<u>colle N°0 : 02 au 13 Septembre 2024</u>

Au programme des exercices

Révisions d'électricité de MP2I, Chapitre ELEC1 : rappels et compléments – systèmes linéaires et signaux périodiques, application au filtrage.

Attention ! Pas d'exercice avec des ALI en régime saturé, et seulement des cas très simples pour les ALI en régime linéaire (hors programme)

Questions de cours

1. La tension $u_c(t)$ dans un circuit obéit à une équation différentielle de la forme :

$$\frac{\mathrm{d}^2u_c(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_c(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2\, u_c(t) = 0.$$

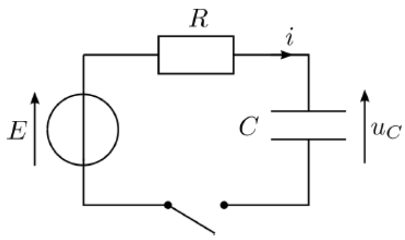
Déterminer les dimensions des grandeurs ω_0 et Q.

Les termes d'une somme sont de même dimension : $\left[\frac{d^2u_c(t)}{dt^2}\right] = \frac{[U]}{T^2} = \left[\frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c(t)}{dt}\right] = [\omega_0^2\, u_c(t)]$

Avec $[\omega_0^2\, u_c(t)] = [\omega_0]^2[U] = \frac{[U]}{T^2}$, *soit* $[\omega_0] = T^{-1}$: ***ω_0 homogène à une fréquence***

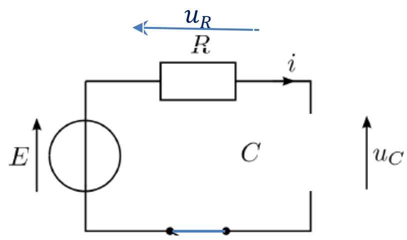
Et $\left[\frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c(t)}{dt}\right] = \left[\frac{\omega_0}{Q}\right]\left[\frac{du_c(t)}{dt}\right] = \frac{[\omega_0]}{[Q]}\frac{[U]}{T} = \frac{[U]}{[Q]T^2} = \frac{[U]}{T^2}$ *soit* $[Q] = \mathbf{1}$: ***Q est une grandeur adimensionnelle.***

2. ❤️ On considère la charge d'un condensateur au sein d'un circuit RC série (voir ci-contre). Le condensateur est initialement déchargé, et on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.



a) Déterminer la tension u_c aux bornes du condensateur et l'intensité i du courant aux instants $t = 0^-$; $t = 0^+$ et $t \longrightarrow +\infty$.

b) L'équation différentielle vérifiée par $\mathrm{u_c(t)}$ s'écrit : $\mathrm{E = u_c + RC\frac{d\,u_c}{dt}}$. La résoudre



Éléments de réponse : *Au bout d'un temps infini, le régime permanent continu est atteint, et le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert. En effet, en convention récepteur, sa caractéristique est* $i = C\frac{du_c}{dt}$, *soit pour une tension* $u_{c,\infty} = cte$, $i_\infty = 0$ *: quelle que soit la valeur de la tension, l'intensité est nulle.*

Soit u_R *la tension aux bornes de la résistance (cf. schéma).*

Caractéristique de R (convention récepteur) : $u_R = Ri$, *d'où* $u_{R,\infty} = Ri_\infty = 0$.

Loi des mailles : $E = u_c + u_R$ *soit* $E = u_{c,\infty} + u_{R,\infty} = u_{c,\infty}$

A l'instant $t = 0^-$ *: Condensateur déchargé soit* $q(0^-) = 0 = Cu_c(0^-)$ *soit* $u_c(0^-) = 0$

Interrupteur ouvert soit $i(0^-) = 0$.

