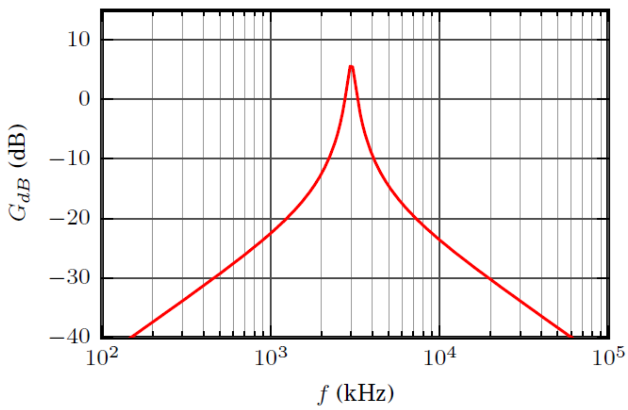
1. Quelle est la nature du filtre ? Comment choisir la pulsation $\omega_0 = 2\pi f_0$ du filtre ?
2. On veut que les autres stations soient atténuées d'au moins 40 dB par rapport à celle que l'on souhaite écouter. À quelle condition sur le facteur de qualité Q est-ce le cas ?

Exercice 36. Signal de sortie d'un filtre (adapté oral banque PT par *E. Thibierge*) IMPORTANT | 2 | 2

La figure ci-dessous représente les signaux d'entrée (voie 1) et de sortie (voie 2) d'un filtre acquis via un oscilloscope numérique ainsi que son diagramme de Bode.



Time = 0.5 ms/div — CH1 = 1 V/div — CH2 = 500 mV/div



Données : Décomposition en série de Fourier d'un signal quelconque de fréquence $f = \frac{\omega_1}{2\pi}$:

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\omega_1 t) \qquad \text{avec } A_n \text{ et } B_n \in \mathbb{R}$$

Spectre d'un signal créneau symétrique centré : $A_0 = 0$; $A_1 = \frac{4A}{\pi}$ avec A l'amplitude du signal

$$\forall n, \quad B_n = 0\,; \qquad A_n = \begin{cases} 0 & \forall n \text{ pair} \\ \frac{A_1}{n} & \forall n \text{ impair} \end{cases}$$

1 - Déterminer l'amplitude, la fréquence et la valeur moyenne du signal créneau.

2 -Justifier que $B_n = 0$ pour le signal créneau représenté.

3 - Identifier la nature du filtre et donner sa fréquence propre f_0.

4 - Dans un premier temps, on fait l'approximation que le filtre ne transmet qu'une unique harmonique du signal d'entrée : quelle est alors la forme du signal de sortie ? En exploitant l'oscillogramme fourni, déterminer les caractéristiques quantitatives de ce signal de sortie. À quelle harmonique du signal d'entrée l'harmonique transmise correspond-elle ?

5 - L'oscillogramme montre que cette approximation n'est pas très satisfaisante : il est nécessaire de prendre en compte au moins une seconde harmonique. Quelles sont les deux harmoniques qui pourraient potentiellement jouer ce rôle ?

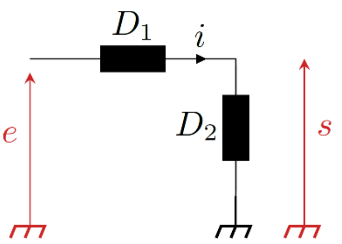
6 - Déterminer graphiquement la fréquence de l'harmonique à considérer. Confirmer ce résultat en calculant à partir du diagramme de Bode le poids dans le signal de sortie des deux harmoniques envisageables.

7 - Justifier quantitativement que les autres harmoniques du signal de sortie sont négligeables.

8 - Représenter sur un même graphe et à l'échelle le spectre du signal d'entrée et celui du signal de sortie.

Exercice 37. Identification des composants d'un filtre (écrit Navale + oral CMP) 2 ou 3 | 2

1) On étudie (à vide) le quadripôle constitué de deux dipôles (D_1) et (D_2), disposés comme l'indique la figure ci-contre. Ces dipôles ont été formés à partir d'une résistance R, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L selon un assemblage inconnu.



