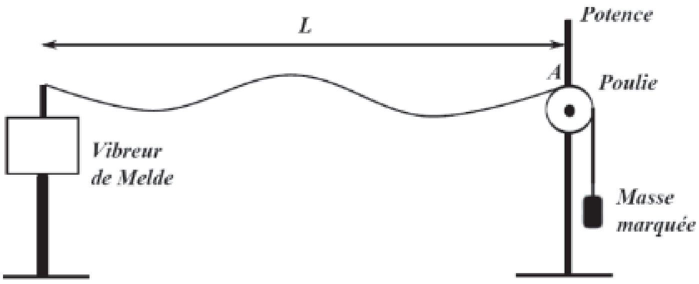
TP Corde de Melde

Dans de TP nous étudierons :

– Les modes de vibrations d'une corde de Melde ;

– L'influence des paramètres du dispositif sur les modes propres

I) Dispositif expérimental :



La corde est attachée en une extrémité à un vibreur (source d'une excitation sinusoïdale de fréquence f), et à l'autre extrémité à une masse m qui sert à la maintenir tendue. Une poulie permet de transmettre la tension exercée par la masse sur la corde de manière horizontale.

La norme de la tension vaut alors $T0 = mg$. La corde, ainsi tendue et excitée, est le siège de la propagation d'ondes. Ces ondes se réfléchissent aux extrémités : il s'installe alors des ondes stationnaires dont l'amplitude devient très importante lors des résonances. On note L la longueur de la corde vibrante, comptée du vibreur jusqu'à la poulie.

II) Ondes transversales sur une corde vibrante

A) Modèle et équation d'onde

On considère une corde de longueur L,inextensible, de masse linéique $\mu = \frac{m}{L}$, homogène, de section constante, parfaitement souple. Elle est tendue horizontalement par une force $T_0 = mg$ et excitée verticalement à son extrémité O.

Le poids de la corde est négligé ; on étudie les **petits** mouvements **verticaux** autour de sa position d'équilibre.

On néglige le déplacement de la corde selon Ox, l'onde générée est transversale, car le déplacement de la corde se fait dans la direction Oz qui est perpendiculaire à la direction de propagation de Ox de l'onde.

Les perturbations engendrées par le mouvement de la corde, par rapport à son état de repos sont toutes supposées du premier ordre.

L'élongation $z(x,t)$ vérifie alors une équation d'onde de d'Alembert à 1D :

$$\frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2} \text{ où } c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

B) Caractéristique de l'onde observée sur la corde :

On note $z(x,t)$ l'élongation de la corde.

L'excitateur mécanique permet de crée une onde progressive sinusoïdale d'amplitude Z_m se propageant à la célérité c selon la direction $(+\overrightarrow{u_x})$

La fonction d'onde de l'onde incidente s'écrit alors : $z_i(x,t) = Z_{mi}.cos(\omega_0 t - kx) = Z_{mi}.cos(2\pi f_S.t - kx)$

Arrivée en A, l'onde va se réfléchir. $z_r(x,t) = Z_{mr}.cos(\omega_0 t + kx + \varphi_r)$

Lorsqu'une onde progressive rencontre une discontinuité dans un milieu de propagation, il se crée en ce point une onde réfléchie qui se propage en sens inverse. On observe ensuite dans le milieu de propagation la superposition de deux ondes : une onde réfléchie et une onde incidente :

$$z(x,t) = z_i(x,t) + z_r(x,t)$$

1.Ecrire la forme de l'onde résultante $z(x,t)$

2. Utiliser les conditions aux limites en $x = 0$ et $x = L$ pour simplifier l'expression de l'onde résultante sous la forme :

$z(x,t) = 2Z_m sin(kx)sin(\omega t)$ Comment qualifie-t-on une telle onde ?

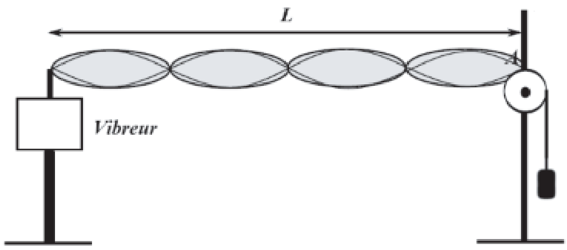
3.Certains points de la corde restent immobiles, ce sont des **nœuds de vibrations**. Il existe aussi des points où l'amplitude de vibration reste maximale au cours du temps ce sont les **ventres de vibration.**

Quelles conditions vérifient ces points ? Déterminer les positions des nœuds et des ventres ?

4.En exploitant la condition aux limites en $x = L$, montrer que les modes de vibrations sont quantifiées et qu'il n'existe des vibrations que pour certaines fréquences.

C) Bilan des résultats théoriques obtenues

Le point A de la corde en contact avec la poulie constitue un nœud de vibration. Une onde transversale incidente donnera naissance à une onde réfléchie en A. Lorsqu'on excite de manière sinusoïdale l'extrémité gauche d'une telle corde, il apparaît pour certaines fréquences particulières f_n un phénomène de résonance pour lequel onde incidente et réfléchie interfèrent de manière constructive. On visualise alors un mode propre d'oscillation de la corde ; des fuseaux plus ou moins nombreux selon la fréquence f_n sont clairement visibles.



Relations utiles : →Longueur d'onde associée au mode propre n : $L = n\frac{\lambda_n}{2}$ où n est le nombre de fuseaux.

$$\lambda_n f_n = c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$$

III) Partie expérimentale

A) Visualisation de différents modes propres :

Pour $L = 1\ m$, suspendre une masse à l'extrémité de la corde, mettre le GBF sous tension, régler la tension sur quelques Hz. Faire varier la fréquence jusqu'à une centaine de Hz environ.

1.Décrire les oscillations de la corde, comment savoir quel mode propre est excité ?

2.Chercher la fréquence du fondamental et des autres modes propres. Mesure les fréquences associées f_n.

3.Vérifier la relation reliant le mode propre n à la fréquence f_n. Montrer expérimentalement qu'elle est bien linéaire. En déduire la célérité c. Nous utiliserons Python pour cela.

B) Estimation de la masse linéique de la corde

Si on fait varier la tension de la corde $T0$ de la corde, on mesure la fréquence f_n du mode propre n. Montrer que, pour le mode propre n, la relation entre la tension T_0 de la corde et la fréquence f_n du vibreur s'écrit :

$$T_0 = 4\mu\left(\frac{f_n L}{n}\right)^2$$

1.Pour différentes valeurs de masses accrochées à l'extrémité, mesurer les fréquences associées aux deux premiers modes propres f_1 et f_2. Consigner les résultats dans un tableau.

2.Vérifier si les données expérimentales s'accordent bien avec la loi précédente. Comment réaliser une régression linéaire dans une telle situation ?

3.En déduire une estimation de la masse linéique de la corde et comparer avec la masse linéique de la corde obtenue par pesée.