Continuité de la tension aux bornes de C : $u_c(0^+) = u_c(0^-) = 0$

Or $E \underbrace{=}_{\substack{Loi \\ des\ mailles}} u_c + u_R$ *soit* $E = u_c(0^+) + u_R(0^+) = u_R(0^+) \underbrace{=}_{\substack{caractéristique \\ de\ R}} R\, i(0^+)$ *d'où* $i(0^+) = \frac{E}{R}$

Forme canonique : *On pose* $RC = \tau$, *avec* $[RC] = T$. *On a donc* $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau} = \frac{E}{\tau}$

Solution à l'équation homogène : $u_{c,H}(t) = Ae^{-t/\tau}$

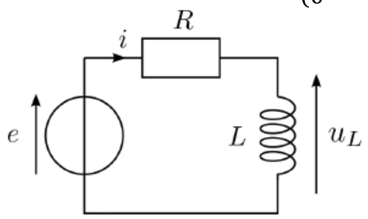
Solution générale à l'équation complète : $u_{c,p}(t) = E$

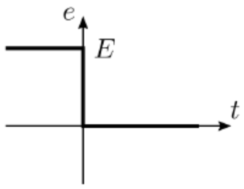
Solution générale à l'équation complète : $u_c = E + Ae^{-t/\tau}$

Conditions initiales : $u_c(0^+) = 0 = A + E$ *soit* $u_c = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

3. ❤️ On considère le circuit (R, L) série alimenté par une source idéale de tension $e(t)$ telle que

$$e(t) = \begin{cases} E & \text{pour} \quad t < 0 \\ 0 & \text{pour} \quad t > 0 \end{cases}$$



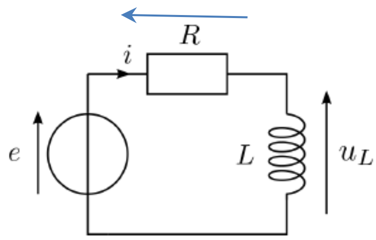


a) Déterminer la tension u_L aux bornes de l'inductance et l'intensité i du courant aux instants $t = 0^-$; $t = 0^+$ et $t \longrightarrow +\infty$.

b) L'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ s'écrit $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}\, i = 0$. La résoudre.

Éléments de réponse :

Au bout d'un temps infini, le régime permanent continu est atteint, et l'inductance se comporte comme un interrupteur fermé (fil). En effet, en convention récepteur, sa caractéristique est $u_L = L\frac{di}{dt}$*, soit pour une intensité* $i_\infty = cte$*,* $u_{L,\infty} = 0$ *: quelle que soit la valeur de l'intensité, la tension aux bornes de L est nulle.*



Soit u_R *la tension aux bornes de la résistance (cf. schéma).*

Loi des mailles : $e = u_L + u_R$ *soit* $0 = u_{L,\infty} + u_{R,\infty} = u_{R,\infty} \underbrace{=}_{\substack{caractéristique \\ de\ R}} Ri_\infty$

$$i_\infty = 0$$

A l'instant $t = 0^-$ *: régime stationnaire* $e = E$*, avec à nouveau l'inductance se comportant comme un fil :*

$$u_L(0^-) = 0$$

Loi des mailles : $e = u_L + u_R$ *soit* $E = u_L(0^-) + Ri(0^-) = 0 + Ri(0^-)$ *soit* $i(0^-) = \frac{E}{R}$

Continuité de l'intensité traversant L : $i(0^+) = i(0^-) = \frac{E}{R}$

Or $e \underbrace{=}_{\substack{Loi \\ des\ mailles}} u_L + u_R$ *soit* $0 = u_L(0^+) + Ri(0^+) = u_L(0^+) + E$ *d'où* $u_L(0^+) = -E$

$$0 \underbrace{=}_{\substack{Loi \\ des\ mailles}} u_L + u_R \underbrace{=}_{\substack{caractéristiques \\ de\ R\ et\ L}} L\frac{dit}{dt} + Ri$$

On pose $L/R = \tau$*, avec* $[L/R] = T$*. On a donc* $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = 0$

4. ❤️ On étudie le circuit RLC série en régime libre : à l'instant initial $t = 0^-$ le circuit est ouvert et le condensateur chargé sous une tension $u_c(0^-) = E$, à l'instant $t = 0^+$, le circuit est fermé. Etablir l'équation différentielle régissant la tension u_c aux bornes du condensateur. Définir les grandeurs caractéristiques suivantes en précisant leurs unités : facteur de qualité et pulsation propre, et les exprimer en fonction de R, L et C.