Seules les bornes d'entrée (alimentées par un générateur de fém $e(t)$) et de sortie (où l'on mesure la tension de sortie $s(t)$) sont accessibles à l'expérimentateur. On réalise les manipulations suivantes.

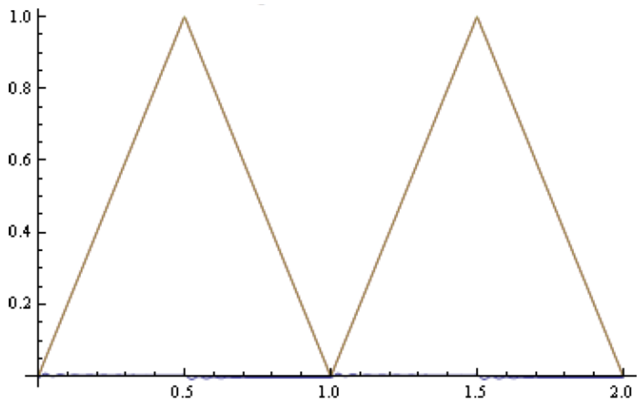
Manipulation 1 : Le quadripôle est alimenté par une pile de f.é.m. constante $e(t) = E_0 = 15{,}0$ V et de résistance interne négligeable. En régime établi, on mesure un courant d'entrée d'intensité $i(t) = i_0 = 15{,}0$ mA.

Manipulation 2 : Le quadripôle est à présent alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $e(t) = E_1 \cos(\omega t)$ avec $E_1 = 10$ V, et on réalise une étude en fréquence de la réponse $s(t)$ du système.

L'étude du diagramme de Bode obtenu montre qu'il s'agit d'un filtre passe-bande d'ordre 2 dont le gain passe par sa valeur maximale pour la fréquence $f_0 = 1\text{ kHz}$, et dont la bande passante à –3 dB vaut $\Delta f = 0{,}1$ kHz.

A l'aide des **résultats des différentes manipulations** décrites, déterminer la disposition des composants dans le quadripôle ainsi que les valeurs numériques de R, L et C.

2) Approche de Fourier : Le signal d'entrée est désormais le signal triangle représenté ci-contre. Une unité en abscisse correspond à une période de fréquence f_0, une unité en ordonnée correspond à une tension de 10 V.

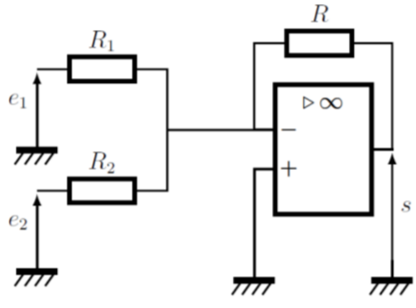


Donner la nature du signal en sortie, son amplitude ainsi que sa valeur moyenne pour les 3 cas suivants : $f_{01} = 1\text{ kHz}$,

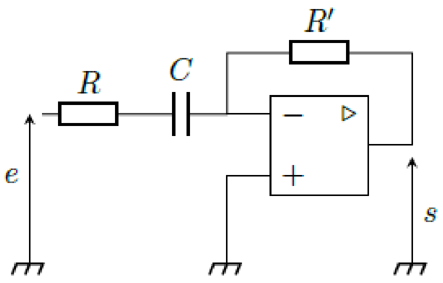
$f_{02} = 100\text{ kHz}$, $f_{03} = 100\text{ Hz}$,

Exercice 38. Montage sommateur inverseur 1 | 1

Etablir pour ce montage le lien entre les deux tensions d'entrée et la tension de sortie.



Exercice 39. Filtra actif amplificateur 2 | 2



1) Identifier sans calculs la nature du filtre ci-contre.
2) Etablir sa fonction de transfert sous forme canonique :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - j\,\omega_c/\omega}$$

3) On souhaite une pulsation de coupure $\omega_c = 1.10^4$ rad.s^{-1} et un gain en haute fréquence constant de 20 dB. Déterminer les valeurs nécessaires pour R' et C si $R = 1\ k\Omega$.
4) Tracer le diagramme de Bode du filtre.
5) On envoie en entrée du filtre une tension sinusoïdale $e(t) = E_0\cos(\omega t)$. Donner l'allure de la tension de sortie et de son spectre dans les 4 cas suivants :

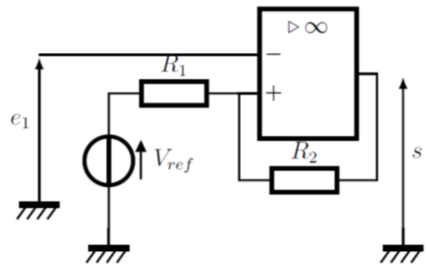
Cas a : $E_0 = 1\ V$ et $\omega = 1.10^2$ rad.s^{-1} Cas b : $E_0 = 1\ V$ et $\omega = 1.10^5$ rad.s^{-1}

Cas c : $E_0 = 3\ V$ et $\omega = 1.10^2$ rad.s^{-1} Cas d : $E_0 = 3\ V$ et $\omega = 1.10^5$ rad.s^{-1}

Exercice 40. Comparateur à hystérésis : le trigger de Schmidt 2 ou 3| 1

Le circuit ci-contre est alimenté par une tension d'entrée $e(t)$ ainsi qu'une tension dite de référence constante $V_{réf.}$ Etablir l'expression du signal de sortie en fonction des plages de valeur du signal d'entrée.

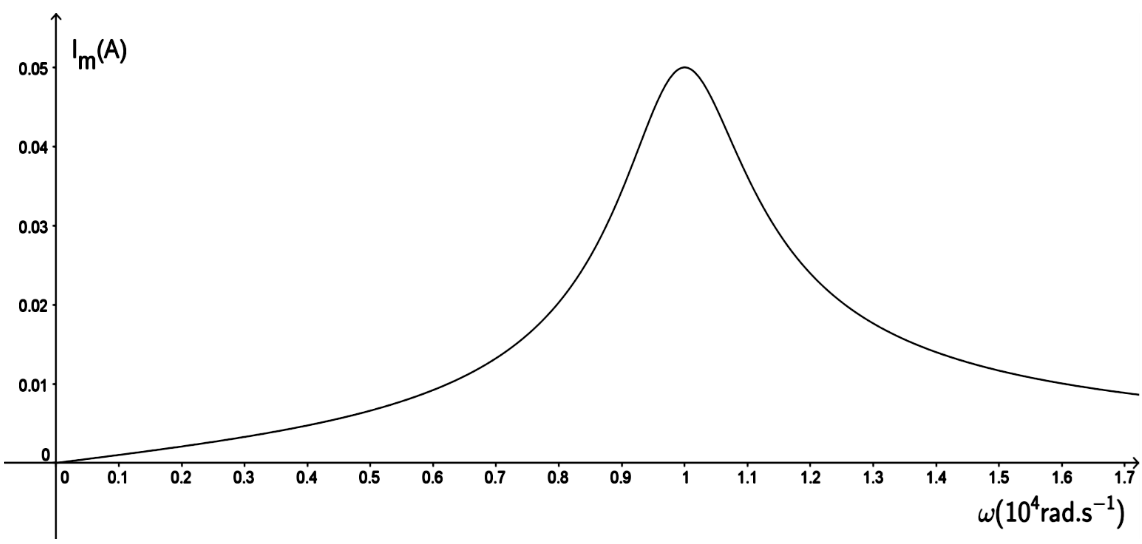
Donnée : en régime saturé, $s(t) = \pm V_{sat}$.



■ EXERCICES COMPLEMENTAIRES

Exercice 41. Exploitation d'une courbe de résonance 2 ou 3 | 2

Un circuit RLC série est alimenté par une tension sinusoïdale d'amplitude 5V. La figure ci-dessous est la courbe de résonance en intensité obtenue expérimentalement.



1) Etablir l'expression de l'amplitude complexe de l'intensité, puis celle de l'amplitude réelle.

2) Etablir l'expression de la fréquence de résonance et de l'amplitude à la résonance.