Éléments de réponse : *Loi des mailles en définissant les différentes tensions en convention récepteur :*

$$u_R + u_L + u_c = 0$$

Caractéristiques des dipôles en convention récepteur : $u_R = Ri \qquad u_L = L\frac{di}{dt} \qquad i = c\frac{du_c}{dt}$ *soit*

$$\mathrm{Ri} + \mathrm{L}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}} + u_c = 0$$

En exploitant la caractéristique de C :

$$RC\frac{du_c}{dt} + LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{LC} = 0$$

Oscillateur harmonique amorti de forme canonique $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = 0$

Avec ω_0 pulsation propre de l'oscillateur harmonique, en rad.s^{-1}, (pulsation des oscillations en régime libre en l'absence de dissipation d'énergie), et Q son facteur de qualité, adimensionnel et sans unité, mesurant l'importance des phénomènes dissipatifs (facteur de qualité infiniment grand en l'absence de dissipation d'énergie, intervenant dans de nombreux phénomènes : nature du régime des oscillations libres, condition d'existence d'une résonance pour certains systèmes, largeur de la bande passante de certains filtres, etc.)

Par identification : $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$ *et* $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad \Leftrightarrow \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

5. Considérons un oscillateur d'équation différentielle : $a\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} + b\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + c\,x(t) = 0$ qu'on peut mettre sous la forme canonique suivante : $\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2\,x(t) = 0$.

a) ❤️ Donner l'équation caractéristique associée à l'oscillateur ainsi que son discriminant

b) ❤️ Pour chacun des régimes possibles, donner le nom, la condition d'existence associée sur Δ et établir la condition de son existence sur Q. Représenter l'allure de la courbe $x(t)$ associée en expliquant l'influence de Q sur cette allure.

c) Dans le cas du régime pseudo-périodique, donner les expressions de la pseudopulsation et du coefficient d'amortissement dans l'exponentielle

d) Donner la solution générale à l'équation homogène associée (établir les expressions des racines).

Éléments de réponse : *Equation caractéristique :* $ar^2 + br + c = 0$ *ou* $r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$

Discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2 = 4\omega_0^2\left(\frac{1}{4Q^2} - 1\right)$

	REGIME APERIODIQUE	**REGIME CRITIQUE**	**REGIME PSEUDO-PERIODIQUE**
Conditions	$\Delta > 0 \Leftrightarrow Q < ½$	$\Delta = 0 \Leftrightarrow Q = ½$	$\Delta < 0 \Leftrightarrow Q > ½$
	REGIME APERIODIQUE	**REGIME CRITIQUE**	**REGIME PSEUDO-PERIODIQUE**
Amortissement	*Amortissement élevé*	*Amortissement critique*	*Amortissement faible*
Solutions de l'équation caractéristique $ar^2 + br + c = 0$	*2 racines réelles :* $r_1, r_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$	*Une racine double r_0 :* $r_0 = \frac{-b}{2a} = -\,\omega_0$	*2 racines complexes conjuguées :* $r_1, r_2 = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a} = -\lambda \pm j\Omega$ $\Omega = \lvert Im(r_i)\rvert$ *et* $\lambda = \lvert Re(r_i)\rvert$
solutions générales à l'équation homogène	$x_H(t) = \mu_1 exp(r_1 t) + \mu_2 exp(r_2 t)$	$x_H(t) = (\mu_1 + \mu_2 t)exp(r_0 t)$	$x_H(t) = e^{-\lambda t}\left(Acos(\Omega t) + Bsin(\Omega t)\right)$ $= De^{-\lambda t}cos(\Omega t + \varphi)$

6. ❤️ Circuit RC série en régime sinusoïdal alimenté par une tension harmonique $e(t) = E\cos(\omega t)$: déterminer $u_C(t)$ sous la forme $u_C = U_{c,m}\cos(\omega t + \varphi)$.

> ***Éléments de réponse :*** *Les impédances $\underline{Z_R} = R$ et $\underline{Z_c} = \frac{1}{jC\omega}$ associées respectivement à R et C sont associées en série et forment un pont diviseur de tension ; on a donc :*

$$\underline{u_s} = \underline{u_C} = \frac{\underline{Z_c}}{\underline{Z_c} + \underline{Z_R}}\underline{u_e} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega}\underline{e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{e}$$

> *Par définition de la notation complexe, on a*

$$U_{c,m} = |\underline{u_C}| = \left|\frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{e}\right| = \frac{E}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$\varphi = arg\left(\underline{u_c}\right) = arg(\underline{e}) - arg(1 + jRC\omega) = 0 - arctan(RC\omega)$$

7. On considère un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé, alimenté par une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$.

a) Etablir la fonction de transfert en courant : $\underline{H} = \underline{I}/\underline{E}$. Rappeler sans démonstration l'expression de la pulsation de résonance ainsi que le lien entre la largeur de la résonance (largeur de la bande passante) et le facteur de qualité.

b) ♠ Etablir ces résultats

> ***Éléments de réponse :*** *Ici, $\underline{H} = \frac{\underline{I}}{\underline{E}} = \underline{Y} = \frac{1}{\underline{z_{éq}}}$ avec $\underline{Y}$ admittance équivalente du circuit et $\underline{z_{éq}}$ impédance équivalente.*
>
> *Les dipôles étant en série, $\underline{z_{éq}} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$, soit*

$$\frac{\underline{I}}{\underline{E}} = \underline{Y} = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

> *Par définition, il y a résonance en courant lorsque l'amplitude I_m du courant admet un maximum pour une pulsation différente de zéro ou l'infini. Ici, on a $I_m = |\underline{I}| = \left|\frac{E}{R+j\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)}\right| = \frac{E}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$, qui est maximal pour un dénominateur minimal (numérateur constant), soit pour $g(\omega) = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$ minimale. R^2 étant une constante, $g(\omega)$ minimale pour $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$ minimale.*
>
> *Solution évidente : $\left(L\omega_r - \frac{1}{C\omega_r}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$: La résonance en intensité a lieu à la pulsation propre de l'oscillateur.*
>
> *On peut alors montrer : largeur de la bande passante (largeur de la résonance, ou bande passante) :*
>
> *$\Delta\omega_c = \frac{\omega_0}{Q}$ avec les pulsations de coupure ω_c telles que $I_m(\omega_c) = \frac{I_{m,max}}{\sqrt{2}}$, et Q facteur de qualité du circuit tel que $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.*

8. ❤️ Filtre RC passe-bas : On étudie un circuit RC série alimenté par une source idéale de tension délivrant une tension sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$, en considérant la tension de sortie $s(t)$ aux bornes du condensateur.

a) Faire une analyse qualitative de la nature du filtre puis établir la fonction de transfert.

b) Construire le diagramme de Bode asymptotique en gain en justifiant, en particulier les asymptotes.

c) Déterminer l'expression de la pulsation de coupure

> ***Éléments de réponse :*** *On note u_e la tension d'entrée. Le filtre passe-bas est obtenu en considérant une sortie aux bornes de C.*

Analyse qualitative : Basses fréquences : C se comporte comme un interrupteur ouvert d'où $i \to 0$ soit $u_R = Ri \to 0$; à l'aide de la loi des mailles, on a alors $u_C \to u_e$; hautes fréquences : C se comporte comme un interrupteur fermé (fil) d'où $u_C \to 0$:on retrouve bien le comportement passe-bas aux bornes de C (aux bornes de R, à l'inverse, passe-haut).

Les impédances associées à R et C sont en série et forment un pont diviseur de tension ; on a donc :

$$\underline{u_s} = \underline{u_C} = \frac{\underline{Z_c}}{\underline{Z_c} + \underline{Z_R}}\underline{u_e} \qquad \Leftrightarrow \qquad \underline{H} = \frac{\underline{u_C}}{\underline{u_e}} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + jx}$$

En posant $RC\omega = \frac{\omega}{\omega_0} = x$

Asymptotes dans le diagramme de Bode :

Aux basses fréquences, $\omega \to 0$ *donc* $x \to 0$

fonction de transfert équivalente : $\underline{H_{BF}} \underbrace{\sim}_{BF} 1$ *soit* $G_{BF} = |\underline{H_{BF}}| = 1$ *et* $G_{dB,BF} = 20\,log(G_{BF}) = 0$

Asymptote horizontale aux basses fréquences.

Aux hautes fréquences, $x \to +\infty$, *fonction de transfert équivalente :*

$\underline{H_{HF}} \underbrace{\sim}_{HF} \frac{1}{jx}$ *soit* $G_{HF} = |\underline{H_{HF}}| = \frac{1}{x}$ *et* $G_{dB,HF} = 20\,log(G_{HF}) = -20\,log(x)$

Asymptote à – 20 dB par décade aux hautes fréquences

Par définition, à la pulsation de coupure, $|\underline{H}(x_c)| = \frac{H_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ *avec* $|\underline{H}(x_c)| = 1/\sqrt{1 + {x_c}^2}$ *soit* $x_c = 1$ *et* $\omega_c = \omega_0$

9. ❤️ On considère un filtre RLC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdale, et on étudie la tension de sortie aux bornes de la résistance.

a) Déterminer par une analyse qualitative la nature du filtre
b) Montrer que la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

c) Tracer en justifiant le diagramme de Bode asymptotique en gain.
d) ☆ Tracer l'allure du diagramme réel pour quelques valeurs du facteur de qualité.