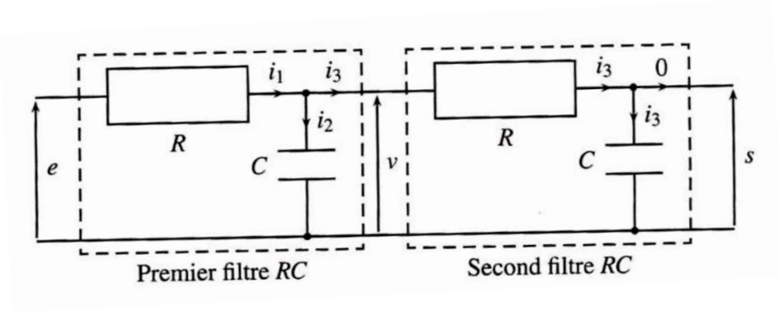
On définit les pulsations de coupure ω_c telles que $I_m(\omega_c) = \frac{I_{m,max}}{\sqrt{2}}$, avec $I_{m,max}$ amplitude à la résonance, et la bande passante $\Delta\omega_c$ telle que $\Delta\omega_c = \omega_{c,2} - \omega_{c,1}$. L'étude théorique de la résonance en intensité du RLC série montre que $\Delta\omega_c = \frac{\omega_O}{Q}$, avec Q facteur de qualité du circuit et ω_O pulsation propre.

3) En exploitant le graphe ci-dessus, déterminer les valeurs de la résistance, de l'inductance et de la capacité.

Exercice 42. Cascade de deux cellules RC 1 ou 2| 2

On s'intéresse à la mise en cascade de deux quadripôles RC (en sortie ouverte).

Etablir la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$. Commenter.



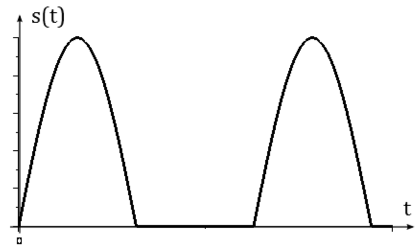
Exercice 43. Spectres en amplitude (A. Leuridan) 1 | 2

1) On se place en un point de l'espace où un signal physique s évolue au cours du temps selon l'expression :

$$s = 1{,}0 + 0{,}50\cos(\pi t) + 2{,}0\sin(5\pi t)$$

où s est en volts et t en secondes.

Déterminer les spectres en amplitude et phase de ce signal.



2) Soit la tension $s(t)$: signal sinusoïdal d'amplitude E, redressé monoalternance. Les premiers termes de la décomposition en série de Fourier de ce signal sont donnés ci-dessous :

$$s(t) = \frac{E}{\pi} + \frac{E}{2}\,sin(\omega t) - \frac{2E}{3\pi}\,cos(2\omega t) - \frac{2E}{15\pi}\,cos(4\omega t) ..$$

Donner la signification du 1er terme de cette décomposition et retrouver par le calcul le coefficient correspondant.

3) Quel est le spectre en amplitude d'un signal $s(t) = A\cos^2(2\pi f_0 t)$?

4) Quel est le spectre en amplitude d'un signal $s(t) = A\sin(2\pi f_1 t)\sin(2\pi f_2 t)$, avec $f_1 = 10\,f_2$?

Exercice 44. Filtres passe-bande 2 ou 3 | 1

1) On considère un filtre passe-bande d'ordre 2 de facteur de qualité $Q = 0{,}1$ alimenté par un signal triangulaire (représenté en gris clair sur la figure 1 ci-dessous). Le signal en sortie de ce filtre est représenté en noir (fig. 1) pour un filtre A dont la fréquence centrale est celle du fondamental et en gris foncé (fig. 1 et 2) pour un filtre B dont la fréquence centrale est 100 fois plus faible (la figure 2 présente un agrandissement du signal de sortie du filtre B).

2) Interpréter qualitativement l'allure de ces signaux.