Éléments de réponse :

a) *Aux BF, C se comporte comme un interrupteur ouvert, aux HF, c'est L. Dans les deux cas, pas d'intensité dans le circuit donc tension aux bornes de R nulle. Filtre probable : passe-bande.*

b) *En posant* $\frac{\omega}{\omega_0} = x$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

$$\mathrm{G} = |\underline{\mathrm{H}}| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}}$$

Asymptotes dans le diagramme de Bode :

Aux basses fréquences, $x \to 0$ *soit* $\underline{H_{BF}} = \frac{jx}{Q}$

$G_{BF} = |\underline{H_{BF}}| = \frac{x}{Q}$ *et* $G_{dB,BF} = 20\,log(G_{BF}) = 20\,log(x) - 20\,log(Q)$

Asymptote à $+20\ dB$ *par décade aux basses fréquences.*

Aux hautes fréquences, $x \rightarrow +\infty$*, soit* $\underline{H}_{BF} = \frac{1}{jQx}$ *et* $G_{HF} = |\underline{H}_{HF}| = \frac{1}{Qx}$ *et*

$G_{dB,HF} = 20\,log(G_{HF}) = -20\,log(x) - 20\,log(Q)$

Asymptote à $-20\ dB$ *par décade aux hautes fréquences*

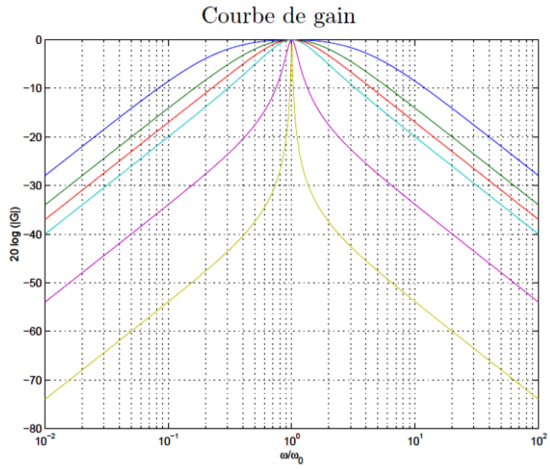
Intersection des asymptotes : $20\,log(x) - 20\,log(Q) = -20\,log(x) - 20\,log(Q) \Leftrightarrow x = 1$ *avec*

$$G_{dB,HF}(x = 1) = G_{dB,BF}(x = 1) = -20\,log(Q)$$

Plus le facteur de qualité est élevé, plus l'intersection des asymptotes se fait à une valeur basse du gain.

Remarque : il est nécessaire pour le tracé du diagramme réel de calculer la valeur exacte du gain en $\omega = \omega_0$ *soit en* $x = 1$*, donc d'avoir l'expression exacte de ce gain.*

$$\forall Q, G\ (x = 1) = 1$$



10. On applique le signal $e(t) = 3 + 10\cos(5t) + 5\sin(70t)$ représenté ci-dessous à l'entrée d'un filtre passe-bas et d'un filtre passe-haut de fréquences de coupure assez proches.

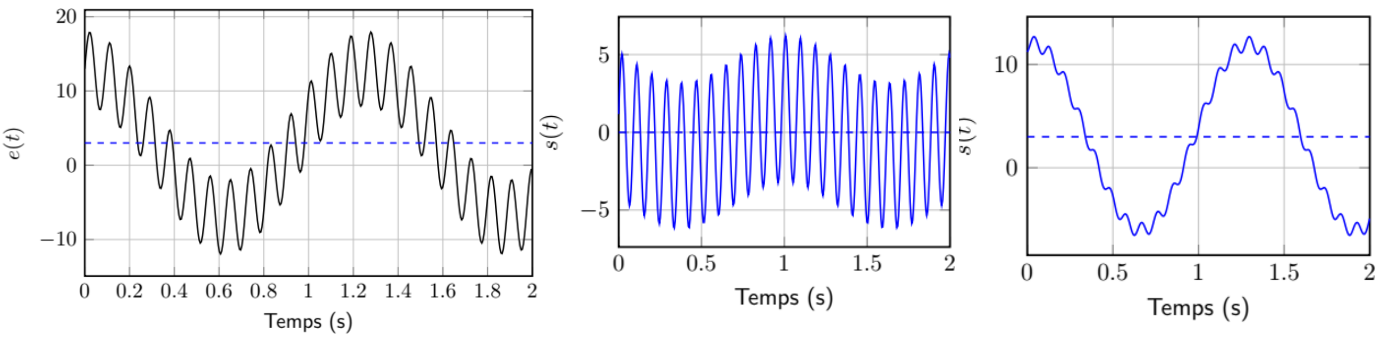
a) Tracer le spectre du signal d'entrée

b) Identifier la sortie de chaque filtre.

c) Quels paramètres du signal d'entrée aurait-on pu déterminer par lecture des graphes fournis ?

d) Estimer le gain statique (ou gain à fréquence nulle) du filtre passe-bas.

e) Quel filtre faudrait-il utiliser pour obtenir la valeur moyenne du signal d'entrée ?



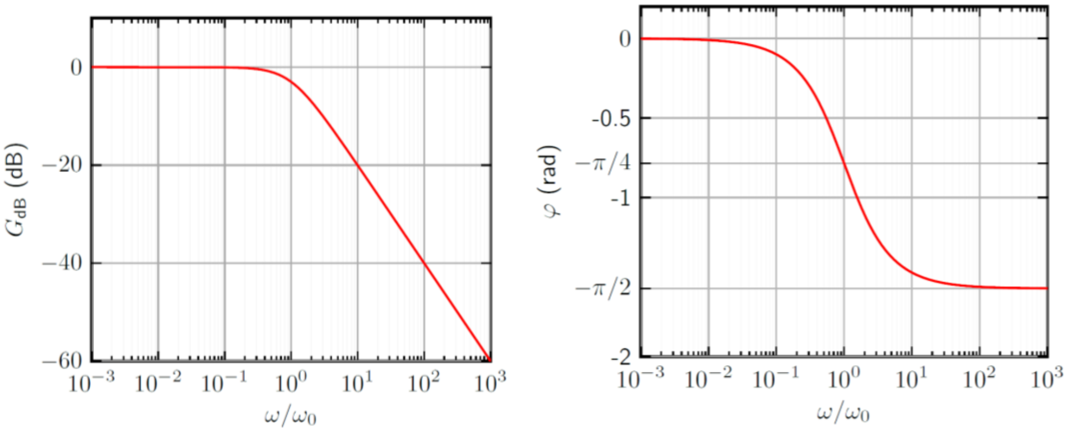
a) Trois pics à 0 rad/s, 5 rad/s et 70 rad/s d'amplitudes respectives 3, 10 et 5 V.

b) Le signal de droite correspond à un filtrage passe-bas transmettant la composante continue (fréquence nulle, associée à la valeur moyenne du signal), et modifiant peu la composante fondamentale mais assez sévèrement la composante HF (rang 14). À l'inverse, le signal du milieu correspond au filtrage passe haut, la composante continue est supprimée, la composante fondamentale plus atténuée que la composante de rang 14 qui passe très bien.

c) Valeur moyenne donnant la composante continue (3 V) ; fréquence du signal périodique donnant la fréquence du fondamental (pulsation de 5 rad/s), facilement lue sur la figure de droite ; pseudo-fréquence sur la figure centrale donnant celle de la composante de rang 14. Possibilité dévaluer l'odg des amplitudes de chaque composante sur la figure de gauche du signal d'entrée *d) Le signal en sortie du filtre passe-bas possède une moyenne d'environ 3, tout comme le signal d'entrée. Le gain statique du filtre est quasiment unitaire.*

e) Filtre moyenneur : Filtre passe-bas de pulsation de coupure très basse (ici par exemple ω_c = 0,1 rad.s^{-1}, en tous cas suffisamment inférieure à $\omega_1 = 5\ \mathrm{rad.s^{-1}}$).