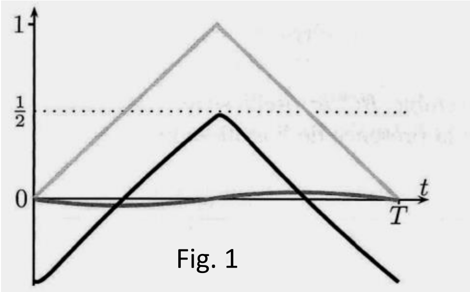


Fig. 1

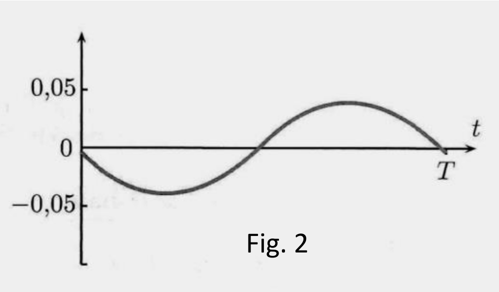


Fig. 2

On considère à présent un filtre passe-bande d'ordre 2 alimenté par un signal créneau (en gris clair sur la figure suivante).

3) Sur la figure 3 en noir est représenté le signal de sortie dans le cas où $Q = 100$ et où la fréquence du fondamental du créneau est égale au cinquième de la fréquence centrale du passe-bande. Interpréter qualitativement son allure.

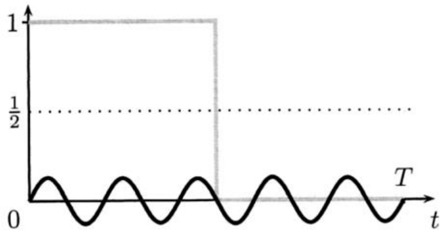


Fig. 3

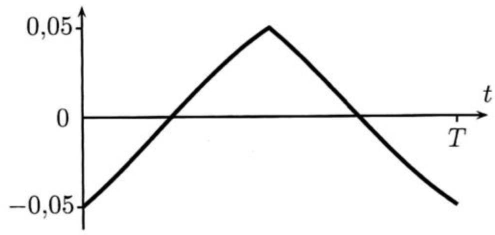
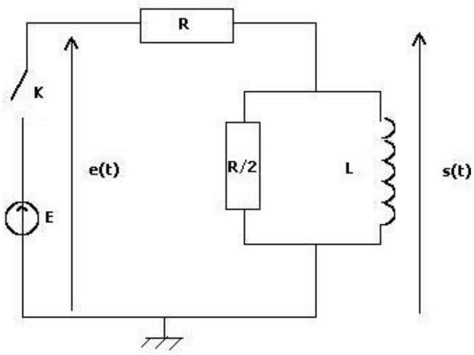


Fig. 4

4) Sur la fig. 4, la sortie est représentée dans le cas d'un filtre de facteur de qualité $Q = 10$ dont la fréquence centrale est deux fois plus faible que la fréquence du fondamental du créneau. Interpréter qualitativement l'allure de la sortie.

Exercice 45. Etude d'un circuit RL en régime sinusoïdal forcé *(d'après IMT et Agro)* 2 | 2

On étudie le circuit ci-contre alimenté par un générateur sinusoïdal de fréquence *f* et de tension maximale *E = 2 V*, l'interrupteur étant fermé.



Données : R = 1,0 kΩ, L = 35 mH.

1) Comment se comporte le circuit en hautes et basses fréquences ? quelle est la nature du filtre associé ?

2) Etablir la fonction de transfert en notation complexe, $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$. Mettre le résultat sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0 \cdot jx}{1+jx} \quad \text{où} \quad x = \omega/\omega_0 \;\; et \;\; \omega_0 = 1/\tau$$

3) Exprimer H_0 et ω_0 en fonction de L et R et effectuer les applications numériques.

4) Montrer que $\omega_0 = 1/\tau$ avec τ temps caractéristique du système en régime transitoire.

5) Déterminer la valeur maximale de l'amplitude S de la tension $s(t)$.

6) Déterminer la ou les fréquences de coupure de ce filtre, qu'on notera f_c. Effectuer l'application numérique.

7) Déterminer les pentes des asymptotes en gain dans les limites haute et basse fréquence, ainsi que leur ordonnée « à l'origine » en $x = 1$. Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain et en déduire l'allure du diagramme réel.