11. ❤ Considérons le filtre dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.



a) Identifier la nature et l'ordre du filtre.

b) On envoie en entrée du filtre le signal $e(t) = E_1\,cos(\omega_1 t) + E_2\,cos(\omega_2 t) + E_3\,cos(\omega_3 t)$ avec $\omega_1 = \omega_0/100$, $\omega_2 = \omega_0$ et $\omega_3 = 100\,\omega_0$. Représenter le spectre associé à ce signal. Donner l'expression du signal de sortie.

c) On envoie en entrée un signal créneau de pulsation $\omega_0/1000$. Prévoir qualitativement l'allure et l'amplitude du signal de sortie.

d) Même question si le signal a une pulsation $100\,\omega_0$.

a) Passe-bas (forme du diagramme de Bode en gain) du premier ordre (pente à -20 dB/ décade).

b) On étudie séparément chaque composante en lisant les valeurs de G_{dB} et φ pour la pulsation de la composante étudiée, avec $G = \frac{S_i}{E_i} = 10^{\frac{G_{dB}}{20}}$ soit $S_i = GE_i = 10^{\frac{G_{dB}}{20}}E_i$

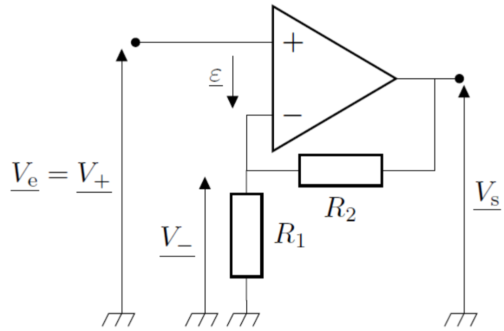
Composante	$\boldsymbol{\frac{\omega_i}{\omega_0}}$	***$G_{dB,i}$ (en dB)***	$\boldsymbol{G_i = 10^{\frac{G_{dB,i}}{20}}}$	$\boldsymbol{S_i = GE_i}$	$\boldsymbol{\varphi_i}$	$\boldsymbol{s_i(t)}$
$\omega_1 = \frac{\omega_0}{100}$	$\frac{\omega_1}{\omega_0} = 10^{-2}$	*0*	*1*	E_1	*0*	$E_1\cos(\omega_1 t)$
$\omega_2 = \omega_0$	$\frac{\omega_2}{\omega_0} = 1$	-3	$10^{\frac{-3}{20}} = 1/\sqrt{2}$	$\frac{E_2}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{E_2}{\sqrt{2}}\cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right)$
$\omega_3 = 100\,\omega_0$	$\frac{\omega_3}{\omega_0} = 10^2$	-40	$10^{\frac{-40}{20}} = 10^{-2}$	$\frac{E_3}{100}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{E_3}{100}\cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right)$

Finalement $s(t) = E_1\cos(\omega_1 t) + \frac{E_2}{\sqrt{2}}\cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{E_3}{100}\cos\left(\omega_3 t - \frac{\pi}{2}\right)$.

c) pulsation $\omega_0/1000$: domaine des très basses fréquences, le signal n'est presque pas modifié (de même que son amplitude, le gain aux basses fréquences étant de 1) car la très grande majorité de son spectre se trouve dans la bande passante, hormis les fréquences les plus élevées : seules les variations brutales vont donc être atténuées (angles du créneau arrondis)

d) pulsation $100\,\omega_0$: domaine des très hautes fréquences, le signal est très atténué (gain de 10^{-2} pour le fondamental). De plus, il s'agit de la zone où l'asymptote à -20 dB / décade est atteinte : domaine intégrateur. Le signal d'entrée créneaux donne donc un signal de sortie triangulaire.

12. ☆ Etablir la fonctions de transfert du montage ci-contre



Le circuit présente une boucle de rétroaction négative : régime linéaire avec $V_+ = V_-$ *et* $i_e^+ = i_e^- = 0$.

Avec $i_e^- = 0$, R_1 *et* R_2 *sont en série, et forment donc un pont diviseur de tension. Tension aux bornes de l'ensemble :* $\underline{V_s}$, *tension aux bornes de* R_1 *:* $\underline{V_-}$, *or en régime linéaire* $\underline{V_+} = \underline{V_-} = \underline{V_e}$.

D'où $\underline{V_e} = \frac{R_1}{R_1+R_2}\underline{V_s}$, *soit* $\underline{H} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$.

amplificateur non inverseur