Exercice 46. Réalisation d'un spectromètre IMPORTANT | 2 | 2

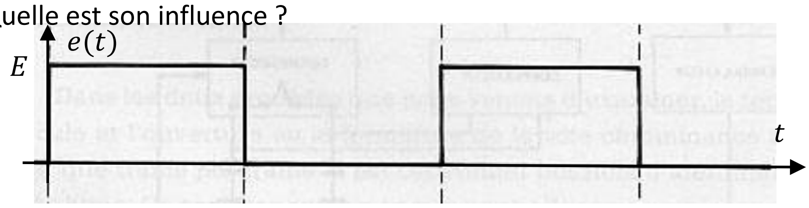
On considère un montage caractérisé par la fonction de transfert suivante :

$$H\,(jx) = \frac{-1}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}\ ;\ \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}.$$

a. Quelle est la nature de ce filtre ?

b. Comment s'appelle f_0 ? Comment s'appelle Q ? Quelle est son influence ?

On applique à l'entrée de ce montage le signal suivant : $e = 0$ ou $e = E = 10$ V, de fréquence 3,0 kHz.



La décomposition de ce signal est la suivante :

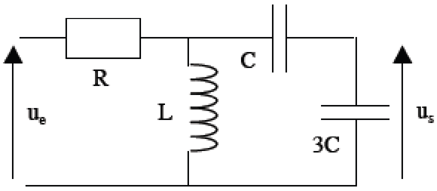
$$e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi}\left[\sin(2\pi ft) + \frac{1}{3}\sin(2\pi 3ft) + \frac{1}{5}\sin(2\pi 5ft) + \cdots\right]$$

c. L'expression du premier terme était-elle prévisible ? Pourquoi n'y a-t-il pas de terme en cosinus ?

d. Donner l'allure du signal de sortie si $Q = 20$ et $f_0 = 3{,}0$ kHz. Ce filtre est-il sélectif ?

e. Expliquer comment on peut utiliser un tel montage pour déterminer expérimentalement le spectre du signal d'entrée.

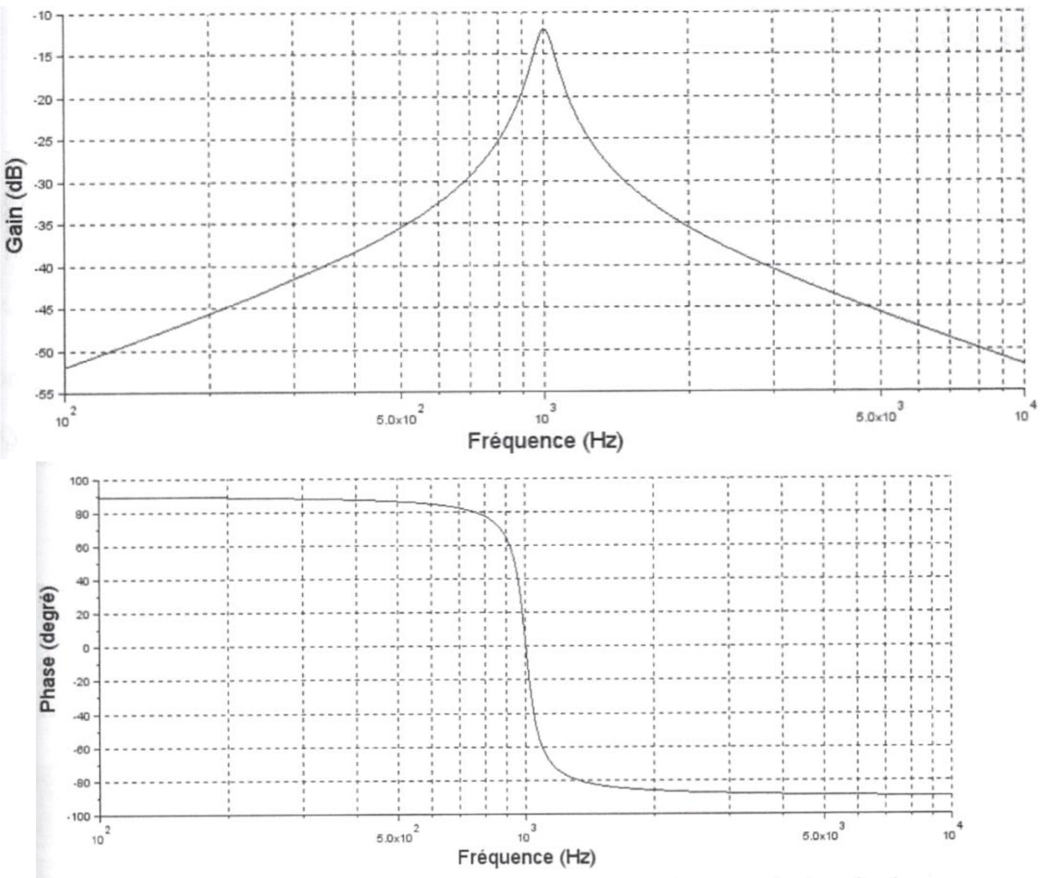
Exercice 47. Filtre de Colpitts IMPORTANT | 2 | 2 ou 3



On considère le quadripôle ci-contre, utilisé en régime sinusoïdal forcé.

1. Etudier qualitativement le comportement de ce quadripôle et indiquer de quel type de filtre il s'agit.

2. On donne son diagramme de Bode ci-dessous. Son allure est-elle cohérente avec le type de filtre attendu ?



Etablir la fonction de transfert et la mettre sous la forme suivante :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} = \frac{H_0 j\frac{x}{Q}}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}$$

avec x pulsation réduite telle que $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Indiquer les expressions de H_0, ω_0 et Qen fonction des caractéristiques du système. Justifier l'allure des parties rectilignes.

3. Déduire du diagramme la valeur de la fréquence de résonance (ou fréquence d'accord) f_r et évaluer l'ordre de grandeur du facteur de qualité.

4. Un circuit multiplieur fournit le signal d'entrée $u_e(t) = 2Bcos(\omega_3 t)\cos(\omega_4 t)$ avec $\omega_3 = 100\,\omega_0$ et $\omega_4 = 101\,\omega_0$

Ecrire $u_e(t)$ sous la forme d'une somme de cosinus. En déduire le signal obtenu à la sortie de ce filtre.

Exercice 48. Téléphone sur écoute 2 ou 3 | 2

La NSA surveille les communications de téléphones. Les enregistrements sont perturbés par les systèmes d'acquisition branchés sur le secteur, qui génèrent un bruit de 50 Hz.

Proposez un système permettant d'améliorer la qualité des enregistrements et précisez les caractéristiques quantitatives de ce système.

Exemple de correction d'un enregistrement (fichier avant et après correction) :

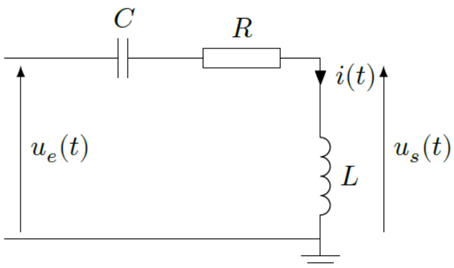
Exercice 49. Filtres passe-haut (Oral Centrale PSI 2015) 3 | 3

On cherche à traiter un signal électrique proche de 300 Hz, comportant un bruit à 50 Hz que l'on veut filtrer.

Plus précisément, on souhaite construire un filtre passe-haut présentant une atténuation importante à f_1 = 50Hz ($G_{dB}(f_1) \leqslant -20$ dB), mais la plus faible possible à f_2 = 300 Hz ($G_{dB}(f_2) \geqslant -0{,}5$ dB).

1) Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain du filtre idéal susceptible de respecter ce cahier des charges. Un filtre passe haut du premier ordre peut-il convenir ? Justifier.

On considère maintenant un filtre passe-haut RLC du second ordre, constitué d'une résistance R, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L (cf. schéma ci-contre).



Sa fonction de transfert s'écrit : $\underline{H} = \frac{-x^2}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$; avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

2) Déterminer l'expression de ω_0 et de Q en fonction R, L et C.
3) Afin d'éviter les distorsions de signal, on souhaite $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Déterminer ω_0, puis la valeur minimale de L, sachant que $C \leqslant 10^{-6}$ F. Commenter le résultat obtenu. On exploitera la courbe donnée en annexe, représentant la fonction $g = \log(1 + 1/x^4)$ en fonction de x.